Alligation

Alligation is nothing but the method of average.

m_1 kg m_2 kg

C_1 rs/kg C_2 rs/kg

$m_1 + m_2 \longrightarrow m_1C_1 + m_2C_2$

$1\text{ kg} \longrightarrow \dfrac{m_1C_1 + m_2C_2}{m_1 + m_2} = Cm$

$C_1 < Cm < C_2$

$m_1 : m_2$

$C_1 \quad C_2$

Cm

$C_2 - Cm : Cm - C_1$

$m_1 \quad m_2$

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} = \frac{C_2 - Cm}{Cm - C_1}}$$

① दो तरह के चावल हैं जिसमें पहले का मूल्य 6.70 पैसे दूसरे का ₹ 7.90. पहले प्रकार के 30 kg दूसरे प्रकार के कितने kg से मिलाया जाए कि मिश्रण का मूल्य ₹ 7.10 का हो जाए

30 : x = 15 kg Ans»

I II

6.70 7.90

7.10

0.80 : 40

2 : 1

② दो प्रकार की चीनी है। पहले प्रकार की चीनी का मूल्य 5.60 ₹/kg और दूसरी 6.40 ₹/kg। पहले प्रकार के 21 kg तथा दूसरे प्रकार के 63 kg को साथ मिला दिया तो मिश्रण का मूल्य क्या होगा

1 : 3

21 : 63

I II

5.60 ——0.80—— 6.40

$\frac{0.80}{4} = 0.2$

$x = 6.40 - 0.20 = 6.20$ Ans//

0.20

1 : 3

③ एक हास्टल में 320 बच्चे थे। 10 बच्चे छोड़कर चले गये तब प्रतिदिन का मेस का खर्च 58 ₹ कम होगया। लेकिन प्रतिव्यक्ति खर्चा ₹ 20 बढ़ गया। अब मेस का वास्तविक खर्चा कितना होगा।

-6.4 +.2

+64 +.2

320 −10

x 5.8

x + .20

0.20

5.6 − x

$5.6 - x = -6.4$

$x = 12.0$

320 बच्चों का

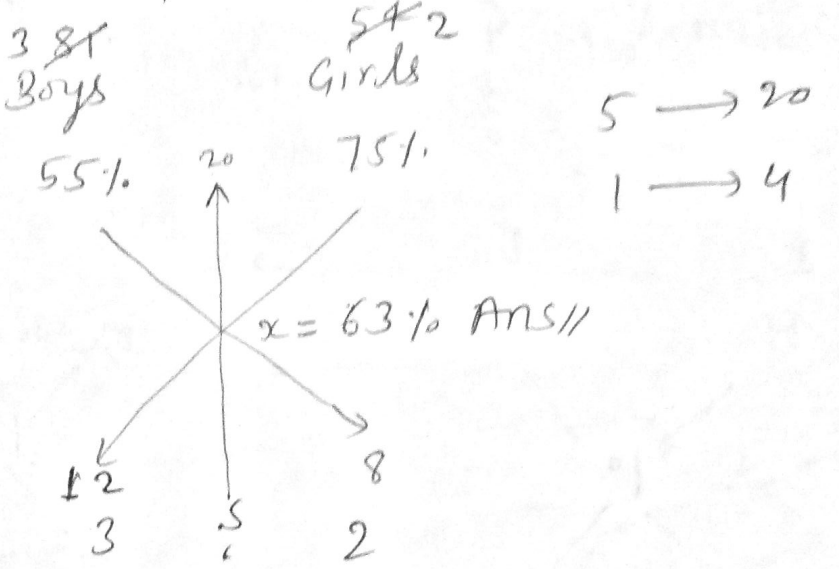
खर्च = 12 × 320

= 3840 ₹

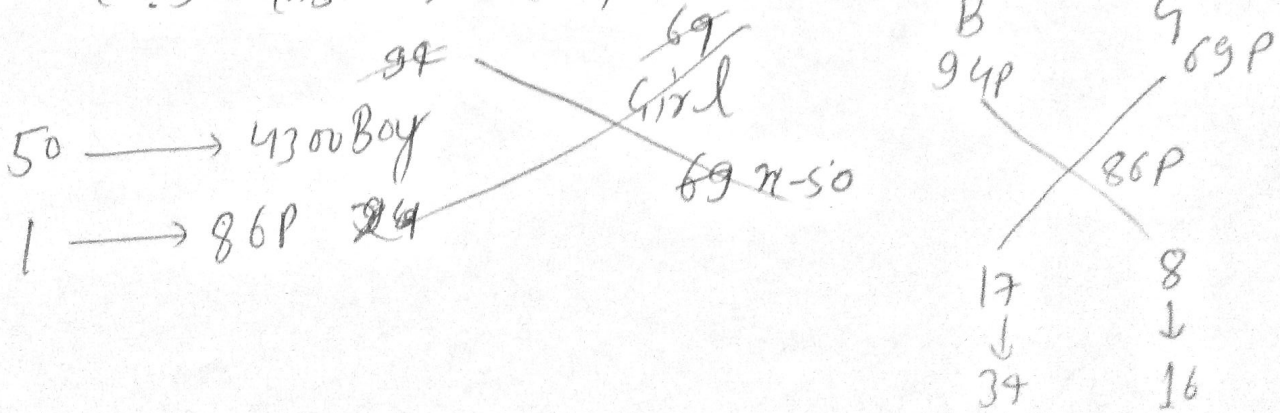
$$\frac{5.6 - x}{.20} = \frac{320}{10} \Rightarrow x = 12 ₹/\text{बच्चे}$$

320 बच्चो का खर्च = $12 \times 320 = 3840$ ₹

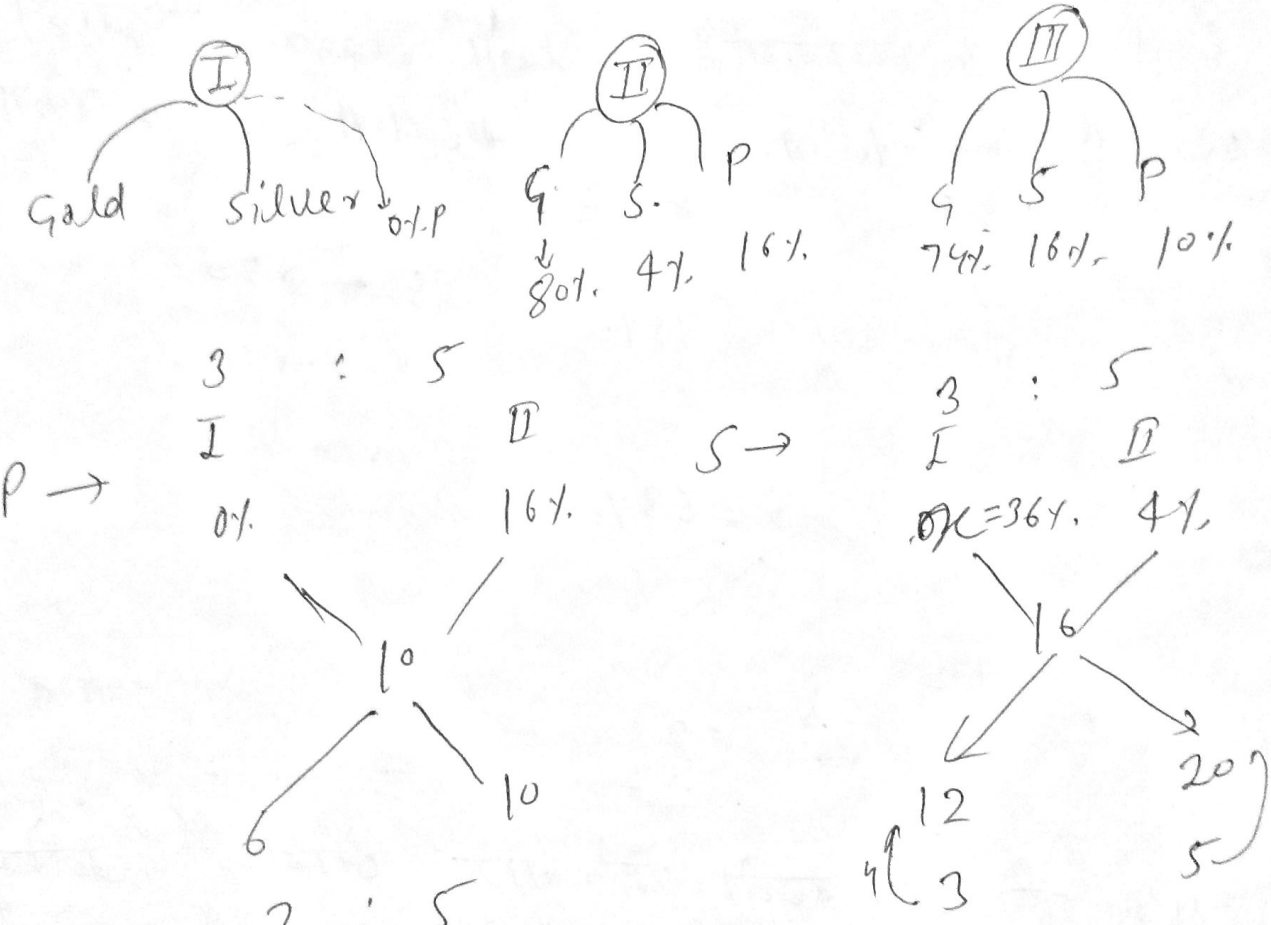
④ 81 लड़के और 54 लड़कियां एक परीक्षा में apply करते हैं। 55% लड़के cutoff clear कर देते हैं 75% लड़कियाँ cutoff clear कर देती हैं। overall कितने % बच्चो ने cutoff clear किया।



⑤ ₹43 को 50 बच्चो में बांटा जाता है प्रत्येक लड़को को 94 पैसे और प्रत्येक लड़कियों को 69 पैसे मिले तो कक्षा में कितने लड़के लड़कियां हैं।

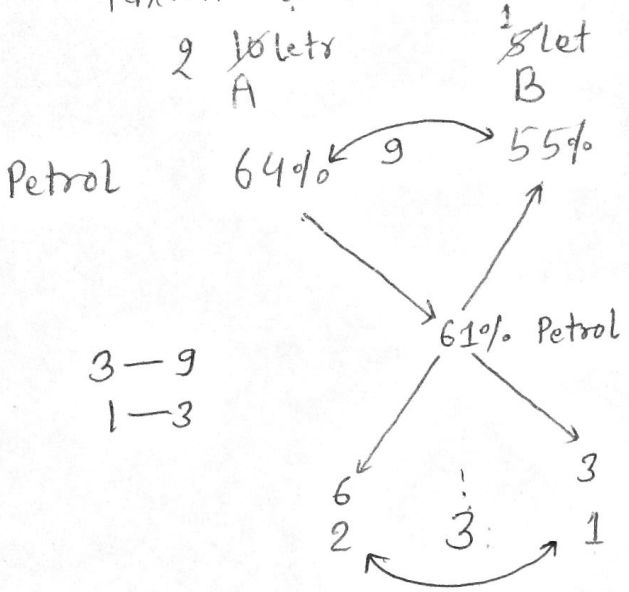


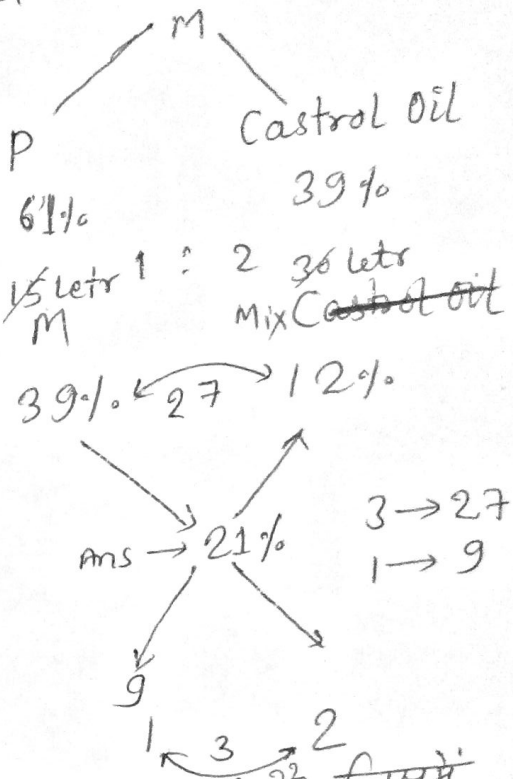
⑥ दो मिश्रण हैं। पहले में सोना और चांदी हैं और दूसरे में सोना, चांदी और प्लेटिनम है सोना 80%, चांदी 4% और प्लेटिनम 16% है जब इन दोनों को मिला दिया गया तो परिणामी मिश्रण में 74% सोना, 16% चांदी और 10% प्लेटिनम है। पहले में कितने % मिश्रण होगा।



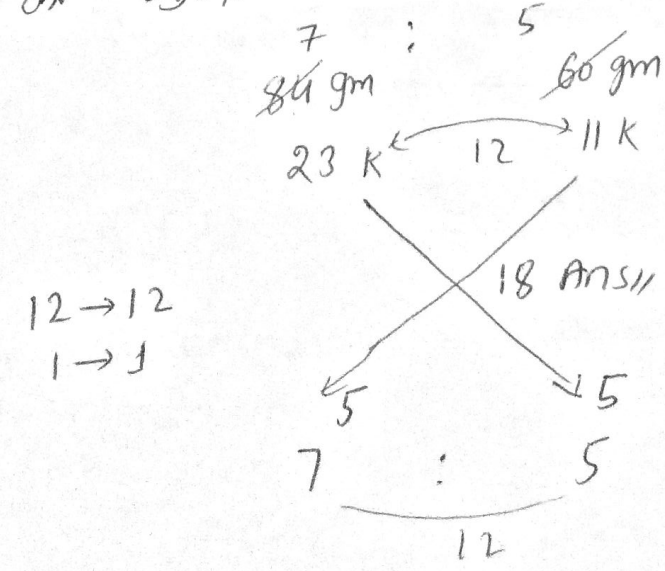
सिल्वर = 36% Gold = 64%

(7) 10 ली० के मिश्रण A में Castrol oil and Petrol है जिसमें 64% Petrol है। 5 ली० के मिश्रण B में जिसमें 55% पेट्रोल है को मिलाकर मिश्रण m बनाया जाता है 30 ली. के मिश्रण C से 12% Castrol oil m में डाल दिया जाता है अन्त में कुल में Castrol oil की % कितना होगा।

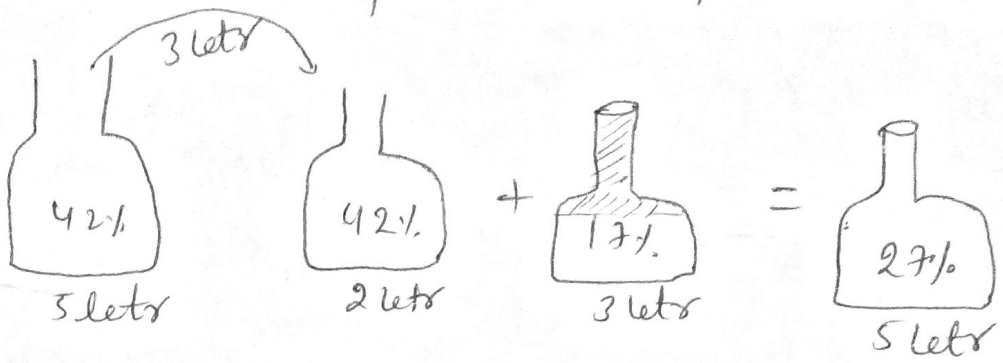


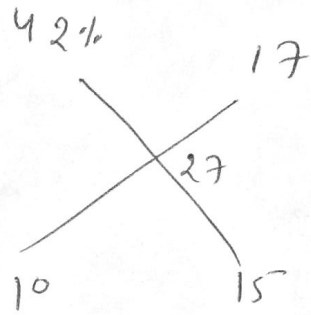


(8) सोने की दो अंगूठी 84 ग्राम और 60 ग्राम की है जिसमें सोने की शुद्धता 23 कैरेट तथा 11 कैरेट है दोनों को मिलाकर एक अंगूठी बनाई जाती है तो उसमें सोने की शुद्धता क्या होगी।



⑨ एक विस्की की बोतल में 42% एल्कोहल है इसमें से कुछ हिस्सा निकालकर उसको 17% एल्कोहल वाली विस्की से बदल दिया। अब उसमें 27% एल्कोहल वाली विस्की है। तो विस्की का कितना हिस्सा खाली हुआ।

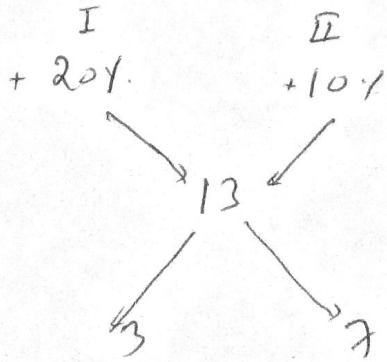




2 : 3

खाली हिस्सा = $\frac{3}{5}$

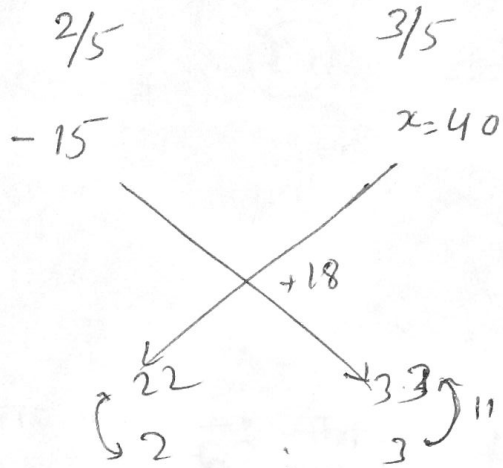
⑩ एक विक्रेता के पास 200 दर्जन आम है वह इसमें से कुछ आमों को 20% लाभ पर बेचता है और बचे को 10% लाभ पर बेचता है। तो उसे सभी आमों पर 13% का लाभ होता है। तो उसने कितने आमो को 20% लाभ पर बेचा



$\frac{3}{10} \times 200 = 60$

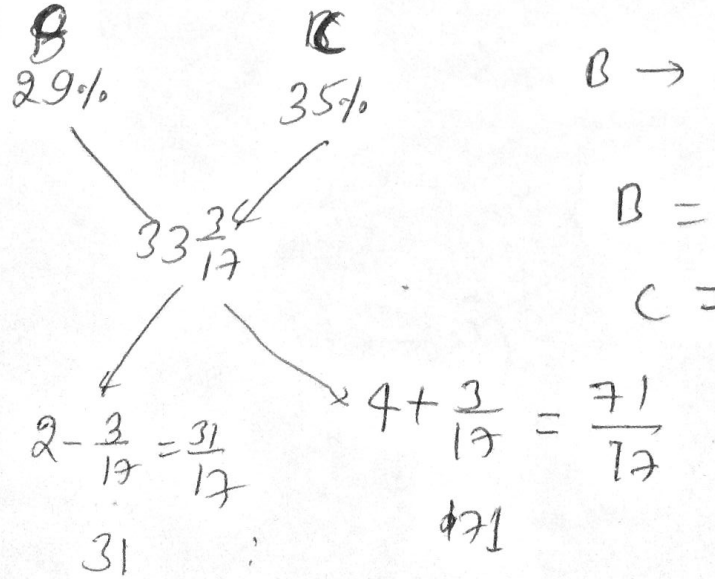
60 आमों को 20% लाभ पर बेचा।

(11) राधा अपनी 2/5 की प्रापर्टी को मजबूरी में 15% हानी पर बेच दी बची हुई प्रापर्टी को कितने % लाभ में बेचा जाए ताकि कुल मिलाकर 18% लाभ हो जबकि उसने 1 प्लाट 1,96,000 में खरीदा था।



(12) एक आदमी ने एक गाय और भैंस को ~~खरीदा~~ ₹10200 में खरीदा।

भैंस को 29% लाभ पर बेच दिया और गाय को 35% लाभ पर बेच दिया। तो कुल मिलाकर $33\frac{3}{17}$% का लाभ हुआ। गाय और भैंस कितने-2 की थी।

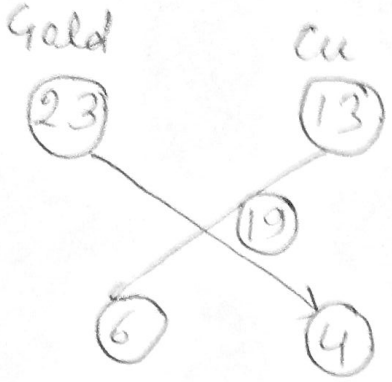


$B \rightarrow \frac{\text{₹}31}{10x} \times 10200^{100}$

$B = 4300$

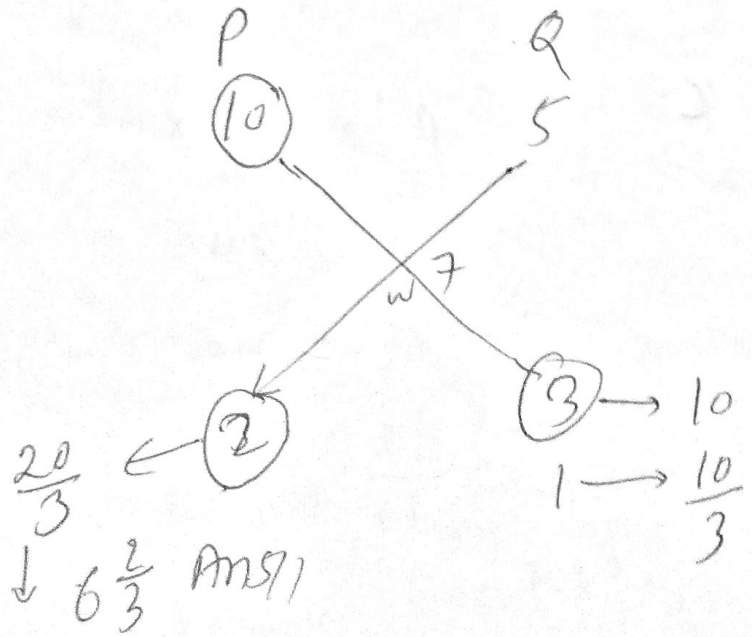
$C = 7100$

(13) सोना पानी से 23 गुना भारी है और तांबा पानी से 13 गुना भारी है। इनको किस अनुपात में मिलाएं कि मिश्रण पानी से 19 गुना भारी हो।

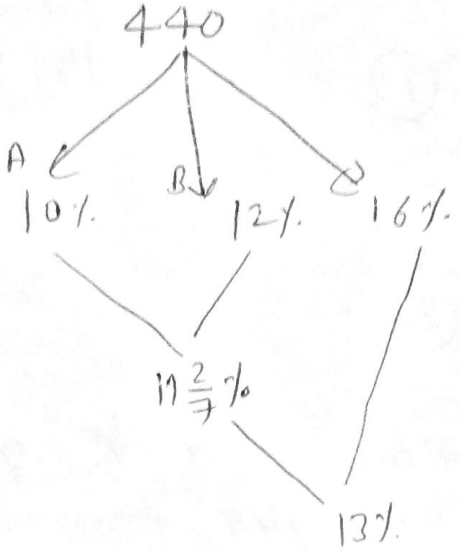


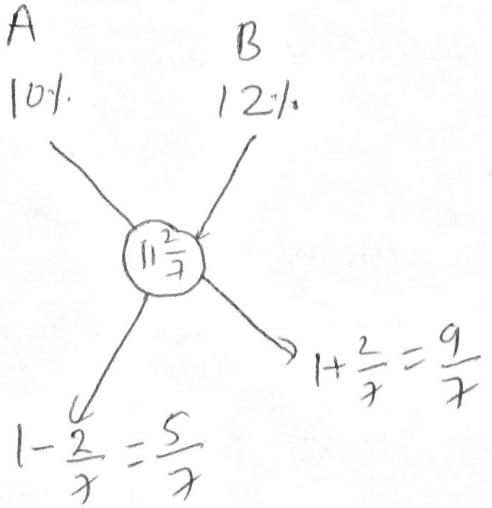
Gold : Cu
3 : 2

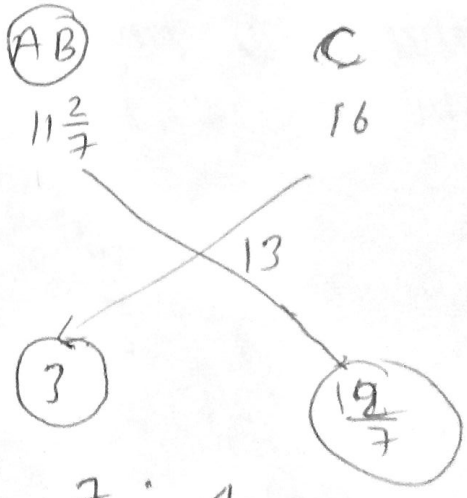
(14) एक Liquid P पानी की तुलना $1\frac{3}{7}$ गुना भारी है पानी एक दूसरे द्रव Q की तुलना में $1\frac{2}{5}$ गुना भारी है कितने ली. P के साथ 10 ली. Q मिलाए कि मिश्रण का वजन पानी के बराबर हो जाए।



(15) 440 रिवलौनो को तीन श्रेणियों A, B, C में बांटा गया A, B, C को क्रमशः 10%, 12%, 16% लाभ पर बेचा गया। श्रेणी A और B से कुल मिलाकर $11\frac{2}{7}\%$ का लाभ होता है जबकि तीनो श्रेणियों को मिलाकर 13% का लाभ होता है। तो तीनों श्रेणी में अलग-2 कितने रिवलौने थे







A : B : C

5 : 9 : 8 → 22 → 440

1 → 20

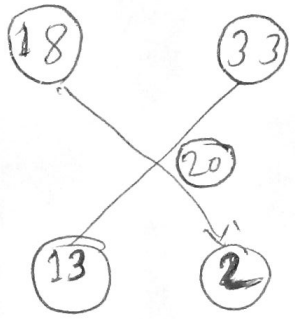
100 180 160

(16) दो बर्तनों में दूध और पानी का अनुपात 3:5 और 11:5 है इन्हें किस R में मिलाया जाए कि दूध और पानी का अनुपात 5:7 हो जाए।

M : W
$3_{x6} : 5 \rightarrow 8_{x6}$
$11_{x3} : 5 \rightarrow 16_{x3}$

M : W
$5_{x4} : 7 \rightarrow 12_{x4}$

M



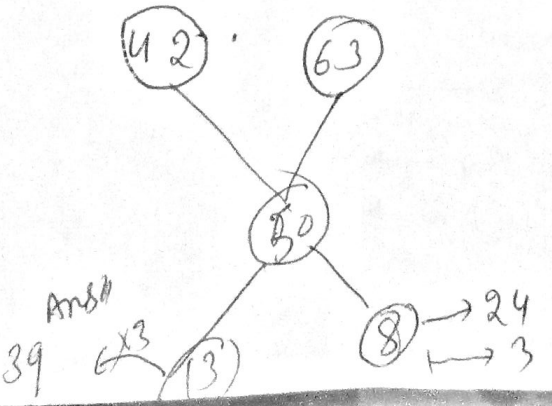
13 : 2 में मिलाया जाए।

(17) दो बर्तनों में दूध और पानी R 7:22 व 21:37 है ~~दोनों~~ कितने ली प्रथम मिश्रण को 24 द्वितीय मिश्रण के साथ मिलाया जाए ताकि दूध और पानी का R 25:62 हो जाए।

M : W
7 : 22 → 29_{x6}
21 : 37 → 58_{x3}

M : W
25 : 62 ⟶ 87_{x2}

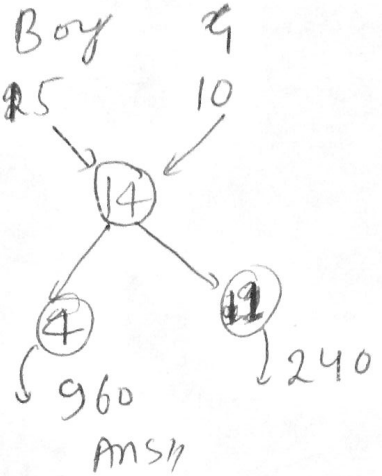
Milk →



(18) लड़के और लड़कियों की सं. R 3:3 है कुल बच्चे 5:7 में Admission लेते हैं सब कुल बच्चे 1200 हो गये। और R 7:5 हो गया। Admission से पहले कितने बच्चे थे।

B : G
5 : 3 → $8_{\times 3}$
5 : 7 → $12_{\times 2}$

7 : 5 → $12_{\times 2}$



45 — 1200
1 → 240

$\frac{19^{36}}{111} = \frac{19^{36}}{3 \times 37}$, जब $\frac{19^{36}}{3} \Rightarrow R = 1$

जब $\frac{19^{36}}{37}$ $R = 1$ यह $\frac{a^{p-1}}{p}$

$N = 3a + 1 = 37b + 1$

$\frac{128^{500}}{153} =$

Power से आगे देखें पद

$\frac{3^{101}}{77}$ जब $\frac{3^{101}}{7}$, $R = 5$

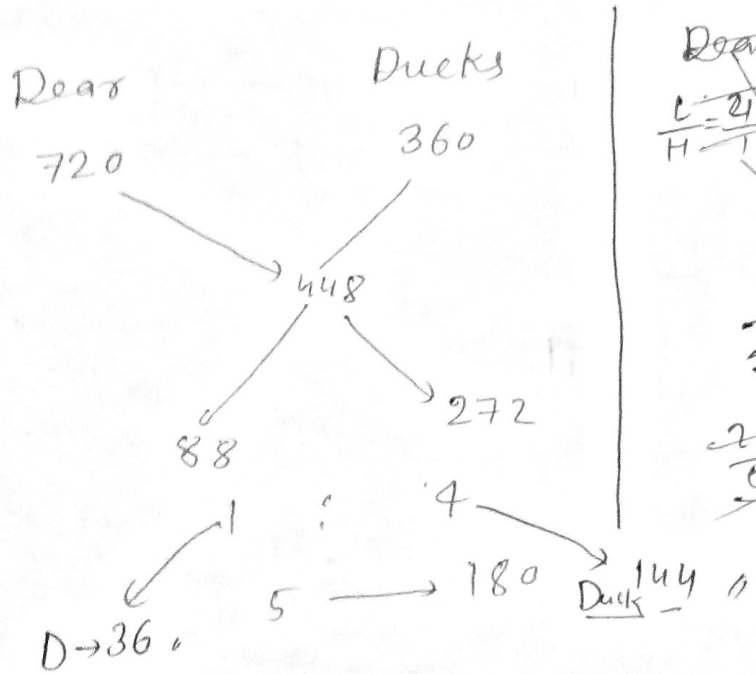
101 को 10 से गुणा, 5 ले पद

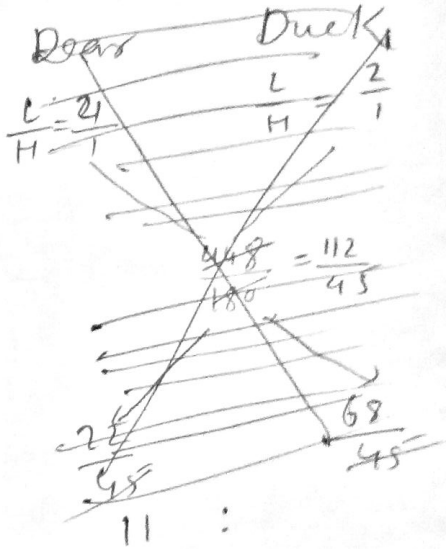
3

3^{10} जब $\frac{3^{101}}{11}$, $R = 3$

3×11

(19) एक चिड़ियाघर में हिरन और बतख हैं यदि उनके सिर गिने जाए तो 180 हैं और पैर गिने जाए तो 448 हैं। हिरन और बतख की संख्या है –





(20) दो बर्तनों में दूध और पानी का अनुपात 3:5 और 11:5 है। पहले वाले मिश्रण के 65 ली. को दूसरे वाले मिश्रण के कितने ली. के साथ मिलायें कि दूध और पानी का Ratio 5:7 हो जाये?

m : w

$3_{\times 6}$: 5 → 8×6

$11_{\times 3}$: 5 → 16×3

m : w

$5_{\times 4}$: 7 → 12×4

Milk → w

18 : 33

20

13 (×5) : 7 (×5)

65 : 105

जब C.P = SP

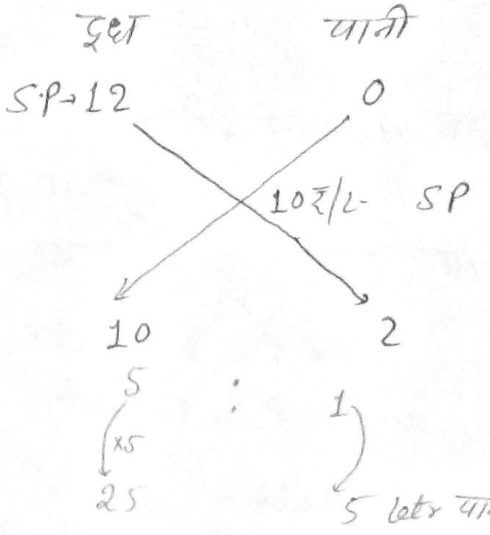
(21) एक बेईमान इंधिया 10 ₹/ली० दूध खरीदकर लाता है और उसमें 5 ली० पानी मिला देता है और फिर उसको 10 ₹/ली० ही बेच देता है और उसे 20% का लाभ होता है तो उसने कितना दूध खरीदा था?

'I' एक बेईमान इंधिया 10 ₹/ℓ

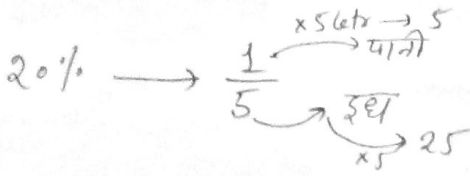
दूध का C.P → 10 ₹/ℓ

$\downarrow \times \frac{1}{5}$

S.P → 12 ₹/ℓ



(II)



(22) एक बेईमान दूधिया 40 ली० दूध 193 ₹/ℓ खरीदकर लाता है। और उसमें कितना पानी मिलाकर उसको 193 ₹/ℓ ही बेचे कि 25% का लाभ हो।

$25\% = \frac{1}{4} = \frac{10}{40}$ → पानी
40 → दूध

जब C.P < SP

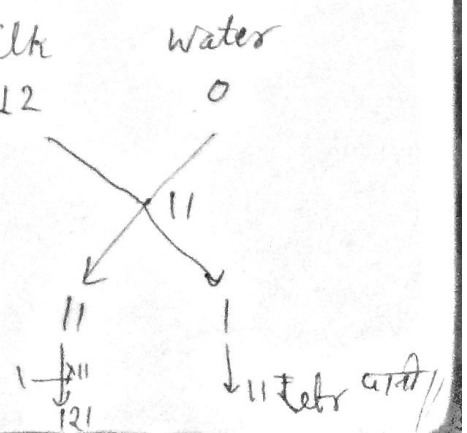
(23) एक बेईमान इंधिया 121 ली० दूध खरीदकर लाता है जिसकी कीमत 10 ₹/ℓ है उसमें कितना पानी मिलाए और उसे 11 ₹/ली में बेचे जिससे कि उसे 20% का लाभ हो।

(I) दूध का C.P. = 10 ₹

P → 20% SP = $10 \times \frac{1}{5}$

= 2

SP = 12 ₹



(II) दूध : पानी
110% : 10%

(11 : 1)
121 → 11 ltr पानी mix

10 $\xrightarrow{+1}$ 11

$\frac{1}{10} \times 100 = 10\%$ ज्यादा है m

(24) एक बेईमान दुधिया 10₹/ltr से कुछ दूध खरीदकर लाता है और उसमें 5 ltr पानी मिलाता है उसे 12₹/ltr से बेचता है तो उसे 30% का लाभ होता है।

(I) C.P = 10₹/ltr
S.P = 13₹/ltr

(II) milk water
120% 20%

(12 : 1)
Milk 60 ltr ← 5

milk water
13 0
↘ ↙
12
↙ ↘
12 : 1
Milk 60 ltr ← 5

10 $\xrightarrow{+2}$ 12

$\frac{2}{10} \times 100$
= 20%

(25) एक दुधिया 6.4 ₹/ltr की दर से दूध खरीदता है वह पानी मिलाता है और उसे 8₹/ltr की दर से बेचता है इस तरह वह 37.5% का लाभ कमाता है ग्राहक द्वारा ग्राह्य पानी और दूध का अनुपात क्या होगा ?

M : W
125% : 12.5%

10 : 1

6.4 $\xrightarrow{+1.6}$ 8

$\frac{1.6}{6.4} \times 100 = 25\%$
4

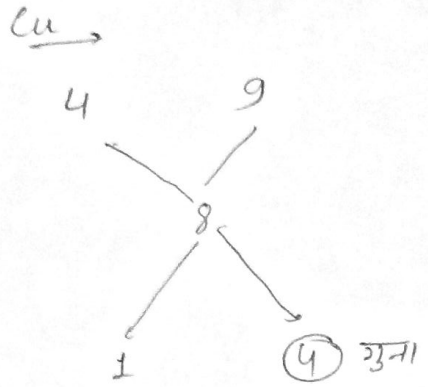
(26) दो मिश्र धातु जो Cu और Al मिश्रधातु से बनी हैं। पहले मिश्र धातु में Cu, Al का आधा है और दूसरे मिश्र धातु में Cu, Al का 3 गुना है कितना गुना दूसरे मिश्र धातु को पहले मिश्रधातु में मिलाया जाए कि नई मिश्र धातु में Cu, Al का दुगुना हो जाए।

Cu : Al

1 : 2 → 3×1

3 : 1 → 4×3

2 : 1 → 3×4



(27) एक बर्तन में दूध और पानी का Ratio 3:8 है हमने उसमें कुछ दूध मिलाया तब अनु 5:4 होगया और हमने 18 ली० पानी मिलाया तो Ratio 4:5 हो गया दूध की मात्रा ज्ञात कीजिए।

m : w

3 : 8 ×2

5 : 4 ×4

4 : 5

m → +x

+18 ltr - w

milk 28 ltr m : w

×2 ↑ 14

16 : 16

20 : 16

9 → ×2 → 18

20 : 25

"Mixture मिश्रण"

① एक मिश्रण में दूध और पानी का R 3:7 है इसमें 10 ली० पानी और मिलाया जाए तो ये R 1:3 हो जाता है दूध की प्रारम्भिक मात्रा ज्ञात करो।

①

M : W

3 : 7

1 : 3

0 10

$2 \rightarrow 10$

$1 \rightarrow 5$

$3 \rightarrow 15$ //

② 45 ली० के एक मिश्रण में दूध और पानी का R 4:5 है। इसमें 5 ली० दूध और 10 ली० पानी मिला दिया जाए, तो अब दूध और पानी का R क्या होगा?

M : W

4 : 5 $\longrightarrow$ $9 \longrightarrow 45$

$+1$ $+2$ $1 \longleftrightarrow 5$

$2 \longleftrightarrow 10$

5 : 7 //

③ एक बर्तन में दूध और पानी का R कुछ है। इसमें 16 ली० पानी निकाला तो R 3:4 हो गया फिर 35 ली० दूध निकाला तो R 2:5 हो गया। पानी की प्रारम्भिक मात्रा = ?

प्र० मान $\frac{116}{-16}$ ltr //

M W

-16

$3_{\times 5}$: $4_{\times 5}$

-35

$2_{\times 4}$: $5_{\times 4}$

$35 \leftarrow 7$

$5 \leftarrow 1$

M : W

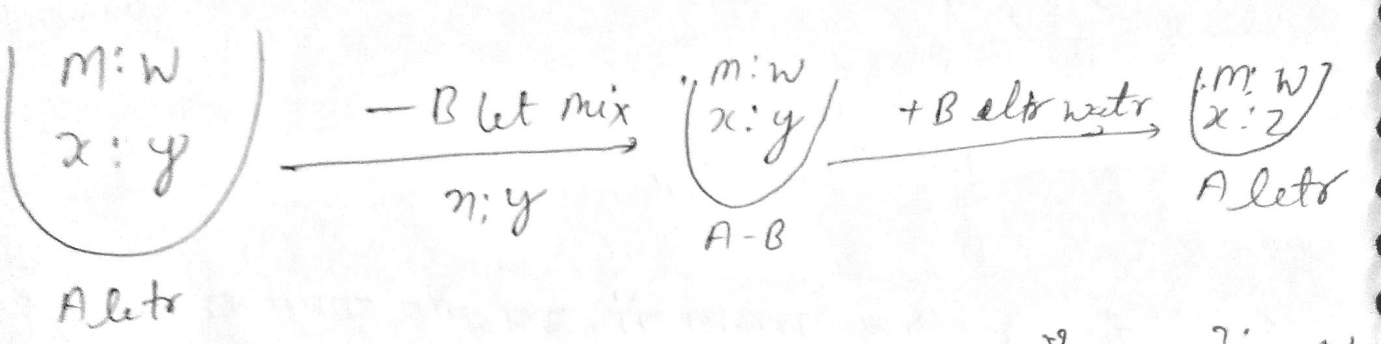
15 : 20 $\rightarrow 100$

8 : 20

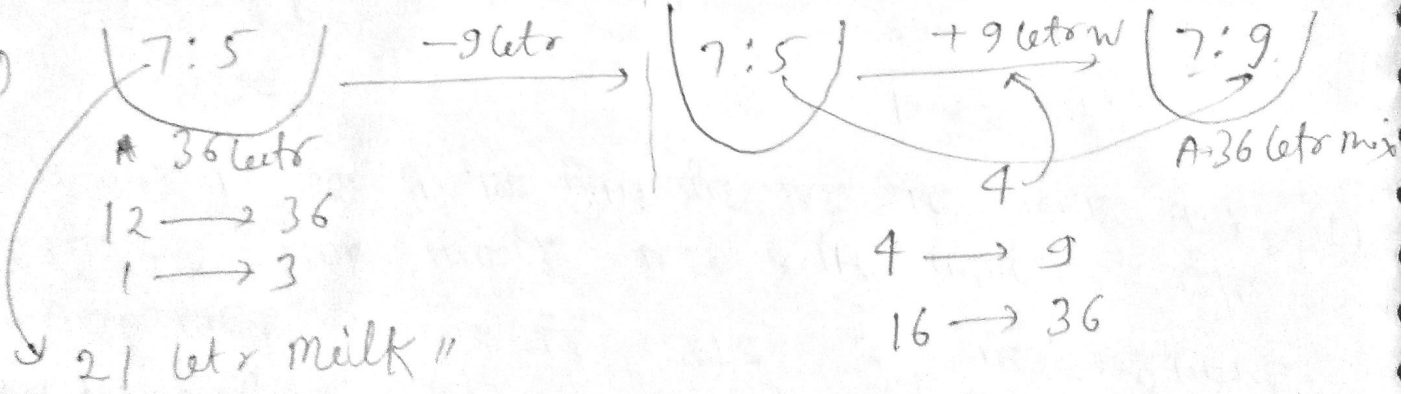
④ 66 ली० के एक मिश्रण में दूध और पानी का R 5:6 है, इसमें 12 ली० पानी मिला दिया गया तो अब अनुपात क्या होगा?

5 : 6 ⇝ 11 ⟶ 66
+2 1 ⟶ 6
2 ⟵ 12
5 : 8 //

Rule →

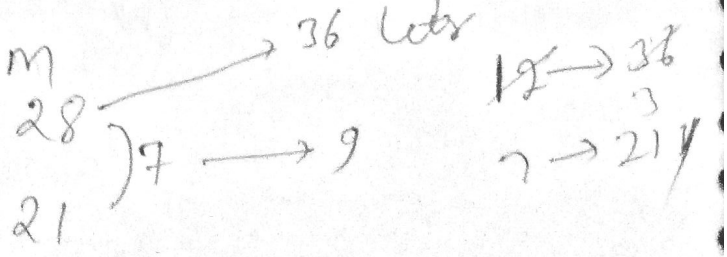


⑤ एक बर्तन में दूध और पानी का R 7:5 है इसमें 9 ltr मिश्रण निकालकर उतना ही पानी डाल दिया। अब मिश्रण में दूध और पानी का R 7:9 हो गया। दूध की प्रा० मात्रा कितनी थी?

① 

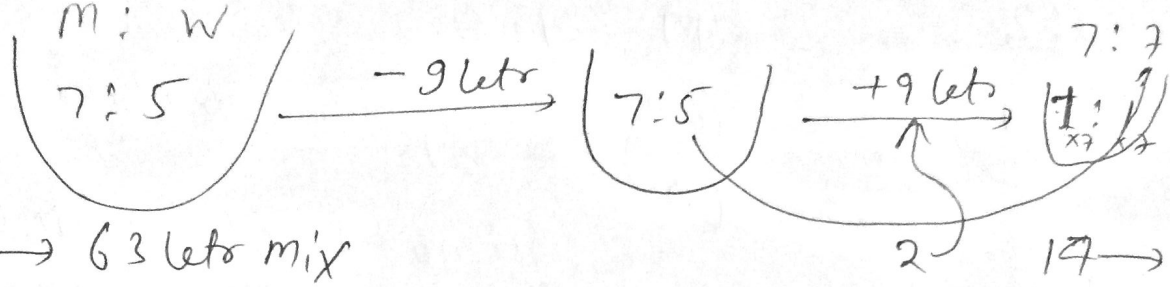
T. mix

② m : w
7 : 5 ⟶ 12x4
7 : 9 ⟶ 16x3



⑥ एक बर्तन में दूध और पानी का R 7:5 है। इसमें 9 लीटर मिश्रण निकाल कर उतना ही पानी डाल दिया तो अब यह R 1:1 हो जाता है तो दूध का प्रा. मात्रा ज्ञात करें।

(I)



12 → 63 ltr mix

2 → 14 → 63

1 → $\frac{63}{12}$

7 → $\frac{63 \times 7}{12} = 36\frac{3}{4}$

(II)

m : w

7 : 5 → 12

1 : 1 → 2×6

m → 63

7) 1 − 9

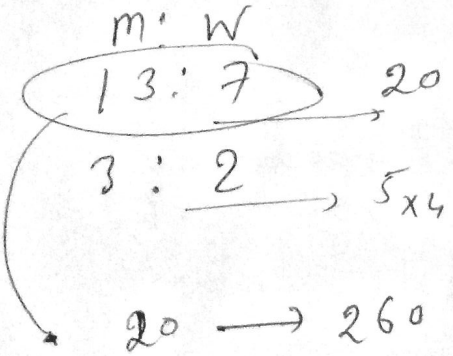
6

12 → 63

7 → $\frac{7 \times 63}{12}$

Initial milk → $36\frac{3}{4}$ ltr

⑦ एक बर्तन में दूध और पानी का R 13:7 है। इसमें 20 ltr मिश्रण निकालकर उतना ही पानी डाल दिया तो R 3:2 हो गया। दूध की प्रा. मात्रा. = ?



20 → 260

1 → 13

12 → 169

T. Mixture

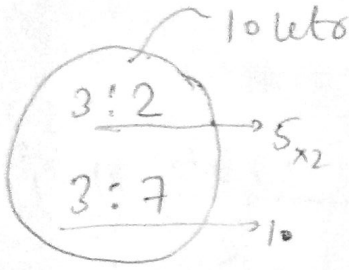
Milk → 260 ltr

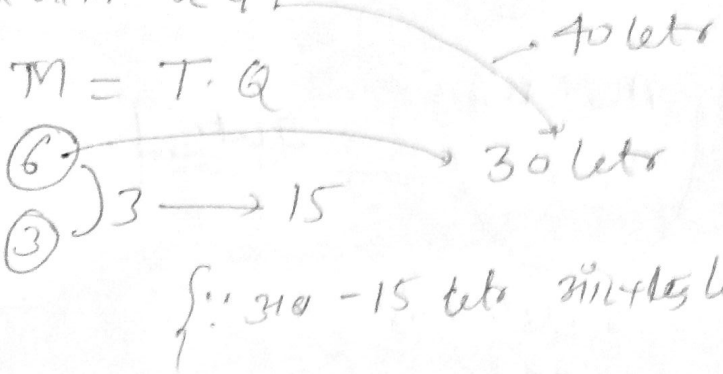
13) 1 — 20

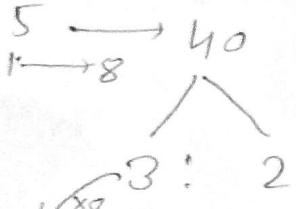
12

(8) एक बर्तन में दूध और पानी का R 3:2 है इसमें से 25 ली० मिश्रण निकाला और 15 ली० पानी डाल दिया तो अब R 3:7 हो गया। दूध का प्रा० मात्रा ज्ञात करो।

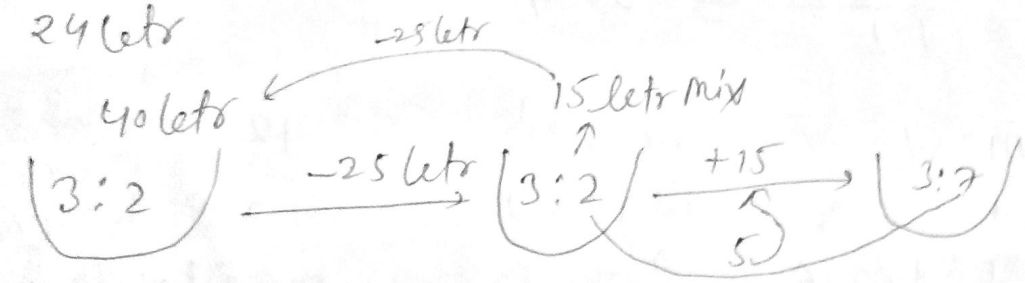
(I)



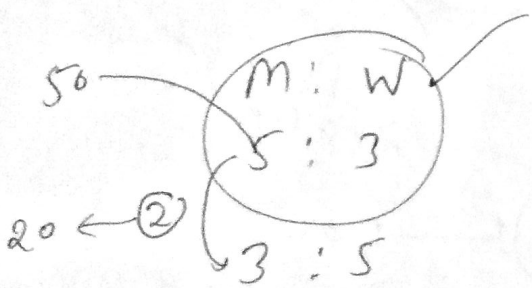




(II)



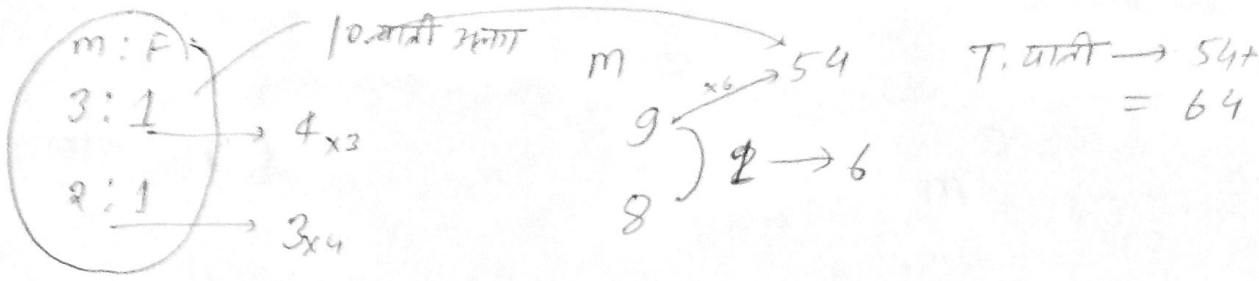
(9) एक बर्तन में दूध पानी का R 5:3 था, 28 ltr मिश्रण निकालकर 20 लीटर पानी डाल दिया। तब R 3:5 हो जाता है T·Q of Mixture = ?



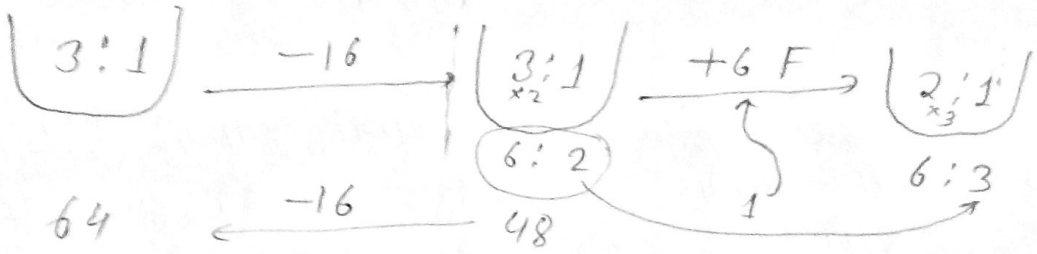
T·Q = 50+8 = 58

(10) एक बस में पुरुषों और महिलाओं का R 3:1 है। 16 यात्री एक स्टापेज पर उतरते हैं और 6 महिलाएं चढ़ती हैं तो इनका R 2:1 हो जाता है। जरूरत में कितने यात्री थे।

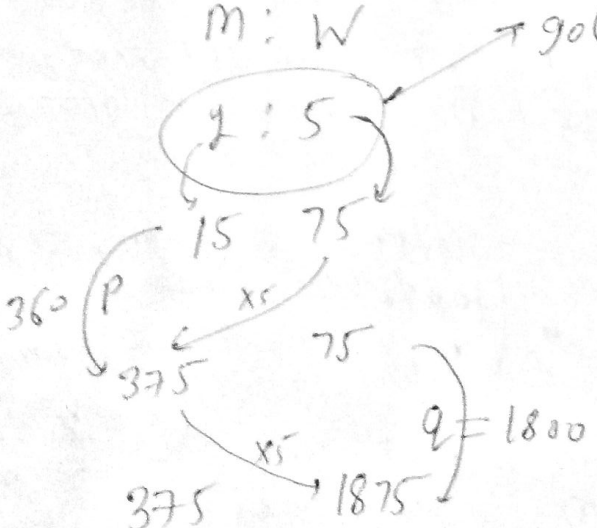
(i)



(ii)



(11) एक बर्तन में दूध और पानी का मिश्रण 120 ली० है जिसमें 1/6 भाग दूध है। इसमें 30 ली० पानी निकाला मिश्रण है और 'P' लीटर दूध मिला दिया तो अनुपात पहले का उल्टा हो गया फिर उसने 'q' लीटर पानी मिला दिया तो R फिर से पहले का उल्टा हो गया तो q−P का मान क्या होगा ?



q−R = 1800−360 = 1440 ltr

(12) एक बर्तन में दूध और पानी का R, 5 : 3 है। मिश्रण का कितना भाग निकालकर उतना ही पानी डाल दिया जाए जिससे R 1 : 1 हो जाता है। कितना भाग निकाला गया था।

1 ltr निकाला गया था।

M : W

5 : 3 → 8

1 : 1 → 2×4

5 : 3
4 : 4) 1

$\frac{1}{5}$

(13) एक बर्तन में दूध और पानी का R 2 : 1 है। मिश्रण का कितना भाग निकालकर उतना ही पानी डाल दिया जाए जिससे R 5 : 3 हो जाता है। कितना भाग निकाला गया था।

1 ltr, 16 से निकाला गया तो शेष भाग = $\frac{1}{16}$

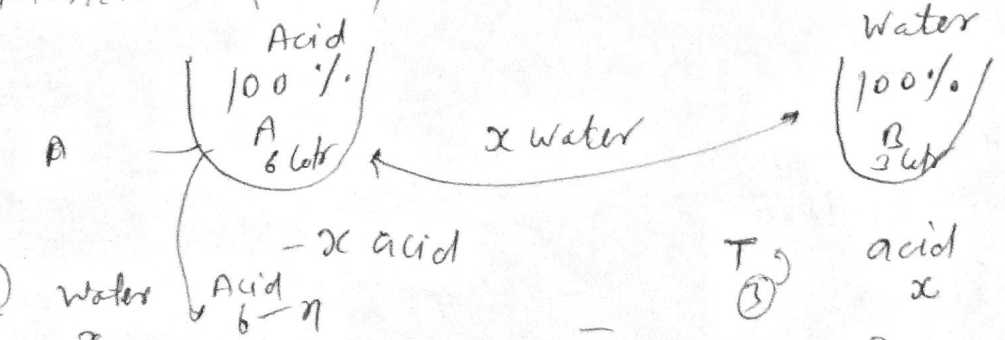
M : W

2 : 1 → 3×8

5 : 3 → 8×3

milk
16
15) 1

(14) दो अलग-2 बर्तनों में दो विभिन्न सान्द्रण के मिश्रण हैं। A में 6 लीटर और ~~इससे~~ B में 3 ली. है। इनमें दोनों बर्तनों से समान मात्रा निकाली और इसरे में डाल दी। अब इनकी सान्द्रण मात्रा बराबर हो गई। तो कितनी लीटर मात्रा निकाली गई थी।



$\frac{6-x}{6} \times 100 = \frac{x}{3} \times 100$

$6 - x = 2x$

$x = 2$

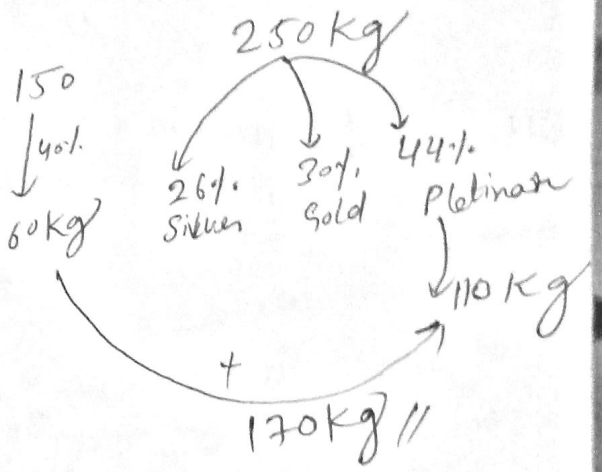
$x = 2$ ltr

(15) सोना, चांदी और प्लेटिनम के दो मिश्रण हैं पहले मिश्रण में 40% प्लेटिनम है दूसरे में 26% चांदी है, दोनों मिश्रण में सोना की मात्रा समान है। यदि पहले मिश्रण के 150 kg को, दूसरे मिश्रण के 250 kg के साथ मिला दिया जाए तो अब जो नया मिश्रण है उसमें 30% सोना है तो मिश्रण में प्लेटिनम की मात्रा कितनी है।

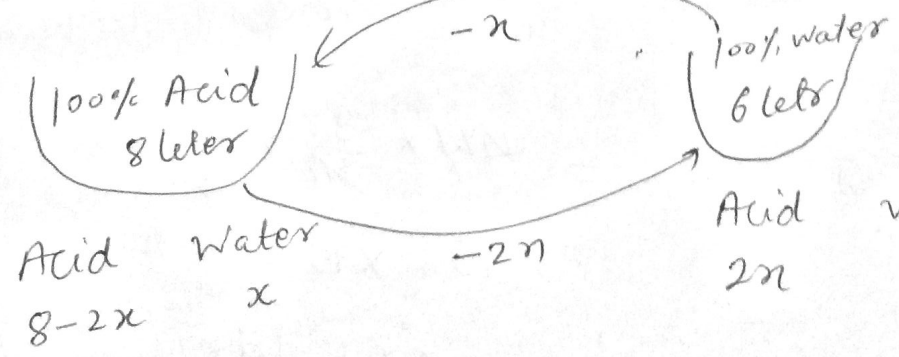
x	y	x+y
a%	a%	b%

$$a\%(x+y) = b\%(x+y)$$

$$a\% = b\%$$



(31) (16) दो अलग-2 सान्द्रण के मिश्रण हैं A में 8 ली., और B में 6 ली. है। इसने पहले बर्तन से 2x मात्रा निकाली और दूसरे बर्तन से x ली. मात्रा निकाली, अब ये एक-दूसरे में डाल दिया। अब इनकी सान्द्रण मात्रा बराबर हो गई। तो $x = ?$



Totale	Acid	Water
$8-x$	$8-2x$	x

Acid	water	Totale
$2x$	$6-x$	$6+x$

$$\frac{8-2x}{8-x} \times 100\% = \frac{2x}{6+x} \times 100\%$$

$x = 2.4$

$$48 - 8x - 12x - 2x^2 = 16x - 2x^2$$

(I) (A ltr Pure M) $\xrightarrow[+\text{B ltr पानी}]{-\text{B ltr milk}}$ (A: M, W) $\xrightarrow[+\text{B ltr water}]{-\text{B ltr mix}}$ ....

Remaining Quantity of milk = Initial Quantity of Milk $\left(1 - \frac{B}{\text{total quantity}}\right)^n$

B – निकाली गई मात्रा, n → no of times

(II) (A ltr M + B ltr W) $\xrightarrow[+\text{B ltr पानी}]{-\text{B ltr mix}}$ 3 times

शेष दूध की मात्रा $= A\left(1 - \frac{B}{A+B}\right)^3$

$= A\left(\frac{A}{A+B}\right)^3$

शेष दूध की मात्रा $= \frac{A^4}{(A+B)^3}$

(20) एक बर्तन में 400 L दूध है। इसने 20 ltr दूध निकालकर उतना ही पानी डाल दिया और फिर 10 ltr मिश्रण निकालकर उतना ही पानी डाल दिया। अब उसमें कितना दूध बचा?

$\frac{10}{400} = \frac{1}{40}$, $\frac{10}{400} = \frac{1}{40}$

शेष दूध की मात्रा $= 400 \times \frac{39}{40} \times \frac{39}{40}$

$= 19.5 \times 19.5$

$= 380.25$ ltrs

(21) एक बर्तन में 200 ltr दूध है। हमने 20 ltr दूध निकाला और उतना ही पानी डाल दिया अब उसके बाद 40 ltr मिश्रण निकाला और उतना ही पानी डाल दिया। तो अब उसमें कितना दूध बचा है?

$\text{first} = \frac{20}{200} = \frac{1}{10}$, $\text{second} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5}$

शेष दूध की मात्रा $= 200 \times \frac{9}{10} \times \frac{4}{5}$

$= 144$ ltr

Ratio $= 144 : 56 = 18 : 7$ ॥

(24) एक बर्तन में 400 ltr दूध है। पहले हमने 20 ltr दूध निकाला और उतना ही पानी डाल दिया फिर 40 ltr मिश्रण निकाला और उतना ही पानी डाल दिया फिर 60 ltr मिश्रण निकाला और उतना ही पानी डाल दिया तो अब दूध और पानी का Ratio = ?

$\text{First} = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}$, $\text{Sec} = \frac{40}{400} = \frac{1}{10}$, $\text{Third} = \frac{60}{400} = \frac{3}{20}$

शेष Milk $= 400 \times \frac{19}{20} \times \frac{9}{10} \times \frac{17}{20}$

$\frac{\text{Milk}}{\text{Mixture}} = \frac{2907}{4000}$ Water $= 4000 - 2907 = 1093$

Milk : Water $= 2907 : 1093$

(26) एक बर्तन में कुछ शुद्ध दूध है हमने 5 ltr दूध निकालकर उतना ही पानी डाल दिया ये प्रक्रिया 2 बार की गई तो अब उसमें दूध और पानी का Ratio 64:17 है। शुरुआत में दूध की मात्रा कितनी थी।

m : w =
64 : 17 } ∵ Totale को ही शुद्ध दूध मान लिया

T : m
81 : 64 ⟶ दो बार के बाद
9 : 8 ⟶ एक बार के बाद

1 ⟶ 5
45 ltr

(28) एक बर्तन में O_2 और N_2 का मिश्रण है जिसमें O_2 की मात्रा का कुल मिश्रण का 16% है। हमने मिश्रण की कुछ मात्रा निकालकर उतनी ही N_2 मिला दिया। यह प्रक्रिया कुल 2 बार किया गया। अब उसमें बची O_2 की मात्रा मिश्रण की मात्रा का 9% है यदि कुल मिश्रण 8 ltr हो तो कितनी मात्रा निकाली गई।

Total : O_2
16% : 9% ⟶ दो बार के बाद
⟶ एक बार के बाद

4 : 3
1
4 ltr
8

(32) दो बर्तनों में दूध और पानी का Ratio 3:5 और 1:7 है। यदि इन दोनों बर्तनों की क्षमता का Ratio 1:2 है और दोनों को एक-दूसरे बर्तन में पलट दिया जाए तो तीसरे बर्तन में दूध और पानी का Ratio क्या होगा?

Milk : Water

3 : 3 → $5_{\times 9}$

5 : 4 → $9_{\times 5}$

Milk : water

18 : 27

25 : 20

43 : 47 //

(36) तीन बर्तन में दूध और पानी का Ratio 3:1, 4:3, 9:2 है। तीनों की capacity 6:4:3 है तीनों को चौथे बर्तन में मिला दिया तो चौथे बर्तन में M:W = ?

(36)

M : W

3 : 1 → 4 → 7 × 63

4 : 3 → 7 → 4 × (45)₂

5 : 2 → 7 → (45) × 3 / 2

M : W

63 : 21

32 : 24

30 : 12

125 : 57

~~(41) (48) तीन बर्तन जिनकी क्षमताएं 3:2 1 है और जो इसी तरह से m और w के मिश्रण से भरे हैं तीनों में M:W = 5:2, 4:1, और 4:1 है~~

$$K = 25\% = \frac{1}{4}, \text{शेष} = \frac{3}{4}$$

$$P = \frac{2}{3}, \text{शेष} = \frac{1}{3}$$

$$50\% \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = 12.5\%$$

(48) एक विलयन में 20% पेट्रोल है, 50% डीजल और 30% केरोसीन है। इस विलयन के 25% को केरोसीन से बदल दिया जाता है अब उस विलयन के 2/3 भाग को पेट्रोल से बदल दिया जाता है नये विलयन में डीजल की % ज्ञात करो?

(25) दो बर्तनों में दूध और पानी का R 3:4 और 5:6 है। यदि इन दोनों की क्षमता का R 1:2 है। पहले बर्तन के पूरे तथा दूसरे बर्तन के आधे मिश्रण को एक तीसरे बर्तन में डाल दिया तो तीसरे बर्तन में दूध और पानी का R क्या होगा?

M : W	M : W
3 : 4 → 7 × 11	33 : 44
5 : 6 → 11 × 7	35 : 42
	68 : 86
	34 : 43 ॥

(26) तीन बर्तन जिनकी क्षमताएं 3 : 2 : 1 हैं और जो पूरी तरह से दूध और पानी के मिश्रण से भरे हुए हैं। तीन बर्तन में दूध और पानी का R क्रमशः 5:2, 4:1 और 4:1 हैं नये मिश्रण में पानी की प्रतिशतता ज्ञात करें। जबकि 1/3 पहले का 1/2 दूसरे का तथा 1/7 तीसरे का निकालकर एक दूसरे में मिला दिया गया।

M : W		॥
5 : 2 → 7 ×	5 × 3 × 1/3	25 : 10
4 : 1 → 5	× 7 × 2 × 1/2	28 : 7
4 : 1 → 5	× 7 × 1 × 1/7	4 : 1
		57 : 18
		19 : 6 ← 25
		24% ← 100

W की % = $\frac{10+7+1}{75} \times 100 = 24\%$

(4) एक मिश्रधातु में Zn, Cu, Sn का R क्रमशः 2:3:1 है। दूसरी मिश्रधातु में Cu, Sn और सीसे का R 5:4:3 है। यदि समान भार वाली इन मिश्रधातुओं को एक साथ पिघलाया जाए तो एक नई मिश्रधातु बनती है। नए मिश्रधातु में सीसे का प्रति kg भार होगा?

Cu : Sn : सीसा
5 : 4 : 3

$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

इसरे Ratio में सीसा की माना है तो हम पहले Ratio को Ignore कर देंगे।

(5) 54 ली० अम्ल के एक बर्तन से कुछ लीटर अम्ल निकाला गया। उतना ही पानी डाला गया। फिर से उतनी मात्रा का मिश्रण निकाला गया और उसकी जगह पानी डाला गया। अन्त में 24 ली० शुद्ध अम्ल बचता है शुरुआत में कितना अम्ल निकाला गया था?

T Acid : शेष Acid
54 : 24
2 times बाद 9 : 4
1 times बाद 3 : 2

1 → 18 ltr
3 → 54

(29) तीन गिलास जिनके आकार 2 ltr, 5 ltr और 9 ltr है इन्हें दूध और पानी के मिश्रण से भरे हुए हैं। जिनमें दूध का प्रतिशत 90%, 80% और 70% है। तीनों बर्तनों के मिश्रण को एक नये मिश्रण में डाल दिया जाता है। मिश्रण में दूध और पानी का क्या Ratio होगा?

	Milk : Water		Milk : Water
9	9 : 1	2	18 : 2
8	8 : 2	5	40 : 10
7	7 : 3	9	63 : 27
			121 : 39 "

(30) एक बर्तन जिसकी क्षमता 2 ltr है जिसमें 25% एल्कोहल और दूसरा बर्तन जिसकी क्षमता 6 ltr है में 40% एल्कोहल है। कुल 8 लीटर द्रव्य को 10 ltr क्षमता वाले बर्तन में डाला जाता है और बर्तन के शेष भाग को पानी से भर दिया जाता है। तो नये मिश्रण में एल्कोहल की सान्द्रता कितनी होगी?

2 का 25% = 0.5

6 का 40% = 2.4

$$\frac{0.5+2.4}{10} \times 100 = 29\%$$

(31) एक मिश्र धातु जो केवल Zn और Cu से मिलकर बनी है। जिसमें 15 ग्राम के धातु के मिश्रण में Zn और Cu का R उनके वजन के हिसाब से 2:3 है यदि 10 ग्राम Zn को मिला दिया जाए तो कितना Cu ग्राम धातु से निकाला जाए कि मिश्र धातु में Zn और Cu का वजन का R 4:1 हो

Zn : Cu

2 : 3 → 5 → 15

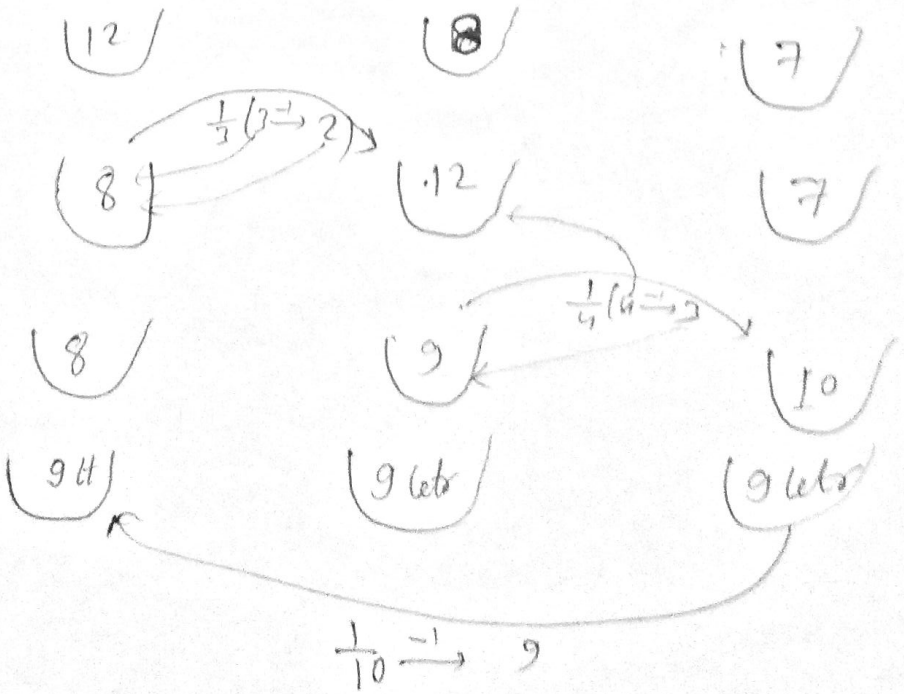
6 : 9 1 → 3

+10

16 : 9 → 25 gram

4 : 1 (×4) 5 gram ~~25 gr~~

(32) तीन बर्तनों में कुछ दूध है पहले भाग का 1/3 निकालकर दूसरे में डाल दिया दूसरे से 1/4 निकालकर तीसरे में डाल दिया। तीसरे से 1/10 निकालकर पहले में डाल दिया। अब तीनों में 9-9 लीटर दूध है प्र० में कितना-2 दूध था।



(33) किसी मिश्रधातु A में ताबा और Sn 2:3 में है जबकि एक अन्यमिश्रधातु B में यही 3:4 है। यदि 20 kg A, 28 kg B तथा कुछ ~~कुछ~~ और अधिक मात्रा ताबे को मिलाकर तीसरा मिश्रण धातु C बनाया गया। ~~जिसमें~~ ताबा और टिन 6:7 में है what is the quality of copper mixed in the 'C'.

ताँबा : टिन

2 : 3

3 : 4 +4

8 : 12

12 : 16

24 : 28

6 : 7

(4) Ans

20

28

48

+4

52

6 : 7

13

तो 13 से विभाज्य

Classification of Numbers

SANJAY MAURYA

Decimal Number System:- (दशमलव संख्या पद्धति) 10 digits (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

e.g. 4679 made from above digits.

Face Value :- (अंकीयमान)

Face value = No. itself in decimal Number System.

e.g. face value of 4 is 4.

6 = 6

7 = 7.

Place Value:- (स्थानीयमान)

4679

Place value of 6 = 6∞

Place value of 7 = 70

Place value of 4 = 4000

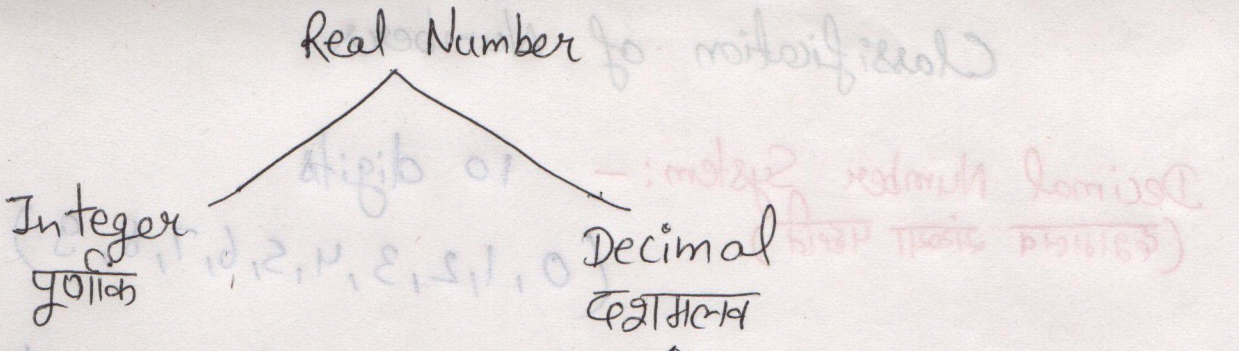
Place value of 9 = 9

Note: Unit digit में Face Value = Place Value होती है।

Complex Number (समिश्र संख्या)

- Real Number (वास्तविक संख्याएं) $-\infty$ to $+\infty$
- Imaginary Number (काल्पनिक संख्याएं) iota $= i = \sqrt{-1}$, $i^2 = -1$

AMBITION LIBRARY



(Terminating)
Repeating
↓
① Can be written in $\frac{p}{q}$ form.
② It is also called rational number.
(प्रमेय संख्या)

e.g. $0.5 = \frac{5}{10}$

$0.\overline{3} = \frac{3}{9}$

(Non-Terminating)
Non-repeating
↓
① Can't be written in $\frac{p}{q}$ form.
② It is also called irrational number.
(अप्रमेय संख्या)

e.g. $\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}$

Q. Find rational number between a and b.

Sol. ① $\frac{a+b}{2}$ Ans. ② $\frac{ak+b}{k+1}$ $(k = 1, 2, 3 \ldots)$ Ans.

Q Find irrational number between a and b.

Sol. $= \sqrt{ab}$, $= \sqrt[n]{ab}$.

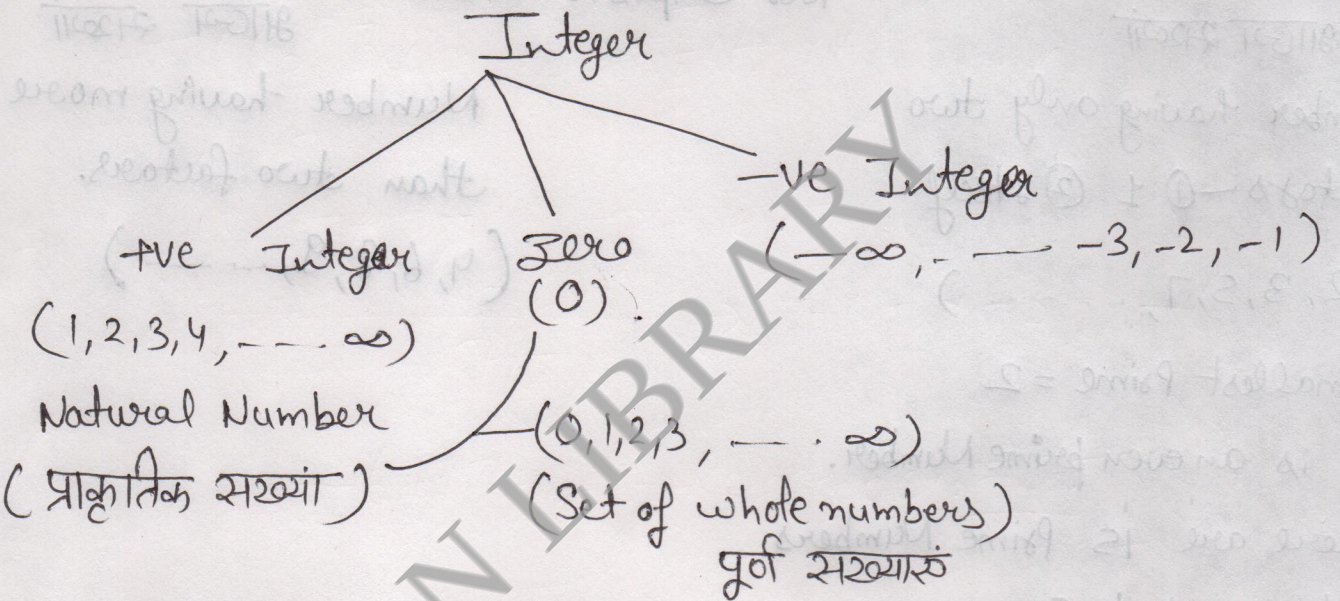
Q. Find irrational number between 2 and 3.

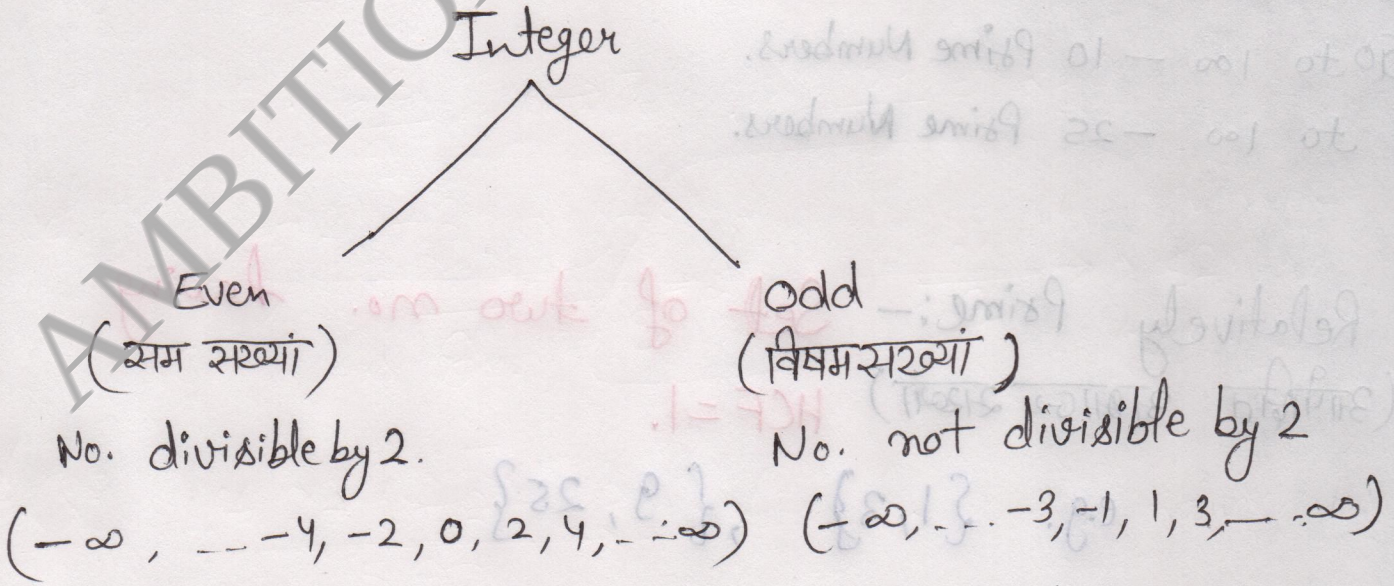
Sol. $\sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$ Ans

AMBITION LIBRARY

Integer:— All Integer are rational no.
पूर्णांक (सभी पूर्णांक परमेय संख्या है।)

Zero is an Integer.





AMBITION LIBRARY

Note:— Zero is even number.

Proof:— Let take zero as odd No.

even + even = even
2 + -2 = 0 ✗

odd + odd = even
0 + 3 = 3 ✗

even + odd = odd
4 + 0 = 4 ✗

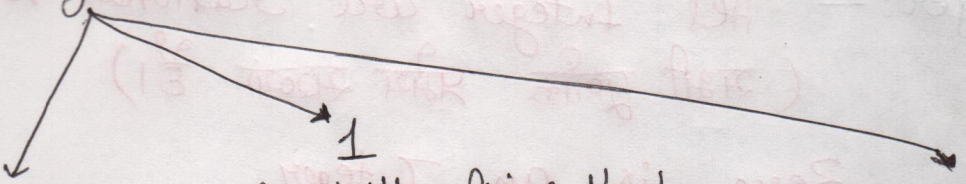
Let take zero as even no.

even + even = even
0 + 4 = 4 ✓

odd + odd = even
3 + -3 = 0 ✓

even + odd = odd
0 + 3 = 3 ✓

+ve Integer :-



Prime Number
अभाज्य संख्या
Number having only two factors — ① 1 ② Itself
(2, 3, 5, 7, -----)

1
is Neither Prime Number Nor Composite Number

Composite Number
भाज्य संख्या
Number having more than two factors.
(4, 6, 8, 9, -----)

Smallest Prime = 2

2 is an even prime Number.

There are 15 Prime Numbers between 1 to 50.

50 to 100 — 10 Prime Numbers.

1 to 100 — 25 Prime Numbers.

Relatively Prime :- Set of two no. having HCF = 1.
(आपेक्षित अभाज्य संख्या)

e.g. {1, 3} , {9, 25}

Co-Prime Number :- Set of two prime numbers.
(सह-अभाज्य संख्या)

e.g. {2, 3} , {5, 7}

Every Co-Prime number is relatively prime number.

AMBITION LIBRARY

Twin Prime :—

Set of two Prime numbers having difference 2.

e.g. {5, 7} , {17, 19} .

Q If P and Q are two relatively prime number such that P+Q = 10 and P < Q. How pair are possible for (P, Q) ?

Sol.

P + Q = 10

1	9	HCF = 1	{1, 9}
2	8	×	
3	7	HCF = 1	{3, 7}
4	6	×	

2 Pairs are possible.

Perfect Number :- If sum of all factors of a number (excluding itself) is equal to original number. then number is called Perfect Number.

Q which one of the following is Perfect Number?

Sol. 6 , 7 , 8 , 9

6 = 1, 2, 3, 6 ×
(1+2+3 = 6)

6 is a perfect Number.

28 = 1, 2, 4, 7, 14, 28 ×
(28)

28 is a perfect Number.

AMBITION LIBRARY

Unit Digit (इकाई का अंक)

cyclicity = 1

{0, 1, 5, 6}

cyclicity = 2

{4, 9}

$4^{odd} = 4$ $\quad 9^{odd} = 9$

$4^{even} = 6$ $\quad 9^{even} = 1$

cyclicity = 4

{2, 3, 7, 8}

Step 1 → n को 4 से divide करके Remainder (R) find करना है।

Step 2 → $\{2,3,7,8\}^R$ → Unit digit.

Note:- अगर कोई Power 4 से पूरी तरह कट जाये तो R = 4 लेना है।

Q1. $3^{41} \times 7^{42} \times 8^{43}$. find unit digit.

Sol. $3^{41} \times 7^{42} \times 8^{43}$

cyclicity = 4 divide power by 4 find R.

Unitdigit → $3^1 \times 7^2 \times 8^3 \rightarrow 3 \times 9 \times 2 \rightarrow 27 \times 2 \rightarrow \underline{4}$ Ans.

Q2. $(121)^{111} \times (1287)^{53}$. find Unit digit.

Sol. $(121)^{111} \times (1287)^{53} \rightarrow 1 \times 7^1 \rightarrow \underline{7}$ Ans.

AMBITION LIBRARY

All numbers having cyclicity = 4.

Q3. If x is a real number $x^7 - x^3 = 1232$. Find how many values are possible for x.

Sol. $x^7 - x^3 = 1232$

Unit digit वही होगा जो x^3 का होगा क्योंकि 7 की cyclicity = 4

$7 \div 4 \rightarrow R = 3$

$x^3 - x^3 = 1232$

Unit digit same — but — अगर Unit digit same है तो Last में zero आना चाहिए लेकिन 1232 में Last में 2 है, इसलिए x की कोई भी value possible नहीं है।

Q4. $259^{148} - 123^{43}$. Find Unit digit.

Sol. $259^{148} - 123^{43}$

$9^{148} - 3^{43} \rightarrow 1 - 7 = -6 + 10 = 4$ unit digit

जब भी -ve आये 10 add कर देंगे।

Q5. Find unit digit of $1! + 2! + 3! + \ldots + 100!$

Sol. $1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \ldots + 100!$

सबके last में zero होता है।

$1 + 2 + 6 + 24 \rightarrow 2 + 1 = 3$ Ans,

Unit digit.

AMBITION LIBRARY

Q6. Find Unit digit of $2^{11!}$.

Sol. 3 से बड़ा कोई भी factorial हो तो 4 से पूरा कटेगा।

$\therefore \quad 2^{11!} \rightarrow 2^4 \rightarrow 16 \rightarrow 6$ Ans.
Unit digit.

Q7. Find Unit digit of $(823)^{123!} \times (237)^{234!}$.

Sol. $(823)^{123!} \times (237)^{234!}$

$(3)^{123!} \times (7)^{234!}$

$3^4 \times 7^4 \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$ Ans.
unit digit.

AMBITION LIBRARY

Divisibility Rule
(भाज्यता के नियम)

Divisibility of Zero :- 0 is divisible by any number except 0. But no number is divisible by 0.

Divisibility of One :- 1 is not divisible by any number except 1. But all numbers are divisible by 1.

2 :- Number will be divisible by 2 if last digit ~~will be~~ is divisible by 2.

4 :- Number will be divisible by 4 if last 2 digits is divisible by 4.

8 :- Number will be divisible by 8 if last 3 digits is divisible by 8.

16 :- Number will be divisible by 16 if last 4 digits is divisible by 16.

e.g. Whether 96184065 is divisible by 8 or not? If Not find remainder.

Sol. Last 3 digits :- $065 \div 8$

$R = 1$

AMBITION LIBRARY

Q. If n is a 3 digit number and $n^2 = ___54$. Than how many values are possible for n?

Sol.

$n^2 = ___54$

Last digit 4 है इसलिए number की Last digit or Unit digit 2 या 8 होगी।

2 या 8 है तो number even होगा। Even है तो 2 से divisible होगा। Even number का Square 4 से divisible होता है।

$\left(\begin{array}{l}___2\\ ___8\end{array}\right)$ n = even/2

$n^2/4$

But 54 not divisible by 4.

इसलिए ऐसी कोई संख्या नहीं है जिसका Square करने पर Last 2 digits 54 हों। इसलिए Answer होगा zero value possible.

Note:-

n	n^2	Last digit
		✓ : 0, 1, 4, 5, 6, 9
		✗ : 2, 3, 7, 8

AMBITION LIBRARY

n	n^2	Last 2 digits
		✓
24		16
44		36
84		76
64		56
.		96
		✗
		14 → Not divisible by 4.
		34
		54
		74
		94
		✗
		26
		46
		66
		86

[अगर कोई number, perfect square है तो उसकी last 2 digits, 4 से divisible होगी।]

3:- Number will be divisible by 3 if Sum of digits of number is divisible by 3.

9:- Number will be divisible by 9 if Sum of digits of number is divisible by 9.

27x

Q. 8567x92 is divisible by 3. How many values are possible for x?

Sol. 8567x92 → 7+2

जो संख्या 3 से divisible हो उसे हटा दो।

13 + x
- x = 2 → 15
- x = 5 → 18
- x = 8 → 21

11x → x एक digit है Number नहीं है।

AMBITION LIBRARY

So 3 values are possible for x. (2,5,8)

Q. If 875A21B is divisible by 9. B is an even number. Find the Sum of all values of A.

Sol. 875A21B जो 9 से कट रहा उसे हटा देंगे।

5+A+B
5+4+0
5+2+2 } even Number
5+0,9+4 — most important step.
5+7+6
5+5+8

27 — Ans.

Divisibility of 11:-

11:- 9 8 7 5 4 3 2 1 (1, 2, 1, 1)

1+2+1+1=5 → This sum must be 0, 11, 22 .....

So 98754321 not divisible by 11.

1 3 3 1 (+2, −2)

+2−2=0

So number is divisible by 11.

0 4 5 6 8 9 (−4, −1, −1) ⇒ −4−1−1=−6

diff को +ve लेना है।

6, 11 से divisible नहीं है।

इसलिए 45689, 11 से divisible नहीं है।

AMBITION LIBRARY

Q If 8567x214 is divisible by 11. Find x.

Sol. 8567x214

$-3 \quad +1 \quad 2-x \quad 3$

$3-x=0$ या 11

$x=3$ if $3-x=11$

$x=14$ But x digit है।

Combined divisibility rule of 7, 11, 13 :-

567 429 567 − 429 = 138 → ×7 ×11 ×13

तीन-तीन के Pair का जो diff है अगर वह

77 → ×7 ×11 ×13

91 → ×7 ×11 ×13

70 → ×7 ×11 ×13

65 → ×7 ×11 ×13

88 → ×7 ×11 ×13

067 429

Pair ना बने तो 0 लगा लेंगे।

456 267 429

1 2 3

1+3−2

Sum of odd − Sum of even

AMBITION LIBRARY

Q If a six digit number informed by repeating a three digit no. (eg. 214214, 656656) then resultant number will be divisible by.

① only 7 ② only 13 ③ only 11

④ 1001

Sol. 214 214

diff = 0

7
11
13

अगर कोई संख्या 7, 11, 13 से divisible हो तो वह 7×11×13 = 1001 से भी divisible होगी।

214 214 = 214 × 1001

7, 11, 13

Q. ABC × DEED = ABCABC Find D+E = ?

Sol. ABC × 1001 = ABCABC

D+E = 1+0 = 1

How to make divisibility rule? (Prime No.)

13:- $3x + 1$

last digit, remaining

$3x+1$ $x = 4$

x = odd factor (अतिरिक्त पद)

Note:- Last digit को 4 से गुणा करके remaining part में add कर दो। अगर resultant 13 से divisible हो तो number/संख्या 13 से divisible होगा।

AMBITION LIBRARY

65 :- $4 \times 5 = 20$

$20 + 6 = 26$ divisible by 13.

So 65 also divisible by 13.

1001
4
104 → divisible by 13
16
26 → divisible by 13

19:-

$9x + 1 \quad x = 2$

Note: Last digit को 2 से multiply करके Remaining part में add कर दें। अगर resultant 19 से divisible है तो संख्या भी 19 से divisible होगी।

171 ✓ 9 19

361 ✓ 2 38

29:-

$9x + 2 \quad x = 3$

Note:- Last digit को 3 से multiply करके remaining part में add कर दें। अगर resultant 29 से divisible है तो संख्या भी 29 से divisible होगी।

58 ✓ 24 29 ✓

59 ✗ 27 32 ✗

AMBITION LIBRARY

7:-

7 | 14

$4x + 1 \quad x = -2$

Note:- last digit को -2 से multiply करके remaining part में add कर दें। या last digit को 2 से multiply करके remaining part को Subtract कर दें।

-2

28

-16

-14

+2

28

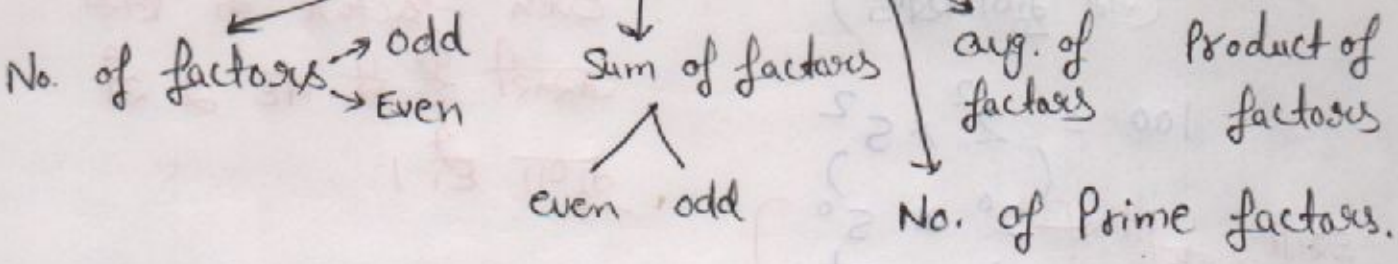
16

14

अगर किसी number का odd factor +5 से ज्यादा होना लगे तो - में odd factor find करेंगे।

AMBITION LIBRARY

Factors (गुणनखण्ड)



factors are always positive.

$\sqrt{16} = \sqrt{4\times4} = 4$ ~~-4~~ ✗

Q. factors of 100 → 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

No. of factors → 9

But $100 \rightarrow 2^2 \times 5^2$

factors of 2^2: $2^0, 2^1, 2^2$ (3) × factors of 5^2: $5^0, 5^1, 5^2$ (3) = 9

So $100 \rightarrow 2^2 \times 5^2 \rightarrow (2+1)(2+1) = 3\times3 = 9$ factors.

No. of factors of $a^p b^q c^r = (p+1)(q+1)(r+1)$

Q. No. of factors of 240 → 24×10

$\Rightarrow 2^4 \times 5^1 \times 3^1$

$\Rightarrow (4+1)(1+1)(1+1) = 5\times2\times2 = \underline{20}$. Ans.

AMBITION LIBRARY

No. of even factor :-
(सम गुणनखण्ड)

Even factor के लिए जरूरी है कि वह 2 से गुणा हो।

$100 = 2^2 \times 5^2$

इसमें 2 नहीं है तो इसको नहीं गिनेंगे।

$$\begin{bmatrix} 2^0 & 5^0 \\ 2^1 & 5^1 \\ 2^2 & 5^2 \end{bmatrix}$$

$\overline{2} \times \overline{3} \rightarrow 6$ No. of even factors.

$100 \rightarrow 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 \rightarrow 6$

No. of even factors of $2^p b^q c^r = p(q+1)(r+1)$

Q.3 Find the even factors of 360.

Sol. $360 \rightarrow 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

36 10

No. of even factor $\rightarrow 3(2+1)(1+1)$

$\rightarrow 3 \times 3 \times 2 = 18$

No. of odd factor :-
(विषम गुणनखण्ड)

Odd factor के लिए जरूरी है कि वह 2 से गुणा ना हो। इसलिए 2 की Power को count नहीं करेंगे।

$100 = 2^2 \times 5^2$

odd → 2^0 5^0

even → $2^1 \times$ 5^1

even → $2^2 \times$ 5^2

$\overline{1} \times \overline{3} = 3$

No. of odd factors of 100 is 3.

AMBITION LIBRARY

No. of odd factor of $2^p b^q c^r = 2^0 (q+1)(r+1)$

$\Rightarrow 1 (q+1)(r+1)$

Q.4. No. of factors in 420 (odd factor).

$420 \rightarrow 2^2 \times 5^1 \times 7^1 \times 3^1$

$42 \quad 10$

No. of odd factors $= 1 \times (1+1)(1+1)(1+1)$

$= 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 8.$ Ans.

Sum of factors:-

$100 = 2^2 \times 5^2$

$2^0 \rightarrow 5^0$

$2^1 \rightarrow 5^1$

$2^2 \rightarrow 5^2$

$$\left.\begin{array}{l} 2^0 (5^0+5^1+5^2) \\ 2^1 (5^0+5^1+5^2) \\ 2^2 (5^0+5^1+5^2) \end{array}\right] = (5^0+5^1+5^2)(2^0+2^1+2^2)$$

Sum of factors of $a^p b^q c^r = (a^0+a^1+\cdots a^p)(b^0+b^1+\cdots b^q)$

$(c^0+c^1 \cdots c^r)$

AMBITION LIBRARY

Q5. Sum of factors of 240.

Sol. $240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$

Sum of factors $= (2^0+2^1+2^2+2^3+2^4)(3^0+3^1)(5^0+5^1)$

$= (1+2+4+8+16)(1+3)(1+5)$

$= 31 \times 4 \times 6$

$= 744.$ Ans.

Sum of even factors :- इसमें 2⁰ को count नहीं करेंगे।

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$

Sum of even factors $= (2^1+2^2+2^3+2^4)(3^0+3^1)(5^0+5^1)$

$\Rightarrow 30 \times 4 \times 6 = 720$

Sum of even factors of $2^p b^q c^r = (2^1+2^2+\dots 2^p)$

$(b^0+b^1+\dots b^q)(c^0+c^1+\dots c^r)$

Sum of odd factors :- इसमें सिर्फ 2⁰ को count करेंगे।
2 की किसी अन्य Power को count नहीं करेंगे।

Sum of odd factors of 240.

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5^1$

$\Rightarrow (2^0)(3^0+3^1)(5^0+5^1) = 1 \times 4 \times 6 = 24$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Sum of odd factors of $2^p b^q c^r$

$\Rightarrow 2^0 . (b^0 + b^1 + \cdots b^q)(c^0 + c^1 + \cdots c^r)$

Average of factors :-

$$\text{avg. of factor} = \frac{\text{Sum of factor}}{\text{No. of factors}}$$

Q. $60 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$ $\Rightarrow \dfrac{(2^0+2^1+2^2)(3^0+3^1)(5^0+5^1)}{(2+1)(1+1)(1+1)}$

$\Rightarrow \dfrac{7 \times 4 * 6}{3 \times 2 \times 2} = 14.$ Ans.

Perfect No. (पूर्ण संख्या) :- If the sum of all factors of a number (excluding itself) is equal to the number, than number is called Perfect No.

Q. Which one is Perfect No. ?

✓6 , 7 , 8 , 9

Sol. $8 \rightarrow 1, 2, 4, \underset{\times}{8}$ $1+2+4 = 7 \neq 8$

$6 \rightarrow 1, 2, 3, \underset{\times}{6}$ $1+2+3 = 6 = 6$ ✓

Q. Is 28 a Perfect No. ?

Sol. $28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14, \underset{\times}{28}$ $1+2+4+7+14 = 28 = 28$ ✓.

Yes 28 is a perfect No.

AMBITION LIBRARY

No. of Prime factors:-

If $a^p b^q c^r$ than No. of prime factors is $p+q+r$.

Q. No. of Prime factors of $2^{13} 3^{15} 5^{16}$.

Sol. No. of Prime factors → $13+15+16 = 44$

Q. No. of Prime factors in $25^{16} \times 15^{17} \times 12^{18}$

Sol. $25^{16} \times 15^{17} \times 12^{18}$

$5 \times 5 \quad 5 \times 3 \quad 2 \times 2 \times 3$

$2 \times 16 + 2 \times 17 + 3 \times 18 = 32 + 34 + 54 = 120$ Ans.

Common factor:-

① $x^n + a^n$ if n = odd
than C.F. = $x+a$

② $x^n + a^n$ if n = even
than C.F. = No Common factor.

③ $x^n - a^n$ if n = odd
C.F. = $x-a$
if n = even
C.F. = $x+a, x-a$

AMBITION LIBRARY

Use of Common factor :-

Q. $\frac{17^{23} + 29^{23}}{23}$ find Remainder.

Sol. C.F. = 17 + 29 = 46

$\frac{46}{23} = 2$ R = 0.

Q. $\frac{2^{4444} + 3^{5555}}{7}$ find Remainder.

Sol. To find Common factor power must be same.

$\frac{2^{4444} + 3^{5555}}{7} = \frac{(2^4)^{1111} + (3^5)^{1111}}{7} = \frac{16^{1111} + 243^{1111}}{7}$

C.F. = 16 + 243 = 259

$\frac{259}{7} = 37$ R = 0.

Q $3^{41} + 7^{82}$ will be divisible by ? 10 26 51 7.

Sol. $3^{41} + (7^2)^{41} \rightarrow 3^{41} + 49^{41}$

C.F = 3 + 49 = 52

$\frac{52}{26} = 2$ R = 0

So divisible by 26.

AMBITION LIBRARY

Q. 100001 is a Prime Number or not?

Sol. $100001 = 10^5 + 1^5$

C.F. = 11

So 100001 is divisible by 11 so it is not a prime number.

AMBITION LIBRARY

How to find maximum power of a Prime Number 'P' in n!

Q. find in 10! max. power of 2.

Sol. $2^1 \rightarrow \frac{10}{2} = 5$ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

$2^2 \rightarrow \frac{10}{4} = 2$ $\{4, 8\}$

$2^3 \rightarrow \frac{10}{8} = 1$ $\{8\}$

$5 + 2 + 1 = 8$

No. of 2's in 10! is 8.

$$\left[\frac{n}{p^1}\right] + \left[\frac{n}{p^2}\right] + \left[\frac{n}{p^3}\right] + \cdots$$ जब तक भागफल 1 ना आए।

Greatest Integer function (महत्तम पूर्णांक फलन)

$[2.5] = 2$, $[7.5] = 7$

Q 60! में 3 की Max. Power = ?

Sol. $\left[\frac{60}{3}\right] + \left[\frac{60}{9}\right] + \left[\frac{60}{27}\right]$

$20 + 6 + 2 = 28$

AMBITION LIBRARY

Short:-

3	60
3	20
3	6
	2

$20+6+2=28$

Q. If No. 1 to 50 are multiplied together. Find the max. power of 7.

Sol. $1\times2\times3\times\dots\times50 = 50!$

7	50
7	7
	1

$7+1=8$ Ans.

Note:- In any factorial No. of 6 = no. of 3.

$6! = 2\times3$

$5! = 1\times2\times3\times4\times5$

$= 2^3\times3^1$

जो पहले आता है उसका count करने की जरूरत ही नहीं है।

Q If 133! is exactly divisible by 6^n. Find the max. value of n.

Sol.

3	133
3	44
3	14
3	4
	1

$44+14+4+1=63$

AMBITION LIBRARY

Q. If 187! is exactly divisible by 15^n. Find max. value of n.

Sol. In any factorial no. of 15 = no. of 5.

5	187
5	37
5	7
	1

$37+7+1=45$. Ans

Q. 123! is exactly divisible by 12^n. Find max. value of n.

Sol. 123, 3 का multiple है तो इसमें 3 ज्यादा होंगे। इसलिए हम 3 find करेंगे।

2	123
2	61
2	30
2	15
2	7
2	3
	1

$61+30+15+7+3+1$
$= 117$

$\frac{117}{2} = 58$

No. of 4's = 58

max. value of $n = 58$.

$12 = 2\times2\times3$
$\quad\quad \diagdown\ 4\times3$

$7! = 7\times6\times5\times4\times3\times2\times1$

$2\ \ 3 = 4$
$4\ \ 2 = 2$ → जितनी बार 2 आएंगे उसका आधा कर देंगे।

$8! = 8\times7!$

$2\ \ 3 < 4$
$7\ \ 2\ \ 3$

$9! = 9\times8!$

$2\ \ 3 > 4$
$7\ \ 4\ \ 3$

इस बात की गारंटी नहीं दी जा सकती कि 3 ज्यादा होंगे या 4.

AMBITION LIBRARY

Q. 123! is exactly divisible by $(25!)^x$. Find the max. value of x.

Sol. $(25!)^x = (1\times2\times3\times4\times ___ \times23\times24\times25)^x$

सबसे कम Power 23 की होगी। क्योंकि 23 सबसे बड़ा Prime no. है।

23	123
	5

$=5$

$x=5$ Ans.

AMBITION LIBRARY

How to find no. of zeros in n!

3×10

30

1 zero → 1 दस ← 2, 5 — ①

No. of zeros = No. of 5

$= \left[\frac{n}{5}\right] + \left[\frac{n}{5^2}\right] + \left[\frac{n}{5^3}\right] + \dots$

Q Find No. of zeros in 100!

Sol.

5	100
5	20
	4

20+4=24.

Q. $2 \times 4 \times 6 \times \dots \times 250$.

Sol. $2^{125}(1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 125)$

$125!$

5	125
5	25
5	5
	1

25+5+1 = 31. = No. of zeros.

Q. $5 \times 10 \times 15 \times 20 \times \dots 500$.

Sol. $5^{100}(1 \times 2 \times 3 \times \dots 100)$

100! = 24 zeros.

लेकिन No. of 5 ज्यादा है
इसलिए No. of 2 निकालेंगे।

2	100
2	50
2	25
2	12
2	6
2	3
	1

97 = No. of zeros.

AMBITION LIBRARY

Q $10 \times 20 \times 30 \times 40 \times \text{-------} \times 1000$

Sol. $10^{100}(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \text{-------} \times 100)$

$100!$ = 24 zeros

100 zero

$100 + 24 = 124$ zeros.

Q. $126! - 125!$

Sol. $126 \times 125! - 125!$

$125!(126-1)$

$125! \times 125$

$125 = 5 \times 5 \times 5$ (3)

5	125
5	25
5	5
	1

31

$31 - 3 = 34$ No. of zeros

Q. $18! + 19!$

Sol. $18! + 19 \times 18!$

$18!(1+19) = 18! \times 20$ (1)

5	18
	3

$3 + 1 = 4$ No. of zeros

Q. $(3^{123} - 3^{122} - 3^{121})(2^{122} - 2^{121} - 2^{120})$

Sol. $3^{121}(3^2 - 3^1 - 1) \cdot 2^{120}(2^2 - 2^1 - 1)$

$(3^2 - 3^1 - 1) = 5$ (1)

$(2^2 - 2^1 - 1) = 1$

No. of zero = 1. [क्योंकि इसमें 1 पाँच है]

AMBITION LIBRARY

(4)

Q $1^1 \times 2^2 \times 3^3 \times 4^4 \times 5^5 \times ___ \times 100^{100}$

Sol. $5^5 \times 10^{10} \times 15^{15} \times 20^{20} \times 25^{25} \times ____ \times 100^{100}$

	↓	↓	↓	↓	↓	50 ↓	100 ↓	75 ↓
No. of 5 →	5	10	15	20	50	100	200	150
					25+25	50 50	100 100	75 75

$5+10+15+20+_____+100 \rightarrow \frac{n}{2}(a+l)$

$+ \quad 25+50+100+75 = 250 \quad \frac{20}{2}(5+100) = 1050$

$1050+250 = 1300 =$ No. of zeros. Ans.

AMBITION LIBRARY

Greatest Integer Function → $[x] \leq x$
(महत्तम पूर्णांक फलन)

\+ $[2.3] = 2 \leq 2.3$

$[2.9] = 2$

$[0.123] = 0$

$[5.8] = 5$

\- $[-2.4] = -3$

$[-1.5] = -2$

$[-0.8] = -1$

Least Integer Function → $(x) \geq x$
(लघुत्तम पूर्णांक फलन)

\+ $[2.3] = 3$ $(6.3) = 7$

$[4.9] = 5$ $(0.1) = 1$

\- $(0.1) = 0$ $(-2.3) = -2$

Q. $\left[2\frac{1}{3}\right] - \left[5 - \frac{1}{4}\right] + \left(2\frac{1}{3}\right) \times [1.5]$

Sol. $2 - 4 + 3 \times 1$

$2 - 4 + 3 = 1$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Remainder Theorem (शेषफल प्रमेय)

dividend (भाज्य)

divisor (भाजक) ← 5) 17 (3 - Quotient (भागफल)
15
2 → Remainder (शेषफल)

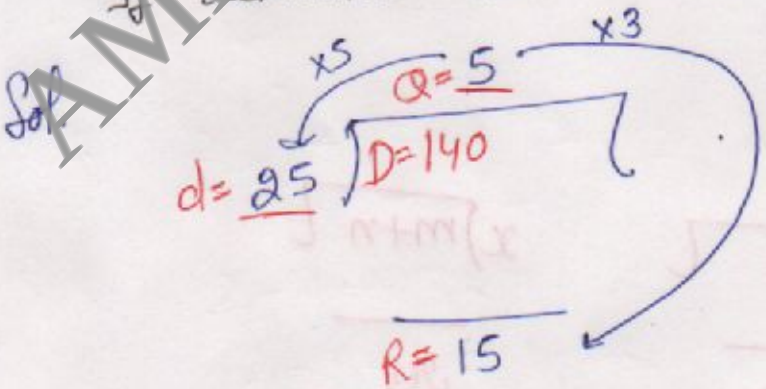
$17 = 5 \times 3 + 2$

dividend = divisor x quotient + remainder

भाज्य = भाजक × भागफल + शेषफल

Q1. In a division process, divisor is 5 times of quotient and remainder is 3 times of quotient. If remainder is 15. Find dividend.

Sol.



$D = div \times Q + R$

$= 25 \times 5 + 15 = 140$

Q2. When a no. is divided by 102 leaves remainder 87. If same number is divided by 17 find remainder.

AMBITION LIBRARY

Sol.

$102 \overline{)m\,(x}$

$\frac{87}{}$

$m = \frac{102x + 87}{17}$ — divisible by 17.

$17 \overline{)87\,(5}$

$\frac{85}{2}$

$102 \rightarrow 87$

$17 \rightarrow \frac{85}{2}$

Ans. 2

Q3. When a number is divided by 361 leaves remainder 47. If same number is divided by 19. Find remainder.

Sol. $361 \rightarrow 47$

$19 \rightarrow 38$

$\frac{9}{}$ → R

Ans.

Note:-

$x \overline{)m\,(}$ $\quad$ $x \overline{)n\,(}$ $\quad$ $x \overline{)m+n\,(}$

r_1 $\quad$ r_2 $\quad$ r_3

divisor $= x = r_1 + r_2 - r_3$

Q4. When a certain number is divided by a certain divisor leaves remainder 43 and another no. is divided by same divisor leaves remainder 37. If sum of both number is divided by same

AMBITION LIBRARY

divisor leaves remainder 13. Find divisor.

Sol. divisor = 43+37−13 = 67

Note:-

$\frac{x}{D} \rightarrow$ Rem. = R

$\frac{2x}{D} \rightarrow$ Rem. = $\frac{2R}{D}$

$\frac{x}{m} \rightarrow$ Rem = 40 (+2) 40

$\frac{2x}{m} \rightarrow$ Rem = 9

divisor m = ?

m = 40−9 = 31.

No. Double than remainder Double

$\frac{x}{D} \rightarrow$ Rem. = R

$\frac{x^2}{D} \rightarrow$ Rem = $\frac{R^2}{D}$

$\frac{x^3}{D} \rightarrow$ Rem = $\frac{R^3}{D}$

$\frac{x}{11} \rightarrow$ Rem = 7

$\frac{x^2}{11} \rightarrow$ Rem = $7^2 = \frac{49}{11} = R = \underline{5}$ Ans.

Q5. When $\frac{D}{N} \rightarrow R = 14$

$\frac{3D}{N} \rightarrow R = 8$

$\frac{4D}{N} \rightarrow R = ?$

option → 5, 6, 7, 8

Sol. $\frac{D}{N} \rightarrow R = 14$

$\frac{3D}{N} \rightarrow R = 8$ (42 − 8 = 34, D = 34)

हो सकता भाग 2 बार किया हो

इसलिए D = 34 or D = 17

$\frac{42}{34}$ R = 8 , $\frac{42}{17}$ = R = 8.

AMBITION LIBRARY

$\frac{4D}{N} = R \to ?$

$14 \times 4 = 56$

$\frac{34}{22} \times$

$178 = \frac{56}{5}$ ← option matched.

~~When $\frac{D}{N} \to R =$~~

Conjecutive Remainder :-

$15 \overline{)657} \; 43$

60

57

45

12

Conjective remainder → 5, 12

Q6. 64329 is divided by 3 digit no. there are 3 conjecutive remainder 175, 114, 213 resp. Find the divisor.

Sol. $\overline{)64329}$

468

1752

1638

1149

936

213

Not divided by 468

Conclusion :- divisor factor of 468.

Ans. जो दी गई है वो 468 का factor है इसलिए 234 भी लगता है।

$643 - 175 = 468$

$1752 - 114 = 1638$

$1149 - 213 = 936$

इससे पता चलता है कि divisor 213 से बड़ा है।

AMBITION LIBRARY

Successive remainder:-
(लगातार शेषफल)

		R
5	243	
7	48	3
4	6	6
	1	2

final quotient.

If 243 is Successively divided by 5, 7, 4 leaves remained 3, 6, 2.

Q.7. If a number is successively divided by 5, 4, 3 leaves remainder 2, 2, 1. If order of divisors is reversed then find the remainder.

Sol.

5	$4 = 3\times5+2$	2
4	$1 = 4\times2+1$	2
3	$0 = 3\times0+1$	1
	0	

final quotient not given take it 0 or 1. Calculation easy at 0.

3	47	2
4	15	3
5	3	3
	0	

Remainder are 2, 3, 3.

Q8. If a number is divided 6, 5, 4 successively leaves remainder 3, 2, 1 and final quotient is 2. Find the remainder if number is divided by 11.

AMBITION LIBRARY

Sol.

6	285	3
5	47	2
4	9	1
	2	

$4\times2+1=9$
$5\times9+2=47$
$6\times47+3=285$

$$11\overline{)285}\,(25$$
$$22$$
$$65$$
$$55$$
$$10 \leftarrow \text{Remainder}$$

Concept of Remainder:-

1. $\frac{A+B+C+D}{M} \rightarrow R = \frac{A_R + B_R + C_R + D_R}{M}$

$\frac{2+29}{5} = \frac{6}{5} = 1$

2. $\frac{A\times B\times C\times D}{M} \rightarrow R = \frac{A_R \times B_R \times C_R \times D_R}{M}$

$\frac{28\times29}{5} = \frac{12}{5} = 2.$

3. Concept of Negative Remainder:-

$$11\overline{)97}\,(8$$
$$88$$
$$9$$

$$11\overline{)97}\,(9$$
$$99$$
$$-2+11=9$$

$\frac{2\quad -1}{\frac{27+29}{5}} = 1$

$\frac{-2\quad -1}{\frac{28\times29}{5}} = -2\times-1 = 2$

AMBITION LIBRARY

4. Concept of Modularity :-

$\frac{14}{4} \rightarrow R=2$ $\qquad$ $\frac{21}{6}$ $R \rightarrow 3$

$\div 3$ $\qquad$ $\times 3$

$\frac{7}{2} \rightarrow R=1$ $\qquad$ $\frac{7}{9} \rightarrow R=1$

1. 4 से जब भी divide करना हो तो last two digit को divide करेंगे। $\frac{1037}{4}$ $R \rightarrow 1$

2. 3 या 9 से किसी संख्या को divide करना हो तो Sum of digit को divide करके Remainder निकाल लेंगे।

$\frac{25}{9}$ $R \rightarrow 7$ $\qquad$ $\frac{135}{9} = R=0$

$\frac{1001}{9} \rightarrow R=2$ $\qquad$ $\frac{1004}{3} \rightarrow R=2$

Q9. $\frac{1001 \times 1002 \times 1003}{27}$ find R.

Sol. $\frac{1001 \times 1002 \times 1003}{27 \; 9}$ $\rightarrow$ Concept of modularity

$\div 3$

$\frac{1001 \times 334 \times 1003}{9} \rightarrow 2 \times 1 \times 4 \rightarrow 8$

$\times 3$

$24 \rightarrow$ Remainder.

AMBITION LIBRARY

Q. $\frac{661 \times 662 \times 660}{17}$ find R.

Sol. 680 divisible by 17.

663 near by 661, 662, 660 which is divisible by 17.

So. $\frac{\overset{-2}{661} \times \overset{-1}{662} \times \overset{-3}{660}}{17} \rightarrow -2 \times -1 \times -3 = -6$

$-6 + 17 = 11$ = Remainder. Ans.

Q. $1! + 2! + 3! + 4! + \ldots\ldots 100!$ divided by 5. Find Remainder.

Sol. $\frac{1! + 2! + 3! + 4! + 5! + \ldots 100!}{5}$ divisible by 5. R=0.

Check this only.

$\frac{1 + 2 + \overset{1}{6} + \overset{-1}{24}}{5} \rightarrow 1 + 2 + 1 - 1 = 3$ = Remainder Ans.

Q. $\frac{1! + 2! + \ldots\ldots + 100!}{7}$ find R.

Sol. $\frac{\overset{1}{1!} + \overset{2}{2!} + \overset{-1}{3!} + \overset{3}{4!} + \overset{1}{5!} + \overset{-1}{6!}}{7} \rightarrow 1 + 2 - 1 + 3 + 1 - 1 \rightarrow 5$ Ans.

$5! = \frac{\overset{3}{4!} \times 5}{7} \rightarrow \frac{15}{7} \Rightarrow 1$

$6! = \frac{\overset{1}{5!} \times 6}{7} = 6 \rightarrow -1$

AMBITION LIBRARY

Remainder Theorem (continue)

$\frac{x+a}{x} \rightarrow R = a$

$\frac{(x+a)^2}{x} \rightarrow \frac{x^2+a^2+2ax}{x} \Rightarrow R = a^2$

$\frac{(x+a)^3}{x} \rightarrow \frac{x^3+a^3+3ax(x+a)}{x} \rightarrow R = a^3$

$\vdots$

$\frac{(x+a)^n}{x} \rightarrow R = a^n$

or

$\frac{(tx+a)^n}{x} \rightarrow R = a^n$ [t - multiple of x]

Q1. $\frac{17^{23}+29^{23}}{23}$ find R.

Sol.

(i) $\frac{(23-6)^{23}+(23+6)^{23}}{23} \rightarrow R = (-6)^{23}+6^{23} = 0$

(ii) Using Common factor

C.F. $\rightarrow 17+29 = 46$ $\quad \frac{46}{23} = 2$ $\quad R = 0.$

AMBITION LIBRARY

Q2. $\frac{25^{26}}{26}$ find R.

Sol. $\frac{(26-1)^{26}}{26} \rightarrow R = (-1)^{26} = 1$

Q2. $\frac{27^{29}}{28}$ find R.

Sol. $\frac{(28-1)^{29}}{28} \rightarrow R = (-1)^{29} = -1 + 28 = 27.$

Q3. $\frac{4^{5^{6^{7^{8^{9^{10^{11^{12}}}}}}}}}{6}$ find R.

Sol. So. Ans. is 4.

{ 4 की किसी भी Power को 6 से divide करने पर Remainder 4 ही आयेगा। }

$\frac{4^1}{6} \rightarrow R \rightarrow 4$

$\frac{4^2}{6} \rightarrow R = 4$

$\frac{4^3}{6} \rightarrow R = 4$

$\frac{4^n}{6} \rightarrow R = 4$

Q4. $\frac{10^1 + 10^2 + 10^3 + \cdots + 10^{100}}{6}$ find R.

Sol. $10 = 6 + 4$

$\frac{4^1 + 4^2 + 4^3 + \cdots 4^{100}}{6} \rightarrow$

Note:- हर team से एक 4 बचेगा। तीन 4 मिलकर 6 से divide हो जायेंगे इसलिए $4^1 + 4^2 \cdots + 4^{99}$ तक पूरा कट जायेगा।

AMBITION LIBRARY

$\frac{(4^1+4^2+4^3+---4^{99})+4^{100}}{6} \rightarrow \frac{4^{100}}{6} \rightarrow R=4.$

अगर Question में 4^{101} तक होता तो दो 4 बच जाते।

$\frac{4^{100}+4^{101}}{6} \rightarrow R \rightarrow \frac{4+4}{6} \rightarrow R \rightarrow \frac{8}{4} = 2.$ Ans.

Q5. $\frac{3^{162}}{162}$. find R.

Sol. $\frac{3^{162}}{162} \rightarrow \frac{3^4 \cdot 3^{158}}{2 \cdot 81} \rightarrow \frac{3^{158}}{2} \rightarrow \frac{(2+1)^{158}}{2} \rightarrow R=1$

But $R = 1 \times 81 = 81$ Ans.

~~जिससे~~ divide किया उससे multiply करना होता है।

Q6. $\frac{5^{250}}{250}$. find R.

Sol. $\frac{5^{250}}{250} \rightarrow \frac{5^3 \cdot 5^{247}}{2 \times 125} \rightarrow \frac{5^{247}}{2} \rightarrow \frac{(4+1)^{247}}{2} \rightarrow R \rightarrow 1$

$R \rightarrow 1 \times 125 = 125.$ Ans.

Q7. $\frac{2^{111}}{5}$. find R.

Sol. $\frac{2^{111}}{5} \rightarrow \frac{2 \cdot 2^{110}}{5} = \frac{2(4)^{55}}{5} = \frac{2(5-1)^{55}}{5} \rightarrow R = \frac{2(-1)^{55}}{5} = -2+5$

$= 3$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Totient Method:-

$\frac{A^{D(\phi)}}{D} \rightarrow R=1$

$D(\phi)$ - totient

A, D relatively Prime or Co-prime numbers.

How to find totient.

5 :- $5\left(1-\frac{1}{5}\right)=4$

10 :- $2\times5 \rightarrow 10\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=4$

$\frac{2^{111}}{5}$ → divide 111 by $D(\phi) \rightarrow D(5)=4$.

$\frac{111}{4} \rightarrow R \rightarrow 3$.

$\frac{2^3}{5} \rightarrow \frac{8}{5} \rightarrow R=3$. Ans.

Q8. for any prime number a

totient $\rightarrow a = a\left(1-\frac{1}{a}\right)$

$= a-1$.

So. totient of 17 = 16

13 = 12

$\frac{3^{2146}}{17}$ find R.

Sol. totient of 17 = 16. $\frac{2146}{16} \rightarrow R=2$. $\frac{3^2}{17} = R=9$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Q9. $\frac{2^{5557}}{13}$ find R.

Sol. totient 13 = 12.

$\frac{5557}{12} \rightarrow R = 1$.

$\frac{2^1}{13} \rightarrow R = 2$ Ans.

Q10. $\frac{32^{32^{32}}}{7}$. find R

Sol. totient 7 = 6.

$\frac{32^{32}}{6} \rightarrow \frac{(36-4)^{32}}{6} \rightarrow R = 4$

$\frac{32^1}{7} \rightarrow \frac{(28+4)^4}{7} \rightarrow \frac{4^4}{7} \rightarrow \frac{\overset{+2}{16} \times \overset{+2}{16}}{7} \rightarrow R = 2 \times 2 = 4$ Ans.

Q11. $\frac{32^{32^{32}}}{9}$ find R.

Sol. $9 = 3^2$ $\quad \phi(9) = 9\left(1-\frac{1}{3}\right) = 6$

$\frac{32^{32}}{6} \rightarrow R = 4$

$\frac{32^4}{9} \rightarrow \frac{(27+5)^4}{9} \rightarrow \frac{5^4}{9} \rightarrow \frac{\overset{-2}{25} \times \overset{-2}{25}}{9} \rightarrow R = 2 \times -2 = 4$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Fermat Theorem :- $\frac{a^{P-1}}{P} = R \to 1$

P is a Prime no (अभाज्य)

a, P both are Co-prime (सह अभाज्य)

Q12. $\frac{2^{100}}{101}$ find R.

Sol. $\frac{2^{100}}{101} \to R = 1.$

Q13. $\frac{10^{10} + 10^{100} + 10^{1000} + \cdots + 10^{10000000000}}{7}$ find R.

Sol. $7 \to \phi(7) = 6$

$\frac{10^{10} + 10^{100} + 10^{1000} + \cdots + 10^{10000000000}}{7}$

divide by 6

$R = 4.$

$\frac{10^4}{7} \to \frac{100 \times 100}{7} \to R = 4$ (+2, +2)

हर Power को 6 से divide करने पर 4 बचेगा।

Total No. of term = 10.

$\frac{4 \times 10}{7} = R = 5$ Ans.

Q14. $\frac{2^{112}}{9}$. find R.

Sol. $9 \to \phi(9) = 6$ $\quad \frac{112}{6} \to R = 4$ $\quad \frac{2^4}{9} = \frac{16}{9} = R = 7$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Q15. $\frac{2^{76}}{96}$ find R.

Sol. $\frac{2^{76}}{96} \rightarrow \frac{2^{76}}{2^5 \times 3} \rightarrow \frac{2^{71}}{3} \rightarrow R \rightarrow (-1)^{71} = -1+3 = 2$

$R \rightarrow 2 \times 32 = 64$ Ans.

Q16. $\frac{5^{500}}{500}$. find R.

Sol. $\frac{5^{500}}{5^3 \times 4} \rightarrow \frac{5^{497}}{4} \rightarrow R = 1 \times 125 = 125$ Ans.

Q17. $\frac{2^{35}}{10}$ find R.

Sol. $\frac{2^{35}}{10} \rightarrow \frac{2^{35}}{2 \times 5} \rightarrow \frac{2^{34}}{5} \rightarrow \frac{2^{2 \times 17}}{5} \rightarrow \frac{4^{17}}{5}$

$R \rightarrow -1+5 = 4$

$R \rightarrow 4 \times 2 = 8$ Ans.

Q18. $\frac{15^{40}}{100}$. find R.

Sol. $\frac{15^{40}}{100} \rightarrow \frac{5^{40} \times 3^{40}}{5^2 \times 4} \rightarrow \frac{5^{38} \times 3^{40}}{4} \rightarrow R \rightarrow 1^{38} \times (-1)^{40}$

$\rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1 \times 25$

$R \rightarrow 25$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Wilson Theorem :-

$$\frac{(P-1)!}{P} = P-1 \text{ remainder.}$$

P is a prime no.

Q1. $\frac{4!}{5}$ find R.

Sol. $\frac{24}{5} \rightarrow R = 4$ But using Wilson Theorem

Direct ans. 4.

Q2. $\frac{28!}{29}$ find R

Sol. $R \rightarrow 28$.

Q3 $\frac{(37)^{100}}{7}$ find R.

Sol. $\frac{(35+2)^{100}}{7} \rightarrow \frac{2^{100}}{7} \rightarrow 2^1 \times 2^{99} \rightarrow 2 \times 2^{(3)33}$

$$R = \rightarrow \frac{\overset{+2}{\cancel{2}} \times (\overset{+1}{\cancel{8}})^{33}}{7} \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2 \text{ Ans.}$$

$$\frac{2^{100}}{7} \rightarrow \phi(7) \rightarrow 6 \quad \frac{100}{} = \frac{2^4}{7} = \frac{16}{7} \rightarrow R = 2$$

AMBITION LIBRARY

Q4. $\frac{11^{77}}{7}$ find R.

Sol. $\frac{11^{77}}{7} \rightarrow \frac{4^{77}}{7} \rightarrow \frac{(2^2)^{77}}{7} \xrightarrow[D(\phi)-6]{} \frac{77}{6} \rightarrow R-5$

$\Rightarrow \frac{(2^2)^5}{7} \rightarrow \frac{2^{10}}{7} \rightarrow \frac{(2^3)^3 \cdot 2}{7}$ (+1, +2)

$\rightarrow R \rightarrow 1.2 = 2$ Ans.

Q5. $\frac{143^{321}}{5}$ find R.

Sol. $\frac{(140+3)^{321}}{5} \rightarrow \frac{3^{321}}{5} \rightarrow \frac{(3^4)^{80} \cdot 3}{5}$ (+1, +3) $\rightarrow R \rightarrow 1 \times 3 = 3$

~~$R \rightarrow 3 \times 28 = 84$~~

OR

$\frac{3^{321}}{5} \rightarrow D(\phi) \rightarrow \frac{321}{4} = R \rightarrow 1$ $\quad \frac{3^1}{5} \rightarrow R = 3$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Cyclicity / Pattern Theorem :-

Q. $\frac{37^{100}}{7}$: find R.

Sol. Basic

$$\frac{(37)^{100}}{7} = \frac{2^{100}}{7} = \frac{2^1 \times 2^{99}}{7} = \frac{2 \times (2^3)^{33}}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{+2}{2} \times (\overset{+1}{8})^{33}}{7} \Rightarrow R = 2 \times 1 = 2 \text{ Ans.}$$

Using Cyclicity Theorem :-

$$\frac{(37)^{100}}{7} = \frac{2^{100}}{7}$$

$2^1 \div 7 = 2$ (R)

$2^2 \div 7 = 4$

$2^3 \div 7 = 1$

⇒ जिस Power से Cycle repeat होना शुरू होती है उस Power को divide करेगा। i.e. 3 से 100 को divide करेगा।

1 के बाद repeation start होती है।

$$100 = 99 + 1$$

$$\frac{100}{3} = \frac{99+1}{3}$$

Remainder when $\frac{100}{3}$

$$\frac{2^{100}}{7} = \frac{100}{3} = \frac{2^1}{7} \quad \therefore R = 2$$

Using Totient Method :-

$$\frac{37^{100}}{7} = \frac{(35+2)^{100}}{7} = \frac{2^{100}}{7} \rightarrow \text{D}(\phi) \rightarrow 6$$

$\frac{100}{6}$ R = 4 → $\frac{2^4}{7}$

$\Rightarrow \frac{16}{7} \rightarrow R = 2$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Q2. $\frac{11^{77}}{7}$ find R.

Sol. Basic →

$$\frac{11^{77}}{7} \to \frac{(7+4)^{77}}{7} \to \frac{4^{77}}{7} \to \frac{(4^3)^{25}\cdot 4^2}{7} \to \frac{(64)^{25}\cdot 16}{7}$$

(+1, +2)

$R \to 2$ Ans.

Using cyclicity Theorem :-

$$\frac{11^{77}}{7} \to \frac{4^{77}}{7} = R = 2 \text{ Ans}$$

$4^1 \div 7 = 4$

$4^2 \div 7 = 2$

$4^3 \div 7 = 1$

$$\frac{77}{3} \to \frac{75+2}{3}$$

Using Totient Method

$$\frac{11^{77}}{7} \to \frac{4^{77}}{7} \to \phi(7) \to 6 \quad \frac{77}{6} \; R \to 5 = \frac{4^5}{7} = \frac{4^3 \cdot 4^2}{7}$$

(+1, +2)

$R \to 1 \times 2 = 2$ Ans.

OR

$$\frac{4^5}{7} = \frac{(2^2)^5}{7} = \frac{2^{10}}{7} = \frac{(2^3)^3 \cdot 2}{7} = R = 2$$

(+1, +2)

AMBITION LIBRARY

Q3. $\frac{143^{321}}{5}$ find R.

Sol. Basic :-

$$\frac{143^{321}}{5} \rightarrow \frac{(140+3)^{321}}{5} \rightarrow \frac{3^{321}}{5} \rightarrow \frac{(3^{4})^{80} \cdot 3}{5} \rightarrow R \rightarrow 3. \text{ Ans.}$$

Using cyclicity Theorem :-

$$\frac{143^{321}}{5} \rightarrow \frac{3^{321}}{5} \rightarrow R = 3 \text{ Ans.}$$

$\frac{321}{4}$ R → 1

$3^1 \div 5 = 3$

$3^2 \div 5 = 4$

$3^3 \div 5 = 2$

$3^4 \div 5 = 1$

Using Totient method :-

$$\frac{143^{321}}{5} \rightarrow \frac{3^{321}}{5} \rightarrow \phi(5) \rightarrow 4 \rightarrow \frac{321}{4} \rightarrow R \rightarrow 1 = \frac{3^1}{5} = R = 3 \text{ Ans.}$$

AMBITION LIBRARY

Q1. $\frac{32^{32^{32}}}{7}$ find R.

Sol. Using Cyclicity Theorem:-

$$\frac{32^{32^{32}}}{7} = \frac{32^N}{7} = \frac{(28+4)^N}{7} = \frac{4^N}{7}$$

$\frac{\cancel{-1}32^{32}}{\cancel{3}} = R = 1$

$4^1 \div 7 = 4$

$4^2 \div 7 = 2$

$4^3 \div 7 = 1$

$\frac{4^1}{7} = R = 4$ Ans.

Using totient method :-

$$\frac{32^{32^{32}}}{7} \rightarrow \frac{32^{32}}{\phi(7) \rightarrow 6} = \frac{(30+2)^{32}}{6} = \frac{2^{32}}{6} = \frac{4^{16}}{6} = R = 4$$

$$\frac{32^4}{7} = \frac{(28+4)^4}{7} = \frac{4^4}{7} = \frac{\overset{+2}{\cancel{16}} \times \overset{+2}{\cancel{16}}}{\cancel{7}} = 2+2 = 4 = R \text{ Ans.}$$

Q2. $\frac{13^{22^{42}}}{9}$ find R.

Sol. Using Cyclicity Theorem :-

$$\frac{13^{22^{42}}}{9} = \frac{(9+4)^{22^{42}}}{9} = \frac{4^{22^{42}}}{9} = \frac{4^N}{9}$$

$4^1 \div 9 = 4$

$4^2 \div 9 = 7$

$4^3 \div 9 = 1$

$\frac{\cancel{+1}22^{42}}{\cancel{3}} = \frac{4^1}{9} = R = 4$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Using totient method:—

$$\frac{13^{22^{42}}}{9} = \frac{(9+4)^{22^{42}}}{9} = \frac{4^{22^{42}}}{9} \xrightarrow{} \frac{22^{42}}{6} \to \frac{(18+4)^{42}}{6}$$

$$\frac{4^{42}}{6} \to R=4 \to \frac{4^4}{9} \to \frac{4^3 \cdot 4}{9} \to R=4 \text{ Ans.}$$

$9\left(1-\frac{1}{3}\right)=6$

Q3. $\frac{25^{26^{27}}}{11}$ Find R.

Sol. Using Cyclicity Theorem :—

$$\frac{25^{26^{27}}}{11} = \frac{(22+3)^{26^{27}}}{11} \to \frac{3^{26^{27}}}{11}$$

$$\frac{26^{27}}{5} = \frac{3^1}{11} \quad R=3$$

$3^1 \div 11 = 3$
$3^2 \div 11 = 9$
$3^3 \div 11 = 5$
$3^4 \div 11 = 4$
$3^5 \div 11 = 1$

Using totient method:—

$$\frac{25^{26^{27}}}{11} \to_{\phi(10)=4} \frac{26^{27}}{10} \to \frac{(20+6)^{27}}{10} \to \frac{6^{27}}{10} \to \frac{6^{26} \cdot 6^3}{10} \to \frac{6^{26} \cdot 3^{-2}}{5} \to -2+5=3$$

$$\frac{25^6}{11} \to \frac{(22+3)^6}{11} \to \frac{3^6}{11} \to \frac{3^5 \cdot 3}{11} \to R=3 \text{ Ans.}$$

$3 \times 2 = 6$

AMBITION LIBRARY

Q4. $\frac{35^{23^{23}}}{16}$ Find R.

Sol. Using Cyclicity Theorem :-

$\frac{35^{23^{23}}}{16} \rightarrow \frac{(32+3)^{23^{23}}}{16} \rightarrow \frac{3^{23^{23}}}{16} = 3^N$

$3^1 \div 16 = 3$
$3^2 \div 16 = 9$
$3^3 \div 16 = 11$
$3^4 \div 16 = 1$

$\frac{23^{23}}{4} \rightarrow \frac{(20+3)^{23}}{4} \rightarrow \frac{3^{23}}{4} \rightarrow \frac{(3^2)^{11} \cdot 3}{4} \rightarrow R \rightarrow 3$

$\frac{23^{23}}{4} \rightarrow (-1)^{23} = -1+4 = 3$

$\frac{3^3}{16} \rightarrow R = 11$ Ans.

Using totient method :-

$\frac{35^{23^{23}}}{16} \rightarrow \frac{(32+3)^{23^{23}}}{16} \rightarrow \frac{3^{23^{23}}}{16} \rightarrow \phi(\phi) \rightarrow \frac{23^{23}}{12} \rightarrow R \rightarrow -1+12 = 11$

Totient
$16 = 4^2 \rightarrow 16\left(1-\frac{1}{4}\right) = 12$

$\frac{35^{11}}{16} \rightarrow \frac{3^{11}}{16} \rightarrow \frac{(3^4)^2 \cdot 3^{+11}}{16} = R \rightarrow 11$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Q5. $\frac{29^{67^{23}}}{25}$ Find R.

Sol. Using cyclicity Theorem :-

$\frac{29^{67^{23}}}{25} \rightarrow \frac{4^N}{25}$

$4^1 \div 25 = 4$
$4^2 \div 25 = 16$
$4^3 \div 25 = 14$
$4^4 \div 25 = 6$
$4^5 \div 25 = -1$
when -1 comes double the Power.
$4^{10} \div 25 = 1$

$\frac{67^{23}}{10} \rightarrow \frac{(-3)^{23}}{10} \rightarrow -3^1 \times \frac{3^{22}}{10}$

$+7 \quad -1$

$\frac{3^1 \times (3^2)^{11}}{10} = 7 \times -1 = -7 + 10 = 3$

$\frac{4^3}{25} = R = 14$ Ans.

Using totient method :-

$\frac{29^{67^{23}}}{25} \rightarrow \phi(25) \rightarrow 20 \rightarrow \frac{67^{23}}{20} \rightarrow \frac{7^{23}}{20} \rightarrow \frac{(7^4)^5 \cdot 7^3}{20} \rightarrow \frac{7^3}{20} \rightarrow \frac{343}{20}$

$R \rightarrow 3 \rightarrow \frac{29^3}{25} \rightarrow \frac{4^3}{25} \rightarrow R = 14$ Ans.

AMBITION LIBRARY

LCM

Least Common Multiple (लघुत्तम समापवर्त्य)
(गुणज)

multiple of 12 - 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

16 - 16, 32, 48, 64, 80, 96

Common - 48, 96

least - 48. → LCM

LCM :- LCM of x, y, z is the smallest number which is exactly divisible by x, y, z.

AMBITION LIBRARY

How to find LCM ?

Prime Factor Method :-

12 → 2×2×3

16 → 2×2×2×2

LCM → 2×2×3×2×2 = 48

Division Method :-

2	12 - 16
2	6 - 8
3	3 - 4
4	1 - 4
	1 - 1

LCM = 2×2×3×4 = 48.

असली Method :- 12, 16

Let LCM be largest No. = 16

4 × 3 = 12, 16 → में 4 तो आता ही है इसलिए 3 रह गया उससे multiply कर देंगे।

$16 \times 3 = 48$ – LCM of 16, 12.

LCM of 9, 12, 15

3 | 9, 12, 15
4 | 3, 4, 5
5 | 3, 1, 5

LCM → $15 \times 3 \times 4 = 180$

9 में 3 बार, 12 में 4 बार
2 बार 3 होता है 1
extra है 1

LCM of 25, 35, 42 :–

5 | 25, 35, 42
7 | 5, 7, 42
6 | 1, 1, 6

$42 \times 25 = 1050$

Question	Answer
1. Find the smallest number which is exactly divisible by x, y, z.	LCM of x, y, z.
2. Find the smallest number which is divided by x, y, z and leaves remainder 'r'.	LCM of x, y, z + r.
3. Find the smallest number which is divided by x, y, z and leaves remainder a, b, c respectively.	LCM of x, y, z − k $k = x - a = y - b = z - c$

AMBITION LIBRARY

Q1. Find the smallest no. which is divided by 25, 15, 30 and leaves remainder 21, 11, 26 resp.

Sol. $k = 25 \quad 15 \quad 30$
$\quad\quad 21 \quad 11 \quad 26$
$\quad\quad 4 \quad\quad 4 \quad\quad 4$

5 5 5 3 5 6

LCM → 25, 15, 30 → $30 \times 5 = 150$

Smallest No. → $150 - 4 = 146$

Why k be subtracted?

$150 = 125 + 25 = 125 + 21 + 4$ (25 − 21)

$150 = 135 + 15 = 135 + 11 + 4$ (15 − 11)

$150 = 120 + 30 = 120 + 26 + 4$ (30 − 26)

→ 146

Q2. Find the smallest number which is divided by 2, 3, 4, 5, 6 and leaves remainder 1 in each case but number is exactly divisible by 7.

Sol. LCM of 2, 3, 4, 5, 6

$\Rightarrow 6 \times 5 \times 2 = 60$

$60 + 1$ but divisible by 7.

$\frac{60k + 1}{7}$ $R = 0$.

$56k + 4k + 1$

Now put $k = 1, 2, 3, \ldots n$.

$k = 5$

$56k + \underbrace{4 \times 5 + 1}_{21}$ divisible by 7.

$60 \times 5 + 1 = 301$ Ans.

AMBITION LIBRARY

Short:-

Let options :- 301 504 ~~61~~

302 ~~241~~ ~~241~~

304 ~~502~~ ~~605~~

7
5

3 से भाग करने पर विचना चाहिए लेकिन 3+2=5, R=2 इसलिए इसे भी हटा सकते है।

- जब किसी संख्या को 5 से भाग देते है तो उसका इकाई का अंक 0 या 5 होता है। Question में Remainder 1 भी बच रहा है इसलिए इकाई का अंक 1 या 6 होगा। इसलिए 1 और 6 के सिवा सभी option कट गये।
- Next divisible by 7 भी पता है बाकी option इससे कट जायेंगे।

Q3. Find the Sum of digit of a smallest number which is divided by 5, 6, 7, 8 leaves remainder 3 but when divided by 9 leaves no remainder.

Sol. LCM → 5, 6, 7, 8

→ 8 × 7 × 3 × 5 = 840

840k + 3

810k + 30k + 3 ÷ 9

for k = 2 R = 0

810k + 30×2+3

63 ÷ 9 R = 0

840 × 2 + 3 = 1680 + 3 = 1683 Ans. (Number)

1683 → 1+6+8+3 → 18 Ans. (Sum of digit)

AMBITION LIBRARY

Short:- Let option be → 12, 16, 18, 21

9 से वही संख्या कटती है जिसका Sum of digit 9 से कटता हो। एक ही option है 18 जो 9 से कटता है।

Q4. Let x be a smallest number which when ~~divided~~ added to 2000 and resultant number is exactly divisible by 12, 16, 18, 21. Find sum of digit of x.

Sol. LCM → 12, 16, 18, 21

→ 21 × 2 × 3 × 2 × 4 → 1008

But 2000 में add करना है इसलिए

1008 × 2 → 2016 → 2000 + 16

1 + 6 = 7 (Sum of digit)

Short:-

Let option be 6, 7, 8, 4

Apply Divisibility rule of 9.

$\underline{2000} + x$

$2 + x$ should be divisible by 9.

Required Ans. → 9 − 2 = 7 = x = Sum of digit.

Q5. Find maximum number of four digit which is divisible by 12, 15, 18, 27.

Sol. LCM of 12, 15, 18, 27

→ 27 × 5 × 4 = 540

AMBITION LIBRARY

Largest No. of 4 digits → 9999

$\frac{9999}{540}$ → R = 279

Required Number = 9999 − 279 = 9720. Ans.

Short:—

Let option be 9690, 9930, 9960, 9720.

जो संख्या 18 से divisible होगा वह 9 से भी तो divisible होगी।

Apply divisibility rule of 9.

9690 → R → 6

9930 → R → 3

9960 → R → 6

9720 → R → 0 ✓ Ans.

Q6. Find maximum number of 3 digits exactly divisible by 2, 3, 9, 11.

Sol. LCM of 2, 3, 9, 11

→ 11 × 9 × 2 = 198

Largest No. of 3 digit → 999 $\frac{999}{198}$ R → 9

Required No. → 999 − 9 → 990 Ans.

AMBITION LIBRARY

(4)

Short:- Let options be 990, 980, 937, 983

Apply Divisibility rule of 9.

Ans. will be 990.

AMBITION LIBRARY

HCF

Highest Common Factor (महत्तम समापवर्तक)

Factor
- 12 → 1, 2, 3, 4, 6, 12
- 16 → 1, 2, 4, 8, 16

Common → 1, 2, 4

Highest → 4 → HCF

HCF:- HCF of x, y, z is the largest number which can divide x, y, z exactly.

How to find HCF?

Prime Factor Method:-

12 → 2 × 2 × 3

16 → 2 × 2 × 2 × 2

HCF → 2 × 2 = 4.

Division Method:-

$$\begin{array}{r|l} 12 & 16\ (1 \\ 12 & \\ \hline 4 & 12\ (3 \\ & 12 \\ & \hline & x \end{array}$$

Final divisor = 4 = HCF

Quotients = 1, 3

AMBITION LIBRARY

Q1. In finding the HCF of two numbers by divison method then three quotients are 5, 4, 3 and final divisor is 32. Find the numbers.

Sol.

$416 \overline{)416 \times 5 + 96 (5}$

End Here $= 2176$

$96 \overline{)96 \times 4 + 32 (4}$

$32 \overline{)32 \times 3 (3}$

96

x

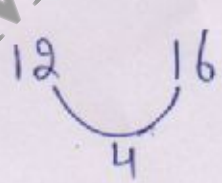
Start from Here →

Two numbers are:

416, 2176 Ans.

असली Method:— HCF can never be greater than the difference of two numbers.

HCF may be difference or factor of difference.

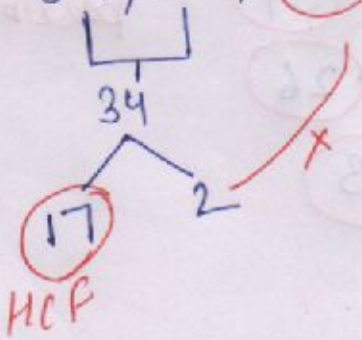


AMBITION LIBRARY

Questions	Answer
1. Find the largest number which can divide x, y, z exactly.	HCF of x, y, z
2. Find the largest number which can divide x, y, z and leaves remainder 'r' in each case.	HCF of $x-r, y-r, z-r$ or HCF of $\|x-y\|, \|y-z\|, \|z-x\|$
3. Find the largest number which can divide x, y, z and leaves remainder a, b, c.	HCF of $(x-a), (y-b), (z-c)$

Q2. Find the largest number which can divide 306, 340, 187 exactly.

Sol. HCF of 306, 340, 187.



AMBITION LIBRARY

Q3. Find the largest number which will divide 1305, 4665, 6905 and leaves remainder equal in each case.

Sol. HCF of → (4665 − 1305), (6905 − 4665), (6905 − 1305)

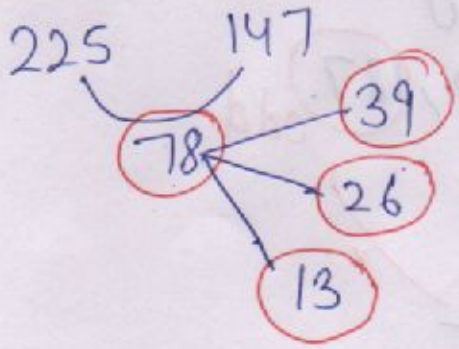
→ 3360 , 2240 , 5600

Ans. → 1120 — HCF

Note: If two numbers are divided by their difference or factor of difference then leaves same remainder.

Q4. Two numbers 225 and 147 are divided by a two digit number than leaves same remainder. How many two digit numbers are possible.

Sol.

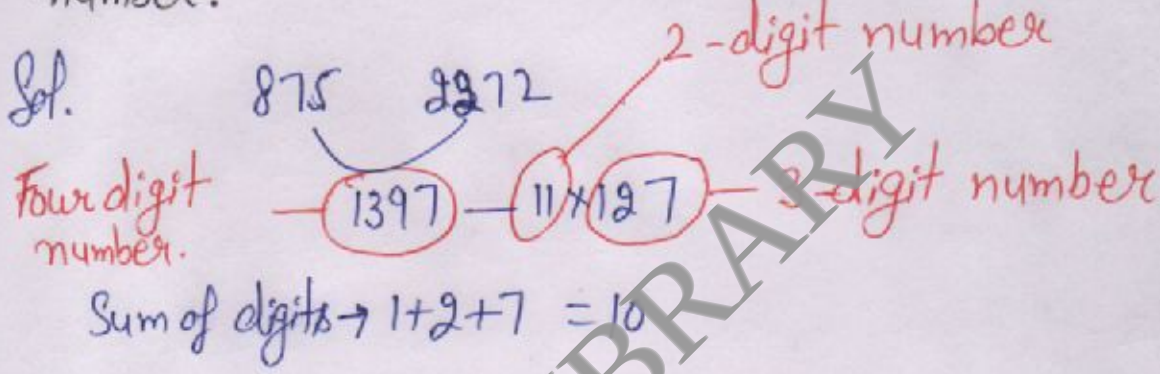


4 numbers are possible 13, 26, 39, 78.

AMBITION LIBRARY

Q5. Two numbers 875 and 2272 are divided by a 3-digit number and leaves same remainder in each case. Find the Sum of digit of that number.

Sol.



Sum of digits → 1+2+7 = 10

AMBITION LIBRARY

Relation between HCF and LCM

Product of two numbers = Product of their HCF and LCM

Q1. HCF and LCM of two numbers are 144 and 864. If one number is 288 find 2nd number.

Sol.

$$\cancel{2} \qquad \overset{432}{}$$
$$\cancel{288} \times b = \cancel{144} \times \cancel{864}$$

$$b = 432$$

Q2. If LCM of two numbers is twice of bigger number and difference of HCF and smaller number is 4. Find smaller number.

Sol.

LCM	HCF	Big No.	Small no.
$\cancel{2x}$	$\times (b-4)$	$=$ $\cancel{x}$	$\times b$

$$b = 8. \quad \text{Ans.}$$

HCF कभी भी number से बड़ा नहीं हो सकता इसलिए b-4 ही लिखेंगे।

Note:- If HCF of two numbers is H then number can be Hx and Hy where x and y are relatively prime numbers.

AMBITION LIBRARY

Q3. If HCF and LCM of two numbers are 13 and 455. If one number is between 75 and 125. Find other number.

Sol.

$$13x \times 13y = 13 \times 455$$

$$13xy = 455$$

$$xy = 35$$

$$35 = 7 \times 5$$

13×7 $\qquad$ 13×5

91 $\qquad$ 65 Ans.

Q4. If HCF and LCM of two numbers are 17 and 408. How many numbers are possible for such type?

Sol. Let numbers are $17x$ and $17y$.

$$LCM = 17xy$$

$$17xy = 408$$

$$xy = 24$$

✓ (1, 24) relatively prime

✓ (3, 8) "

× 4, 6 Not relatively prime

× 2, 12 "

AMBITION LIBRARY

Q5. If hcf and lcm of two numbers are 29 and 4147. Find the sum of both numbers if both numbers are greater than 29.

Sol.

$29x \qquad 29y$ ← numbers.

$29xy = 4147$

$xy = 143$

$11 \quad 13$

$29(x+y) = 29(11+13) = 29 \times 24 = 696.$ Ans

Q6. If HCF of two numbers is 4 and sum of both numbers is 36. How many pair of numbers are possible.

Sol.

$4x + 4y = 36$

$x + y = 9$

1 8 ✓

2 7 ✓

3 6 ✗ Not relatively prime.

4 5 ✓

Ans. 3 pairs are possible.

AMBITION LIBRARY

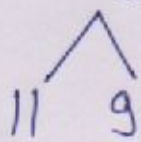
Q8. If HCF and LCM of two numbers are 5 and 495. If sum of both numbers is 100 find difference between them.

Sol.

$5x \quad 5y$

$5xy = 495$

$xy = 99$



$5x + 5y = 100$

$x + y = 20$

difference : $5(x-y)$

$5(11-9) = 5 \times 2 = 10$ Ans.

AMBITION LIBRARY

LCM and HCF of fraction

LCM of fraction = $\frac{\text{LCM of numerator (अंश)}}{\text{HCF of denominator (हर)}}$

LCM of $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} = \frac{\text{LCM of } a,c,e}{\text{HCF of } b,d,f}$

HCF of fraction = $\frac{\text{HCF of numerator}}{\text{LCM of denominator}}$

HCF of $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}, \frac{e}{f} = \frac{\text{HCF of } a,c,e}{\text{LCM of } b,d,f}$

Q. Four bells rings after an interval 9, 12, 15, 18 sec. In 36 min how many times will they ring together.

Sol. LCM of 9, 12, 15, 18

$= 18 \times 2 \times 5 = 180 \text{ sec} = 3 \text{ min}$

$\frac{36}{3} = 12 \text{ times} + 1 \text{ time} = 13 \text{ times}$ Ans.

↑ first time

AMBITION LIBRARY

Q2. Four bells rings 12, 18, 26, 30 times in a sec. In a min how many times they will ring together.

Sol. 1 sec में 12 बार ⟶ 1 बार – $\frac{1}{12}$ sec

$\frac{1}{18}$ sec

$\frac{1}{16}$ sec

$\frac{1}{30}$ sec

LCM of $\frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \frac{1}{16}, \frac{1}{30}$ = $\frac{1}{2}$ sec

Total times = $\frac{60}{1/2} + 1$ = 121 बार Ans.

LCM and HCF of decimal

Q3. LCM and HCF of 0.6, 1.8, 0.36.

Sol. Generally we go with this $\frac{6}{10}, \frac{18}{10}, \frac{36}{100}$

LCM = $\frac{36}{10}$ = 3.6

HCF = $\frac{6}{100}$ = 0.06 ✗

Totally Wrong.

LCM of $\frac{60}{100}, \frac{180}{100}, \frac{36}{100}$ → $\frac{180}{100}$ = 1.8 Ans.

(same होना चाहिए)

HCF of $\frac{60}{100}, \frac{180}{100}, \frac{36}{100}$ → $\frac{12}{100}$ = 0.12 Ans.

AMBITION LIBRARY

LCM and HCF of Higher Power

$x^n + a^n \rightarrow$ Common factor $= x+a$ if n - odd

no C.F. if n - even

$x^n - a^n \rightarrow$ C.F. $= x-a$ if n - odd

C.F. $= x-a$, if n - even
$x+a$

HCF $= 5$ ($3^{15}+1 = (3^5)^3 + 1^3$, $3^{35}+1 = (3^5)^7 + 1^7$) $\rightarrow 3^5+1 =$ HCF

$3^{\text{LCM of } 15,35}+1 = 3^5+1$ लेकिन यह हमेशा सही नहीं होगा।

क्यों ?

$3^{15}+1 = (3^5)^3 + 1^3$

$3^{20}+1 = (3^5)^4 + 1^4$ $\rightarrow 3^5+1$ X

क्योंकि जब n even होगा तो C.F. नहीं होगा।

$(3^5)^4 \leftarrow n$ even so no. Common factor.

Note:-

$\left.\begin{matrix} p^a+1 \\ p^b+1 \end{matrix}\right\rangle$ HCF $= p^{\text{HCF of } a,b}+1$

(Power a & b should be odd multiple of HCF of a,b)

LCM $= p^{\text{LCM of } a,b}+1$

AMBITION LIBRARY

$\frac{p^a-1}{p^b-1}$ $\quad HCF = p^{HCF\ of\ a,b} - 1$

$LCM = p^{LCM\ of\ a,b} - 1$

Q1. Find HCF of $3^{3^{333}}+1$, $3^{3^{334}}+1$.

Sol. gcd - greatest common divisor = HCF

$$HCF = 3^{HCF\ of\ 3^{333},\ 3^{334}} + 1$$

$$= 3^{3^{333}} + 1 \quad \text{Ans.}$$

Here we can check whether 3^{333} is odd multiple or not.

$3^{333} = 1 \times 3^{333}$ (odd multiple)

$3^{334} = 3^1 \times 3^{333}$ (odd multiple)

$LCM = 3^{3^{334}} + 1$

Note:- $3^{3^{333}}+1$ $\qquad$ $3^{3^{334}}+1$

अगर ये $3^{3^{334}}+1$ का C.F. है तो यही HCF भी होगा।

$3^{3\times 3^{333}}+1$

$(3^{3^{333}})^3 + 1^3$

$x^3 + a^3$ — $CF = x + a$

$CF = 3^{3^{333}} + 1$

AMBITION LIBRARY

ALGEBRA

Polynomial - बहुपद

Polynomial is an expression having single variable.

Variable - चर

The power of variable is non-Negative integer.

Expression - व्यंजक

Relation between variable

As - (i) $x^2+y^2+z^2$ – not polynomial

(ii) $x^3+\frac{1}{x^3}$ – "

(iii) x^2+x+1 – Polynomial

Degree of Polynomial - का बहुपद की कोटि

Maximum Power of a variable is called Degree.

As - (i) x^5+2x^2+1 Degree – 5

(ii) x^2+x^3-1 Degree – 3

Ques1 $x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

But - $x = \sqrt{9}$

$x = +3$

Que - $\sqrt{\sin^2\theta+\cos^2\theta} = ?$

(i) ± 1 (ii) 1 ✓

(iii) 0 (iv) -1

$\sqrt{1}$

Ques -3 $x + \frac{1}{x} = 1$, तो $x^3 = ?$

जोड़ने पर $\begin{cases} x^2 + 1 = x & \text{(i)} \\ x^3 + x = x^2 & \text{(ii)} \end{cases}$

$$x^3 \pm 1 = 0$$

$$\boxed{x^3 = -1}$$

Ques -4 यदि x का मान $2 < x < 3$ हो तो,

$$\sqrt{(2-x)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = ?$$

(i) 1 (✓) (ii) -1

(iii) $2x - 5$ (iv) $5 - 2x$

$$\sqrt{(2-x)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$$

$$\sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(3-x)^2} \Rightarrow x - 2 + 3 - x = 1$$

Ques- 5

Degree of expression - "Homosinious Expression"
⟶ 'समघातीय व्यंजक की कोटि'

(i) $a^2+b^2+a'b'$ degree = 2

(ii) $a^3+3ab(a+b)$ D = 3

(iii) x^2y+xy^2 D = 3

(iv) $\frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}$ D = 1

Note - The degree of Any question must be equale to degree of answer of Homosinious Expr.

Quest ① $\frac{a(b-c)^2}{(-a)(a-b)}+\frac{b(c-a)^2}{(a-b)(b-c)}+\frac{c(a-b)^2}{(b-c)(c-a)}=?$

① $a+b+c$ (✓)
② a^2+b^2+c
③ 3
④ abc

Apply degree Rule -

$\frac{a'(b-c)^2}{(-a)'(a-b)'}$ = ऊपर की degree 3
नीचे की degree 2
Ans = 3-2 = 1

option में $a'+b'+c'$ की degree 1 है अतः
$(a+b+c)$ सही है।

Ques-2. $(x+y+z)^3 - (x+y-z)^3 - (y+z-x)^3 - (z+x-y)^3 = ?$

(I) $12xyz$ (II) $8(x+y+z)$ (III) $24xyz$ (✓) (IV) 24

Question का degree 3 है अतः option 3 degree वाला सही होगा (I) और (III) option 3 degree के है।

तब $x = y = z = 1$

$3^3 - 1^3 - 1^3 - 1^3 = 27 - 3 = 24$

अतः $24xyz$ सही होगा।

Ques-3. $\sum \frac{a^3(b+c)}{(a-b)(a-c)} = \frac{D.4}{D-2} = 4-2 = 2$ degree

(I) $a+b+c$ (II) abc

(III) $ab+bc+ca$ (✓) (IV) 3

Que-4 $\frac{x}{y} = \frac{z}{w}$ हो तो $\frac{x^m + y^m + z^m + w^m}{x^{-m} + y^{-m} + z^{-m} + w^{-m}} = ?$

(I) $(xyzw)^m$ (II) $(xyzw)^{m/2}$ (✓) (III) $\$$ (IV) $\frac{x}{y}$

$\frac{x^m}{x^{-m}} = x^{2m}$, opt (II) में $(x^4)^{m/2} = x^{2m}$

option (2) सही है।

Que-5 $(bc+ab+ca)^3 - a^3b^3 - b^3c^3 - c^3a^3$

(I) $(a-b)(b-c)(c-a)$ (II) $12abc$

(III) $3ab(a+b)(b+c)(c+a)$ (IV) $(a+b)(b+c)(c+a)$

(III) का degree 6 है अतः opt (IV) सही है।

Method No. - 1

$x^2+1=x$ तो find $x^3=?$

$x^2+1=x$ — (I)

$x^3+x=x^2$ — (II)

$x^3+1=0$

$\boxed{x^3=-1}$

Q4-(2) $a^4+a^3+a^2+a+1=0$

Find the value of $a^{25}+a^{15}+a^{10}+1$ का

$a^4+a^3+a^2+a+1=0$ — (I) जोड़ने पर

$a^5\pm a^4\pm a^3\pm a^2\pm a=0$ — (II)

$-a^5+1=0$

$a^5=1$

$a^{25}+a^{15}+a^{10}+1 \Rightarrow (a^5)^5+(a^5)^3+(a^5)^2+1$

$\Rightarrow 1+1+1+1$

$\Rightarrow 4$ ✓

Ques-3 $a+a^2+a^3-1=0$

$a^3+\frac{1}{a}=?$

$a+a^2+a^3-1=0$ — (I)

$1+a+a^2-\frac{1}{a}=0$ — (II)

$a^3+\frac{1}{a}=2$

option (I) 1 (IV) 4

(II) 2 (✓) (III) 3

$a+a^2+a^3=1$

$(1+a+a^2)=\frac{1}{a}$

$a^3=1-a-a^2$

$a^3+\frac{1}{a}=1+a+a^2+1-a-a^2$

$=2$

Ques - 4 $x^2 + 2 = 2x$, find $x^4 - x^3 + x^2 + 2$

(I) 1 (II) 2 (III) 3 (IV) 4 (✓)

$x^2 + 2 = 2x$ -(I)

$x^3 + 2x = 2x^2$ -(II)

$x^4 + 2x^2 = 2x^3$ -(III)

$x^4 - x^3 + x^2 + 2 = 0$

if $x^4 - x^3 + x^2 + 3 = ?$

$x^4 - x^3 + x^2 + 2 + 1 = 1 + 1$

$= 1$

Ques 5 $a^3 + 3a^2 + 9a = 1$ -(I)

$\frac{3}{a}$ से गुणा

$3a^2 + 9a + 27 = \frac{3}{a}$ -(II)

find $a^3 + \frac{3}{a} = ?$

(I) 31 (III) 24

(II) 26 (IV) 28

$a^3 + \frac{3}{a} = 28$

Que - 6 $\sqrt{x^2+8x+35} + \sqrt{x^2+8x+3} = 8, t$

$\sqrt{x^2+8x+35} - \sqrt{x^2+8x+3} = t$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ से

$(x^2 + 8x + 35 - x^2 - 8x - 3) = 8t$

$32 = 8t$

$\boxed{t = 4}$

Que -7 $\sqrt{3x^3+17x^2-29x+34} + \sqrt{3x^2+17x^2-29x-11} = 9$

$\sqrt{3x^2+17x^2-29x+34} - \sqrt{3x^2+17x^2-29x-11} = t$

$9t = 34 + 11 = 45$

$\boxed{t = 5}$

C.G.L Pre - 2014

Que - $2x = a + \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$, & $2y = a - \sqrt{\frac{4b^3 - a^3}{3a}}$

तो $x^3 + y^3 = ?$

(I) a (II) b (III) a^3 (IV) b^3

$\because 4b^3 = a^3$

$2x = a$, $2y = a$

$x^3 + y^3 = \frac{a^3}{8} + \frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{4} = \frac{4b^3}{4} = b^3$

$\boxed{x^3 + y^3 = b^3}$

Que - $a = \frac{xy}{x+y}$ $b = \frac{xz}{x+z}$, $c = \frac{yz}{y+z}$

तो $x = ?$

(I) $\frac{2abc}{ab+bc+ca}$

(II) $\frac{2abc}{bc+ab-ca}$, (III) $\frac{2abc}{ab+ca-bc}$ (IV) $\frac{2abc}{bc+ca-ab}$

$\frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{b} = \frac{1}{z} + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{c} = \frac{1}{z} + \frac{1}{y}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{z} - \frac{1}{z} - \frac{1}{y}$

$\frac{bc + ca - ab}{abc} = \frac{2}{x}$

$x = \frac{2abc}{bc+ca-ab}$

$y = \frac{2abc}{ab+bc-ca}$

$z = \frac{2abc}{ab+ca-bc}$

Que SSC mains - 2017

① $a - \frac{1}{a} = b$, $b - \frac{1}{b} = a$, $\frac{1}{ab} = ?$

(i) 1 (ii) -2
(iii) 2 (iv) 0

$\rightarrow a - \frac{1}{a} - b + \frac{1}{b} = b - a$

$2a - 2b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

$2(a-b) = -\frac{(a-b)}{ab}$

$\boxed{\frac{1}{ab} = -2}$

② $a - \frac{1}{a} = b$, $b - \frac{1}{b} = c$, $c - \frac{1}{c} = a$,

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} = ?$

(i) 0 (ii) 3
(iii) 1 (iv) -3

~~$a + \frac{1}{a} + b - \frac{1}{b} + c - \frac{1}{c} = a + b + c$~~

~~$(a+b+c) - \frac{bc - }{abc}$~~

Solve $\frac{a}{b} - \frac{1}{ab} = 1$, $\frac{b}{c} - \frac{1}{bc} = 1$, $\frac{c}{a} - \frac{1}{ac} = 1$

$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}\right) = 3$

$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = -3 \quad \{\because \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 0$

~~③~~ $\rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = b^2$

$b^2 + \frac{1}{b^2} - 2 = c^2$

$+ \quad c^2 + \frac{1}{c^2} - 2 = a^2$

$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 6$

Quadratic and cubic Equation :-

$ax^2+bx+c=0$, where a, b, c are rational Numbers.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

समी० $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ जोड़ने तथा घटाने पर, -

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

$$x \Rightarrow -\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

if α, β are roots of the equation,

$$\alpha=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\beta=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\boxed{\alpha+\beta=\frac{-b}{a},\quad \alpha\beta=\frac{c}{a}}$$

$D = b^2 - 4ac$, D (Discriminent) - विविक्त

Roots

Imaginary
काल्पनिक

$b^2 - 4ac < 0$ or -ve

then, Value will be Imaginary.

Real
वास्तविक

$b^2 - 4ac \geq 0$ or +ve

$b^2 - 4ac > 0$

Rational

Whole square

Irrational

$a + \sqrt{b}$ $a - \sqrt{b}$

$b^2 - 4ac = 0$

Roats are equal

Que - (1)

$x^2 - 4x + K = 0$, के मूल Imaginary हो तो,

(i) 1 (ii) 3

(iii) 2 (iv) 5 (v)

for Imaginary $b^2 - 4ac < 0$

$16 - 4K < 0$

$4K > 16$

$K > 4$

Rational - $b^2 - 4ac$ → Perfect square N. होना चाहिए

Irrational - यदि एक Root $a + \sqrt{b}$ है तो

दूसरा $a - \sqrt{b}$ होगा

Que - ② find the Product of Root of

$x^2 - \sqrt{3} = 0$,

Product of Root $(\alpha\beta) = \frac{c}{a} = -\sqrt{3}$ Ans/

Ques ③ Equation $2x^2 + 7x + 12 = 0$, के दो Root α और β हैं then find $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = ?$

$\alpha + \beta = 7/2$, $\alpha\beta = 12/2 = 6$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \Rightarrow \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{49}{4} - 12}{6}$$

$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \Rightarrow \frac{1}{24}$ Ans//

Que (5) If the difference between both the roots of the equation $Ax^2 - Bx + C$ is 4 then what will be right. → CDS. 2017 ...

(A) $B^2 - 16A^2 = 4AC + 4B^2$ (B) $B^2 - 10A^2 = 4AC + 6A^2$ ✓

(C) $B^2 - 8A^2 = 4AC + 10A^2$ (D) $B^2 - 16A^2 = 4AC + 8B^2$

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$\alpha + \beta = B/A \qquad \alpha\beta = \frac{C}{A}$$

$$\alpha - \beta = 4$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$16 = \frac{B^2}{A^2} - \frac{4C}{A}$$

$$B^2 - 4AC = 16A^2$$

$$B^2 - 10A^2 = 4AC + 6A^2$$ (B) option

(6) If A & B are the roots of the equn $Ax^2 - A^2x + AB = 0$, then A, B = ?

$$A + B = \frac{A^2}{A} \qquad AB = \frac{AB}{A}$$

$B = 0$, $A = 1$

(7) α, β are the root of the eqn of $\alpha + \beta = 8$, $\alpha - \beta = 255$, तो α^4, β^4 किसके मूलहैं

(A) $x^2 - 1522x + 14641 = 0$ (B) $x^2 - 1764x + 14641 = 0$

(C) $x^2 + 1921x + 14641 = 0$ (D) $x^2 + 25201x + 14641 = 0$

$\alpha+\beta = 8$ —①

$\alpha-\beta = 2\sqrt{5}$ —②

Sqr करके घटाने पर.

$\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta = 64$

$\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta = 20$

$4\alpha\beta = 44$

$\alpha\beta = 11$

$\alpha^2-\beta^2 = 16\sqrt{5}$

$(\alpha^2-\beta^2)^2 = (\alpha^4+\beta^4) - 2\alpha^2\beta^2$

$\alpha^4+\beta^4 = 1280 + 242$

$\alpha^4+\beta^4 = 1522$

$\alpha^4+\beta^4$, eqn $x^2 - 1522x + 14641$ के मूल हैं।

Que ⑦. α & β are the root of eqn $x^2-x-1=0$, find $\alpha^8+\beta^8 = ?$

$\rightarrow x^2-x-1=0$

$\alpha+\beta = 1 \quad \alpha\beta = -1$

$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$

$= 1+2$

$\alpha^2+\beta^2 = 3$

$\alpha^4+\beta^4 = (\alpha^2+\beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$

$= 9-2$

$\alpha^4+\beta^4 = 7$

$\alpha^8+\beta^8 = (\alpha^4+\beta^4)^2 - 2\alpha^4\beta^4$

$\Rightarrow 49-2$

$\alpha^8+\beta^8 \Rightarrow 47$

Que. 8 - यदि $ax^2+bx+c=0$ (जहा a,b,c परिमेय सं. हैं) का एक मूल $5+3\sqrt{3}$ है, तो

$\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ क्या होगा।

$\alpha = 5+3\sqrt{3}$, $\beta = 5-3\sqrt{3}$

$\alpha+\beta = 10$, $\alpha\beta = -2$

समी॰ $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

$x^2 - 10x - 2 = 0$

$a = 1, \quad b = -10, \quad c = -2$

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c} \Rightarrow \frac{1+100+4}{1-10-2} = -\frac{105}{11}$$

Algebra

Basic identity :-

(I) If $\sqrt{a^2+b^2+ab} + \sqrt{a^2+b^2-ab} = 1$, then find the value of $(1-a^2)(1-b^2) = ?$

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{7}{4}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $\frac{9}{4}$

Solve - $\sqrt{a^2+b^2+ab} + \sqrt{a^2+b^2-ab} = 1$

$b = 0$

$\sqrt{a^2} + \sqrt{a^2} = 1$

$2a = 1$

$\boxed{a = 1/2}$

$(1-a^2)(1-b^2) \Rightarrow (1-\frac{1}{4})(1-0)$

$\Rightarrow \frac{3}{4}$ Ans// (i)

(2) If $x = a + \frac{1}{a}$, $y = a - \frac{1}{a}$, then find the value of $x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = ?$

$x = a + \frac{1}{a}$, $y = a - \frac{1}{a}$

$a = 1$ $\quad y = 0$

$x = 2$ $\quad \rightarrow x^4 + y^4 - 2x^2y^2$

$= 2^4$

$= 16$ Ans

③ If $a+b+c=12$ and $ab+bc+ca=5$, then find $bc(b+c)+ca(c+a)+ab(a+b)+3abc=?$

Solve - $c=0$, $a+b=12$, $ab=5$

$$\underset{0}{\underline{bc(b+c)}}+\underset{0}{\underline{ca(c+a)}}+ab(a+b)+\underset{0}{\underline{3abc}}$$

$*5\times12$

$=60$ Ans//

④ $x+y=2017$, then find $(-1)^x+(-1)^y=?$

(i) 0 (ii) -1

(iii) 2 (iv) -2

Solve - $y=0$

$x=2017$

$(-1)^x+(-1)^y \Rightarrow (-1)^{2017}+(-1)^0$

$\Rightarrow -1+1$

$\Rightarrow 0$ (i)

⑤ Main - 2017 -

If $\frac{x+y}{z}=2$, find $\frac{y}{y-z}+\frac{x}{x-z}=?$

(i) 0 (ii) 1

(iii) 2 (iv) 3

S:- $x+y=2z$

$z=0$

$\frac{y}{y-z}+\frac{x}{x-z} \Rightarrow \frac{y}{y}+\frac{x}{x}$

$\Rightarrow 2$ (iii) ✓

⑥ Note - Basic Rule :-

कोई ऐसा समी० जो x, y, z, या a, b, c के Variable में हो, और उसमें जो variable सबसे ज्यादा बार use हुआ हो उसे 0, 1, 2.. मानकर question को easy बनाकर समी० से value को निकालकर ज्ञात करने वाले Question में रख देते हैं।

⑥ $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ca}{b^2+ca} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1,$

find the value of, $\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$

$b = 0,$

$\frac{a^2}{a^2} + \frac{-ca}{ca} + \frac{c^2}{c^2} = 1 \Rightarrow 1 - 1 + 1 = 1$

$1 = 1,$ $b = 0,$ equation $\frac{1}{2}$ को satisfied करता है।

$\Rightarrow \frac{a^2}{a^2} + \frac{b^2}{1} + \frac{c^2}{c^2}$

$\Rightarrow 2$ Ans//

⑦ $a + b + c = 0,$ then. find the value of

$\frac{a^2}{2a^2+bc} + \frac{b^2}{2b^2+ca} + \frac{c^2}{2c^2+ab} = ?$

$b = 0$

$\frac{a^2}{2a^2} + 0 + \frac{c^2}{2c^2} \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ Ans//

(8) $a+b+c=0$, find $\frac{a^2}{a^2-bc}+\frac{b^2}{b^2-ca}+\frac{c^2}{c^2-ab}=?$

$b=0$

$$\frac{a^2}{a^2}+0+\frac{c^2}{c^2}=1+1=2 \text{ Ans//}$$

(9) $x+y+z=0$, find $\frac{3y^2+x^2+z^2}{2y^2-xz}=?$

Main-2017, 17 Feb

I.- $z=0, \quad x=-y$

$$\frac{3y^2+x^2}{2y^2} \Rightarrow \frac{3y^2+y^2}{2y^2} \Rightarrow \frac{4y^2}{2y^2}$$

$\Rightarrow 2$ Ans//

II $x+y=-z$

$$\frac{3y^2+x^2+(x+y)^2}{2y^2+x(x+y)} \Rightarrow \frac{3y^2+x^2+x^2+y^2+2xy}{2y^2+x^2+xy}$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+4y^2+2xy}{2y^2+x^2+xy} \Rightarrow \frac{2(xy^2+x^2+xy}{2y^2+x^2+xy}$$

$\Rightarrow 2$ Ans//

(10)

ZERO METhod

$\leftarrow$ x $\rightarrow$

$x+y=5$,

$x-y=3$

जितने equation होंगे, उतनें variable fix होंगे, बाकी को कुछ भी माना जा सकता है।

$x+y+z=15$, y और z को अपनी मर्जी से 0, 1.... कुछ भी ले सकते है।

$a+b+c=178$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=200$ > 2 fix है बाकी एक को कुछ भी मान सकते है।

One equation -

$a+b+c=0$

(i) किसी एक variable (जो ज्यादा बार या हर term में आया हो) उसे zero कर देते हैं।

(ii) अगर इससे भी न हो तो इसरे variable को zero कर देते हैं।

Que $Pqr=1$

$$\frac{1}{1+P+q^{-1}}+\frac{1}{1+q+r^{-1}}+\frac{1}{1+r+P^{-1}}=?$$

$q=r=1$, $P=1$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+1+1}+\frac{1}{1+1+1}+\frac{1}{1+1+1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{3}=1$$

(5) if $a+b+c=0$

(i) $\frac{a^2}{2a^2+bc} + \frac{b^2}{2b^2+ca} + \frac{c^2}{2c^2+ab} = ?$

(ii) $\frac{a^2}{a^2-bc} + \frac{b^2}{b^2-ca} + \frac{c^2}{c^2-ab} = ?$

(a) $c=0, \quad b=+1, \quad a=-1$

(i) $\frac{(-1)^2}{2(-1)^2} + \frac{1^2}{2(1)^2} + 0 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

(ii) $1+1 = 2$

(6) $x+y=22$

(i) $\frac{x}{x-2} + \frac{y}{y-2} = ?$

$y=0, \quad x=22$

(i) $\frac{22}{22-2} + 0 \Rightarrow \frac{22}{22} = 2$

(ii) $\frac{x}{x-2} + \frac{z}{y-2} = ?$

$\frac{22}{22-2} + \frac{z}{-2} \Rightarrow \frac{22}{22} - 1$

$= 1$

(7) $a+b+c=13$

$ab+bc+ca=6$

$c=0$

$a+b=13$

$ab=6$

$ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) + 3abc = ?$

$= 6 \times 13 + 0$

$\Rightarrow 78$

Note यदि दो चीजें दिया हो तो एक को 0 कर देते हैं क्योंकि दो fix हैं।

(8) $\sqrt{a^2+b^2+ab} + \sqrt{a^2+b^2-ab} = 1$

(i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{7}{4}$ (iv) $\frac{3}{4}$

$(1-a^2)(1-b^2) = ?$

$b=0, \quad \sqrt{a^2} + \sqrt{a^2} = 1$

$2a = 1$

$a = 1/2$

$(1-a^2)(1-0) \Rightarrow (1-\frac{1}{4}) = \frac{3}{4}$ Ans

(9) $\sqrt{(1-p^2)(1-q^2)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{2p^2+2q^2+2pq} + \sqrt{2p^2+2q^2-2pq} = ?$

$q=0, \quad \sqrt{1-p^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{p = \frac{1}{2}}$

$1-p^2 = \frac{3}{4}$

$\rightarrow \sqrt{2p^2} + \sqrt{2p^2} = 2\sqrt{2 \times \frac{1}{4}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

(10) $p^3+q^3+r^3-3pqr = 4$

$a = q+r, \quad b = r+p, \quad c = p+q$

$a^3+b^3+c^3-3abc = ?$

(i) 4 (ii) 8 (v) (iii) 2 (iv) 12

$q=r=0, \quad p^3 = 4$

$a=0, \quad b=p, \quad c=p$

$\rightarrow 0 + p^3 + p^3 - 0$

$\Rightarrow 2p^3$

$\Rightarrow 2 \times 4 \Rightarrow 8$ Ans (ii)

(11) $x^3+y^3+z^3 = 3(1+xyz)$

$P = y+z-x$, $q = z+x-y$, $q = x+y-z$

$p^3+q^3+r^3 - 3pqR = ?$

(i) 8 (ii) 12 (✓) (iii) 4 (iv) 0

$y = z = 0$ $P = -x$, $q = +x$, $r = +x$

$x^3 = 3$

$\rightarrow -x^3 + x^3 + x^3 + 3x^3$

$\rightarrow 4x^3$

$\rightarrow 4 \times 3$

$\rightarrow 12$ (iii)

(12) $x+y+z = 0$

(A) $\dfrac{3y^2+x^2+z^2}{2y^2-2x} = ?$

$y = 0$, $x+z = 0$

$x = -z$

$\dfrac{x^2+z^2}{-2x} \Rightarrow \dfrac{+z^2+z^2}{-2x-z}$

$\Rightarrow \dfrac{2z^2}{+z^2} = 2$ Ans //

(B) $x+y = 3$

$x^3+y^3+9xy = ?$

$y = 0$

$x = 3$

$\Rightarrow 3^3 + 0 + 0$

$\Rightarrow 27$ Ans

(14) $x = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$, $y = \frac{b}{c} + \frac{c}{b}$, $z = \frac{c}{a} + \frac{a}{c}$

$xyz - x^2 - y^2 - z^2 = ?$

(I) -4 (✓) (II) 2 (III) -1 (IV) -6

Solve $b = c = 1$

$x = a + \frac{1}{a}$, $y = 2$, $z = a + \frac{1}{a}$

$x = z$

$2z^2 - z^2 - 4 - z^2 = -4$ ✓

(15) $x = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}$, $y = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$

$x^4 + y^4 - 2x^2y^2 = ?$

Solve $a = 1$

$x = 2$, $y = 0$

(I) 0 (II) 16 (III) 4 (IV) 1

$\Rightarrow 2^4 + 0$

$\Rightarrow 16$

(16) $x = \frac{a}{b+c}$, $y = \frac{b}{c+a}$, $z = \frac{c}{a+b}$

$xy + yz + zx + 2xyz = ?$

(I) 0 (II) 1 (III) 2 (IV) 3

$a = 0$, $x = 0$, $y = \frac{b}{c}$, $z = \frac{c}{b}$

$\rightarrow yz \Rightarrow \frac{b}{c} \times \frac{c}{b}$

$\Rightarrow 1$

(17) $\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{b+c} + \frac{2c}{c+a} + \frac{(b-c)(c-a)(a-b)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = ?$

(i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 3 (✓)

$b = c = 0$

Solve - $\frac{2a}{a+b} + \frac{2b}{b} + 0 + \frac{b \times -a(a-b)}{(a+b) \times b \times a}$

$\Rightarrow \frac{2a}{a+b} + 2 - \frac{a-b}{a+b}$

$\Rightarrow \frac{2a - a + b}{a+b} + 2$

$\Rightarrow \frac{a+b}{a+b} + 2 \Rightarrow 1+2 \Rightarrow 3$

(18) $x = (a + \sqrt{a^2+b^3})^{1/3} + (a - \sqrt{a^2+b^3})^{1/3}$.

$x^3 - 3bx = ?$

(i) 0 (ii) 2a (iii) -2a (iv) a^3

Solve - $b = 0$

$x = (a+a)^{1/3} + 0$

$x = (2a)^{1/3}$

$[(2a)^{1/3}]^3 \Rightarrow 2a^{3 \times \frac{1}{3}} \Rightarrow 2a$ (ii) ✓

(19) $2S = x+y+z$, तो $(S-x)^3 + (S-y)^3 + 3(S-x)(S-y) = ?$

(i) x^3 (ii) z^3 (iii) $-z^3$ (iv) 0

$S = y = 0$ $(-x)^3 + 0 + 0$

$-x = z$, z^3 (ii)

Concept of symmetry

→ all varriable should be equal -

① $xy + yz + 2x = xyz$

$$\frac{x+y}{xy(z-1)} + \frac{y+z}{yz(x-1)} + \frac{z+x}{zx(y-1)} = ?$$

(I) 0 (II) 1 (V) (III) 2 (IV) 3

→ $3xy = xyz$

$z = 3$

$x = y = z = 3$

$$\frac{3(x+y)}{xy(z-1)} = \frac{3 \times 6}{9 \times 2}$$

⇒ 1 (II)

② 2013 main -

$$\frac{x^2-a^2}{b+c} + \frac{x-b^2}{a+c} + \frac{x-c^2}{a+b} = 4(a+b+c), x \neq ?$$

(I) $(a+b+c)^2$

(II) $a^2+b^2+c^2$

(III) $ab+bc+ca$

(IV) $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

Concept of symmetry → $a = b = c$

$$3\frac{(x-a^2)}{a+a} = 4(a+a+a)$$

$$\frac{3(x-a^2)}{2a} = 4 \times 3a$$

$$x - a^2 = 8a^2$$

$$\boxed{x = 9a^2}$$

by option -

(I) $(a+a+2a)^2 = (3a)^2 = 9a^2$ (✓)

(II) $3a^2$

(III) $3a^2$

(IV) 0

(3) $\frac{m-a^2}{b^2+c^2} + \frac{m-b^2}{c^2+a^2} + \frac{m-c^2}{a^2+b^2} = 3$ तो $m = ?$

(i) $a^2+b^2+c^2$ (ii) $a^2+b^2-c^2$ (iii) a^2+b^2 (iv) $a^2-b^2-c^2$

c. of symmetry →

$$\frac{3(m-a^2)}{b^2+c^2} = 3$$

$$m - a^2 = b^2 + c^2$$

$$\boxed{m = a^2+b^2+c^2} \quad (i)$$

$$\frac{3(m-a^2)}{a^2+a^2} = 3$$

$$m = 3a^2$$

by option

(i) $a^2+a^2+a^2 = 3a^2$ (✓)

(ii) a^2

(iii) $2a^2$

(iv) $-a^2$

(4) $\frac{x+a^2+2c^2}{b+c} + \frac{x+b^2+2a^2}{a+c} + \frac{x+c^2+2b^2}{a+b} = 0$

$x = ?$

(i) $a^2+b^2+c^2$ (iii) $a^2+2b^2+c^2$

(ii) $-(a^2+b^2+c^2)$ (iv) $-(a^2+b^2+2c^2)$

concept of symetry →

$$\frac{3(x+a^2+2a^2)}{a+a} = 0$$

$$x + 3a^2 = 0$$

$$x = -3a^2$$

(i) $3a^2$

(ii) $-3a^2$ ✓

(iii) $4a^2$

(iv) $-4a^2$

(5) $xy+yz+zx=1$, $\frac{1+y^2}{(x+y)(y+z)}$ = ?

(I) 2 (III) 4

(II) 3 (IV) 1

C. of Sy ⟶

$3x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{3}$

$\frac{1+x^2}{2x \times 2x} \Rightarrow \frac{1+x^2}{4x^2}$

$\Rightarrow \frac{1+\frac{1}{3}}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{\frac{4}{3}}$

$\Rightarrow$ 1 (IV) ✓

(6) $x_1 x_2 x_3 = 4(4 + x_1 + x_2 + x_3)$, then find the value of $\frac{1}{2+x_1} + \frac{1}{2+x_2} + \frac{1}{2+x_3}$ = ?

(I) 1 (II) 1/2 (✓) (III) 2 (IV) 1/3

C.O.B.Y. $x_1^3 = 4(4+3\times4)$ $x_1 = x_2 = x_3 = 4$

$x_1^3 = 64$

$x_1 = 4$

$\rightarrow \frac{3\times1}{2+4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (II)

(7) $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{2} = 1$, (I) xyz = ? (II) $z + \frac{1}{x}$ = ?

$y = -1$, $x + \frac{1}{-1} = 1$, $x \Rightarrow 2$, $-1 + \frac{1}{2} = 1$

$z = \frac{1}{2}$

$x = +2$

$z = +\frac{1}{2}$

(I) $xyz = +2 \times -1 \times \frac{1}{2} = -1$

(II) $\frac{1}{2} + \frac{1}{+2} = \frac{2}{2} = 1$

(8) $x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=z+\frac{1}{x}$, जहां $x\neq z\neq y$ हो।

$xyz=?$ (i) 1 (ii) −1 (iii) 0 (iv) ±1 (v)

$x\neq y\neq z$

it means → $x-y\neq 0,\ y-z\neq 0,\ z-x\neq 0$

$$x+\frac{1}{y}=y+\frac{1}{z}=z+\frac{1}{x}$$

$$x-y=\frac{1}{z}-\frac{1}{y}=\frac{y-z}{yz}$$

$$y-z=\frac{1}{x}-\frac{1}{z}=\frac{z-x}{xz}$$

$$z-x=\frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{x-y}{xy}$$

गुणा करने पर -

$$(x-y)(y-z)(z-x)=\frac{(y-z)(z-x)(x-y)}{(xyz)^2}$$

$$(xyz)^2=1$$

$$\boxed{xyz=\pm 1}$$ Ans.

(9) $\frac{a-b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c-a}{b}=1$ and $(b+c-a\neq 0)$

then which relation will be true?

(i) $\frac{1}{a}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$ (ii) $\frac{1}{c}=\frac{1}{a}\pm\frac{1}{b}$ (iii) $\frac{1}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{c}$ (iv) None

$$\frac{a-b}{c}+1+\frac{b+c}{a}-1+\frac{c-a}{b}+1=1-1-1+1$$

$$\frac{a-b-c}{c}+\frac{b+c-a}{a}+\frac{c-a+b}{b}=0$$

$$\frac{a-b-c}{c}-\frac{a-b-c}{a}-\frac{a-b-c}{b}=0$$

$$(a-b-c)\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)=0$$

$$\frac{1}{c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$ (ii) ✓

Method-2

$a = b$

$0 + \frac{a+c}{a} + \frac{c-a}{bc} = 1$

$1 + \frac{c}{a} + \frac{c}{bc} - 1 = 1$

$\frac{1}{a} \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \right]$

Factor ← × → Theorem

factorization →

$x^8 + x^4 + 1$

$x^8 + x^4 + 1 - x^4 + x^4$

$x^8 + 2x^4 + 1 - x^4$

$(x^4+1)^2 - (x^2)^2$

$(x^4+1+x^2)(x^4+1-x^2)$

$(x^4+1+x^2)(x^4+1+2x^2-2x^2-x^2)$

$(x^4+2x^2+1-2x^2+x^2)(x^4+1+2x^2-3x^2)$

$[(x^2+1)^2 - x^2][(x^2+1)^2 - (\sqrt{3}x)^2]$

$[(x^2+1+x)(x^2+1-x)(x^2+1+\sqrt{3}x)(x^2+1-\sqrt{3}x)]$

① $x^4 + y^4 - 7x^2y^2$

$x^4 + y^4 + 2x^2y^2 - 2x^2y^2 - 7x^2y^2$

$(x^2+y^2)^2 - 9x^2y^2$

$(x^2+y^2+3xy)(x^2+y^2-3xy)$

② $a^4 + b^4 + a^2b^2 = 8$

$a^2 + b^2 + ab = 4$ — (1)

find $ab = ?$

$a^4 + b^4 + a^2b^2 = 8$

$(a^2+b^2)^2 - (ab)^2 = 8$

$(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab) = 8$

$4(a^2+b^2-ab) = 8$

$a^2 + b^2 - ab = 2$ — (2)

(1) $a^2 + b^2 + ab = 4$

(2) $a^2 + b^2 - ab = 2$

$-2ab = -2$

$ab = 1$

$a^2 + b^2 = 4 - ab$

Squaring both side.

$a^4 + b^4 + 2a^2b^2 = 16 + a^2b^2 - 8ab$

$a^4 + b^4 + a^2b^2 = 16 - 8ab$

$8 = 16 - 8ab$

$1 = 2 - ab$

$\boxed{ab = 1}$

③ $\frac{5x^2-3y^2}{xy} = \frac{11}{2}$ find $\frac{x}{y}$ = +ve

$10x^2 - 6y^2 = 11xy$

$10x^2 - 15xy + 4xy - 6y^2 = 0$

$(2x-3y)(5x+2y) = 0$

$2x - 3y = 0$

$2x = 3y$

$\boxed{\frac{x}{y} = \frac{3}{2}}$

④ What is the difference of the factor $x^2 + \frac{1}{x^2} - 6$

$x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 - 4 \Rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 - 2^2$

$\Rightarrow (x - \frac{1}{x} + 2)(x - \frac{1}{x} - 2)$

अन्तर - $(x - \frac{1}{x} + 2 - x + \frac{1}{x} + 2)$

$\boxed{\text{अन्तर} = 4}$

⑤ गुणनखण्ड प्रमेय -

यदि $(x-a)$, $f(x)$ का एक गुणनखण्ड है तो $f(a) = 0$

Que ① $x^{29} - x^{26} + x^{23} - 1$ के गुणनखण्ड होंगे -

(i) $x+1$ but not $x-1$

(ii) $x-1$ both $x+1$

(iii) $x-1$ but not $x+1$

(iv) Both not

$(x-1)$ गुणनखण्ड है $(x+1)$ नहीं।

$x - 1 = 0$

$x = 1$

$1^{29} - 1^{26} + 1^{23} - 1$

$1 - 1 + 1 - 1$

$= 0$

$x = -1, (x+1)$

$(-1)^{29} - (-1)^{26} + (-1)^{23} - 1$

$-1 - 1 - 1 - 1$

-4

Second Method -

$x^{29} - x^{26} + x^{23} - 1$

$x^{26}(x^{3} - 1)$

(2) यदि $(x-2)$ और $(x+3)$, $x^2+k_1x+k_2$ के गुणनखण्ड हो तो, k_1 और k_2 का मान ज्ञात करो।

$x-2=0$ $\qquad$ $x+3=0$

$x=2$ $\qquad$ $x=-3$

$(2)^2+2k_1+k_2$ $\qquad$ $(-3)^2+3k_1+k_2$

$4+2k_1+k_2$ $\qquad$ $5k_1-5=0$ $\qquad$ $\boxed{k_2=-6}$

$-\underline{9-3k_1+k_2}$ $\qquad$ $\boxed{k_1=1}$

(3) यदि $px^3-2x^2+qx+18=0$, x^2-9 से पूरी तरह विभाजित हो तो $p:q$ ज्ञात करो।

$x^2-9=0$ $\qquad$ $x=3,-3$

$27p-18+3q+18=0$

$27p=-3q$

$p:q=1:-9$

(4) $x+2$ is a common factor of x^2+ax+b, and x^2+bx+a, $a:b=?$

$x+2=0$

$x=-2$

$4-2a+b=0$ $\quad$ (i)

$4-2b+a=0$ $\quad$ (ii)

$4=2a-b$

$2a-b-2b+a=0$

$3a=3b$

$a:b=1:1$

(5) factor of $x(x+2)(x+3)(x+5)-72$ will be.

(1) $x,(x+3)\ (x+4)\ (x-6)$

(2) $(x-1)(x+6)(x^2-2x-12)$ x के गुणा करने पर +72

(3) $(x-1)\ (x+6)\ (x^2+5x+12)$ → सही है।

(4) $(x+2)(x-6)(x^2-5x-12)$ x "

$x=1$

$1\times3\times4\times6-72 \Rightarrow 72-72=0$

$x=-3$ $(x+3)$ गुणनखण्ड नहीं है अतः op (i) भी नहीं होगा।

~~$-3\times0\times+1+9$~~

$-3\times-1\times0\times+2-72$

option (3) सही है।

(6) $(x+y+z)^3-(x+y-z)^3-(y+z-x)^3-(z+x-y)^3=?$

(i) $24xyz$ (ii) $27xyz$ (iii) $3xyz$ (iv) 0

$x=0$

$(y+z)^3-(y-z)^3-(y+z)^3-(z-y)^3$

$(y+z)^3-(y-z)^3-(y+z)^3+(y-z)^3$

$\Rightarrow 0$

$x=y=z=0$ a factor है। अतः $x=y=z=1$ रखने पर,

$3^3-1^3-1^3-1^3$

$27-3$

24

अतः $24xyz$ Ans)

शेषफल प्रमेय-

Remindor Theorm →

Que ① if $5x^3+5x^2-6x+9$ is divided by $(x+3)$, then find the Remindor.

$x+3=0$

$x=-3$

$\Rightarrow 5X-27+5X9-6X-3+9$

$\Rightarrow -135+45+18+9$

$\Rightarrow -63$

Que 2 ① $\frac{x^{51}+51}{x+1}$

$x=-1$

$R=(-1)^{51}+51$

$R=-1+51$

$\boxed{R=50}$

② $\frac{x^{40}+3}{x^4+1}$ Remindor=?

$x^4=-1$

$R=(x^4)^{10}+3$

$R=(-1)^{10}+3$

$\boxed{R=4}$

Que ③ if any Polynomial is divided by $(x-2)$ and $(x-3)$ then leives R. Rapedly 1 and 2, find the Remindor when it is divided by x^2-5x+6

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ · $f(x)$ ($q(x)$

$\frac{f(x)}{x-2} \Rightarrow f(2)=1$

$\frac{f(x)}{x-3} \Rightarrow f(3)=2$

$ax+b$

भाज्य = भाजक × भागफल + शेष

$f(x) = (x-2)(x-3) \times q(x) + (ax+b)$

$x = 2$,

$f(2) = 0 + 2a + b$

$2a + b = 1$ — (i)

$x = 3$ के लिए

$f(3) = 0 + 3a + b$

$3a + b = 2$ — (ii)

$3a + 1 - 2a = 2$

$a = 1$

$b = -1$

$R = ax + b = x - 1$

(4) $\dfrac{(5x^2+14x+2)^2 - (4x^2-5x+7)^2}{x^2+x+1}$ $R = ?$

$\dfrac{(5x^2+14x+2+4x^2-5x+7)(5x^2+14x+2-4x^2+5x-7)}{(x^2+x+1)}$

$\dfrac{(9x^2+9x+9)(x^2+19x-5)}{x^2+x+1}$

$R = 0$

TYPE - I (A)

(I) $x + \frac{1}{x} = 2$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$\boxed{x = 1}$

Que - (I) $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = 1 + 1 = 2$

(II) $x^2 + x + \frac{1}{x^3} = 1 + 1 + 1 = 3$

(III) $(x-2)^{11} + \frac{1}{(x-2)^{11}} = -1 - 1 = -2$

Que - 2. $m + \frac{1}{m-2} = 4$

$m - 2 + \frac{1}{m-2} = 2$

$(m-2)^2 - 2(m-2) + 1 = 0$

$(m-2-1)^2 = 0$

$(m-3)^2 = 0$

$\boxed{m = 3}$

(I) $(m-2)^{19} + \frac{1}{(m-2)^{15}} = (3-2)^{19} + \frac{1}{(3-2)^{15}} = 1 + 1 = 2$

(II) $m^2 + m + 1 = 3^2 + 3 + 1 = 13$

(III) $(m-4)^{15} + \frac{1}{(m-4)^{15}} = (-1)^{15} + \frac{1}{(-1)^{15}} = -1 - 1 = -2$

TYPE I - 'B'

① $x + \frac{1}{x} = -2$

$\boxed{x = -1}$

(i) $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = (-1)^{11} + \frac{1}{(-1)^{11}} = -1 - 1 = -2$

(ii) $x^{12} + \frac{1}{x^{13}} = (-1)^{12} + \frac{1}{(-1)^{13}} = 1 - 1 = 0$

(iii) $x^{12} + \frac{1}{x^{12}} = (-1)^{12} + \frac{1}{(-1)^{12}} = 1 + 1 = 2$

(iv) $x^2 - x - 6 = (-1)^2 - (-1) - 6 = +1 + 1 - 6 = -4$

(v) $(x+2) + \frac{1}{x+2} = 1 + 1 = 2$

② $(x+1)(x+2) + \frac{1}{x(x-1)} = 0$, $x^2 + x = ?$

(i) 4 (ii) 9 (iii) 1 (iv) 0

$$\frac{x(x+1)(x+2)(x-1) + 1}{x(x-1)} = 0$$

$(x^2 + x)(x+2)(x-1) + 1 = 0$

$(x^2 + x)(x^2 + x - 2) + 1 = 0$

$x^2 + x = t$

$t(t-2) + 1 = 0$

$t^2 - 2t + 1 = 0$

$(t-1)^2 = 0$

$t - 1 = 0$

$\boxed{t = 1}$

$\boxed{x^2 + x = 1}$

C $x + \frac{1}{x} = 1$

$x^2 + 1 = x$
$x^3 + x = x^2$ > जोड़ने पर ① $x^3 = -1$

① $x^3 = -1$

② $x^3 + x^0 = 0$, यदि दो पदों का योग के Power का अन्तर 3 हो तो मान 0 होगा।

Q4- ① if $x + \frac{1}{x} = 1$, $x^3 = -1$, $x^3 + x^0 = 0$

① $x^{12} + \frac{1}{x^{12}} \Rightarrow (x^3)^4 + \frac{1}{(x^3)^4} =$

② $(x^{15} + \frac{1}{x^{15}} \Rightarrow -1 - 1 = -2$

③ $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} \Rightarrow -x - \frac{1}{x} = -1$

④ $x^{53} + x^{50} + x^{40} + x^{37} + x^{22} + x^{19} + x^3 + 3 \Rightarrow -1 + 3$

⑤ $x^{30} + x^{12} + x^3 + 2$ $\Rightarrow 2$

$\Rightarrow (x^3)^{10} + (x^3)^4 + x^3 + 2$

$\Rightarrow 1 + 1 + 1 + 2$

$\Rightarrow 3$

D. $x + \frac{1}{x} = -1$

(i) $x^3 = 1$

(ii) $x^3 - x^0 = 0$

Difference of two term of x will be 'zero' if difference of their Power is 3

(1) if $x + \frac{1}{x} = -1$, then find -

(i) $x^{15} + \frac{1}{x^{12}} = (1)^5 + \frac{1}{1^4} = 1 + 1 = 2$

(ii) $x^{11} + \frac{1}{x^{11}} = \frac{x^{12}}{x} + \frac{x}{x^{12}} = x + \frac{1}{x} = -1$

(iii) $x^{19} - x^{16} + x^{11} - x^8 + 2 \Rightarrow 2$

E. $x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{3}$

दोनों पक्षों को घन करने पर,

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{3}$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

$$x^6 + 1 = 0$$

(i) $x^6 = -1$

(ii) $x^6 + x^0 = 0$

if the difference of Power of two terms of x is 6 then sum of both terms will be Zero.

Q4. ① If $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$

① $x^{24} + x^{18} = 0$

② $x^{506} + x^{500} + x^{100} + x^{94} + x^6 + 3 \Rightarrow -1 + 3 = 2$

(iii) $x^{67} + x^{43} + x^{29} + x^{17} + x^{11} + x^6 + x^5 + 3$

$(x^6)^{11} \times x + x \times (x^6)^7 + \frac{(x^6)^5}{x} + \frac{(x^6)^3}{x} + 3 + (-1)$

$\Rightarrow -x - x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x} + 2$

$\Rightarrow -(2\sqrt{3}) + 2$

$= 2(1 - \sqrt{3})$

② $x + \frac{1}{x} = -\sqrt{3}$

cube both side.

$x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = -3\sqrt{3}$

$x^3 + \frac{1}{x^3} - 3\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

$x^6 + 1 = 0$

① $x^6 = -1$

② $x^6 + x^0 = 0$

$(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy$

E ① $x + \frac{1}{x} = a$

$\boxed{x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2}$, $\boxed{x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a}$

② $x - \frac{1}{x} = a$

$\boxed{x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 + 2}$ $\boxed{x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a}$

(i) $x + \frac{1}{x} = 3$, $a = 3$

(i) $x^2 + \frac{1}{x^2} = a^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

(ii) $x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a = 3^3 - 3 \times 3 = 18$

(iii) $x^4 + \frac{1}{x^4} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 = 7^2 - 2 = 47$

(iv) $x^6 + \frac{1}{x^6} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^2 - 2 = 324 - 2 = 322$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - 3$

$= 7 \times 18 - 3$

$= 126 - 3$

$= 123$

$x + \frac{1}{x} = 5$

(i) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 5^2 - 2$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$

(ii) $x^3 + \frac{1}{x^3} = 5^3 - 3 \times 5$

$= 125 - 15$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$

$= x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$

(iii) $x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) - a$

$= 23 \times 110 - 5$

$\boxed{x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525}$

Qy $\tan^5\theta + \cot^5\theta = 2525$

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = ?$

$= 5^2 - 2$

$= 23$

Que $x + \frac{1}{x} = \sqrt{13}$

$\downarrow \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = (\sqrt{13})^2 - 2$

$\rightarrow \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 11$

$x - \frac{1}{x} = \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4}$

$= \sqrt{13 - 4}$

$\downarrow \quad x - \frac{1}{x} = 3$

$\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3^2 + 2 = 11$

$\rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = 3^3 + 3 \times 3$

$= 27 + 9$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = 36$

$x^5 - \frac{1}{x^5} = 11 \times 36 - 3$

$=$

Ques/

$x + \frac{1}{x} = 5$, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 28$, then $x^3 + \frac{1}{x^2} = ?$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 5^2 - 2 = 23$.

$28 + x^3 + \frac{1}{x^2} = 133$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 5^3 - 3 \times 5 = 110$

$x^3 + \frac{1}{x^2} = 105$ //

$\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right) + x^3 + \frac{1}{x^2} = 133$

Ques - $x^2 - 4x + 1 = 0$, find $x^9 + x^7 - 194x^5 - 194x^3$

$x + \frac{1}{x} = 4$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 4^3 - 3 \times 4$

$= $

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 4^2 - 2 = 14$

$x^4 + \frac{1}{x^4} = 196 - 2 = 194$

$\Rightarrow x^9 + x^7 - 194x^5 - 194x^3$

$\Rightarrow x^9 + x^7 - \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)x^5 - \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)x^3$

$\Rightarrow x^9 + x^7 - x^9 - x - x^7 - \frac{1}{x}$

$\Rightarrow -\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= -4$

Que. $x^2 - 3x + 1 = 0$, find $x^{12} + x^8 - 123x^7 - 123x^3 = ?$

$x + \frac{1}{x} = 3$,

$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 7 \times 18 - 2$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

$x^{12} + x^8 - 123x^7 - 123x^3$

$x^{12} + x^8 - \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right)x^7 - \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right)x^3$

$x^{12} + x^8 - x^{12} - x^2 - x^8 - \frac{1}{x^2}$

$-\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

-7 Ans)

Que $(x-a)(x-b) = 1$, $a - b + 5 = 0$,

find, $(x-a)^3 - \frac{1}{(x-a)^3} = ?$

(i) 110 (ii) 140 (iii) 125 (iv) -125

$a = 0$ $\quad 0 - b + 5 = 0, \quad b = 5$

$x(x-b) = 1$

$x(x-5) = 1$

$x - \frac{1}{x} = 5$

$x^3 + \frac{1}{x^3} = a^3 - 3a$

$= 5^3 - 3 \times 5$

$= 110$

$x^3 - \frac{1}{x^3} = a^3 + 3a$

$= 5^3 + 3 \times 5$

$= 125 + 15$

$= 140$

$ab+bc+ca=0$

(i) $\frac{1}{a^2-bc}+\frac{1}{b^2-ca}+\frac{1}{c^2-ab}=?$

(ii) $\frac{a^2}{a^2-bc}+\frac{b^2}{b^2-ca}+\frac{c^2}{c^2-ab}=?$

$ab+bc=-ca,\quad ab+ca=-bc,$

(i) $\frac{1}{a^2+ab+ca}+\frac{1}{b^2+ab+bc}+\frac{1}{c^2+bc+ca}$

$\Rightarrow \frac{1}{a(a+b+c)}+\frac{1}{b(a+b+c)}+\frac{1}{c(a+b+c)}$

$\Rightarrow \frac{1}{(a+b+c)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$

$= \frac{1}{(a+b+c)}\left(\frac{bc+ca+ab}{abc}\right)$

$\Rightarrow 0$

(ii) $\frac{a^2}{a^2+ab+ca}+\frac{b^2}{b^2+ab+bc}+\frac{c^2}{c^2+ac+bc}$

$\frac{1}{(a+b+c)}\left(a+b+c\right)$

$=1$

$x^6 + \frac{1}{x^6} = 2\sqrt{10}$, find $x^{18} - \frac{1}{x^{18}} = ?$

$$x^6 - \frac{1}{x^6} = \sqrt{\left(x^6 + \frac{1}{x^6}\right)^2 - 4} = \sqrt{40 - 4} = \sqrt{36}$$

$$x^6 - \frac{1}{x^6} = 6$$

Both eq^{n} को cube करो

$$x^{18} - \frac{1}{x^{18}} - 3\left(x^6 - \frac{1}{x^6}\right) = 216$$

$$x^{18} - \frac{1}{x^{18}} - 3 \times 6 = 216$$

$$\boxed{x^{18} - \frac{1}{x^{18}} = 234}$$

Que - $x^2 + x = 5$, $(x+3)^3 + \frac{1}{(x+3)^3}$

(I) 110 (II) 140 (III) 125 (IV) -125

$x + 3 = t \Rightarrow x = t - 3$

$(t-3)^2 + (t-3) = 5$

$t^2 + 9 - 6t + t - 3 - 5 = 0$

$t^2 - 5t + 1 = 0$

$t + \frac{1}{t} = 5$

$\rightarrow t^3 + \frac{1}{t^3} = 5^3 - 3 \times 5$

$= 125 - 15$

$= 110$

TYPE - 2

(i) $x+y=0$

x और y निगात्मक धनात्मक और 0 भी हो सकते हैं।

(ii) $x^2+y^2=0$

x और y दोनों शून्य होंगे क्योंकि x और y ऋणात्मक नहीं होंगे।

(iii) $x^2+y^2+z^2=0$

$x=y=z=0$

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=0$

$\quad\;\; \| \qquad\quad \| \qquad\quad \|$

$\quad\;\; 0 \qquad\quad 0 \qquad\quad 0$

$x=a, \quad y=b, \quad z=c$

Ques - (1) $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-9)^2=0$

$\sqrt{x+y+z}=?$

(i) ± 4 (iii) -4

(ii) 4 (iv) 16

$x=3, \quad y=4, \quad z=9$

$\sqrt{3+4+9} = \sqrt{16} = 4$

Que (2)- $(x+y+z-1)^2+(y+z-x-3)^2+(z+x-y+5)^2=0$

find $x+y+z=?$ (ओडने पर)

$x+y-z=1$

$y+z-x=3$

$z+x-y=-5$

$x+y+z=-1$

③ $a^2+b^2+c^2 = 2(a-b+2c) - 6$

(i) $a^2+b^2+c^2 = ?$

(ii) $a-b+2c = ?$

Method - I.

$a^2+b^2+c^2 = 2a-2b+4c-6$

$a^2-2a+1+b^2+2b+1+c^2-4c+4 = -6+6$

$(a-1)^2+(b+1)^2+(c-2)^2 = 0$

$a=1, \quad b=-1, \quad c=2,$

(i) $a^2+b^2+c^2 = 1+1+4 = 6$

(ii) $a-b+2c = 1+1+4 = 6$

Method - II

$a^2+b^2+c^2 = 2(a-b+2c)-6$

$a=1, \; b=-1, \; c=2$

④ $a^2+b^2+c^2 = 2(a-2b+3c)-14$

(i) $a^2+b^2+c^2 = 1+4+9 = 14$

(ii) $a-2b+3c = 1+4+9 = 14$

(iii) $a+b+c = 1-2+3 = 2$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

Que ⑤ $a+b+c=3$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=2$.

$a^2+b^2+c^2=6$, $abc=?$

$\frac{ab+bc+ca}{abc}=2$

$ab+bc+ca=2abc$

$3^2 = 6+2\times 2abc$

$3 = 4abc$

$\boxed{abc = \frac{3}{4}}$

Que-⑥ $\frac{p}{a}+\frac{q}{b}+\frac{r}{c}=1$, $\frac{a}{p}+\frac{b}{q}+\frac{c}{r}=0$

Find $\left(\frac{p}{a}\right)^2+\left(\frac{q}{b}\right)^2+\left(\frac{r}{c}\right)^2=?$

$\frac{p}{a}=x$, $\frac{q}{b}=y$, $\frac{r}{c}=z$

$x+y+z=1$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$

Find. $x^2+y^2+z^2=?$ $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=0$

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$1 = x^2+y^2+z^2+2\times 0$

$x^2+y^2+z^2 = 1$

दो equation होने पर 2 variable fix हैं शेष variable को कुछ भी मान समझेंगे

Que ⑦ $(a+b-6)^2 + a^2+b^2+1+2b = 2ab+2a$

$(a+b-6)^2 + (a^2+b^2+1^2+2b\times1-2ab-2a\times1)=0$

$(a+b-6)^2 + (-a+b+1)^2 = 0$

$a+b=6, \quad a-b=1$ $\qquad \boxed{a = 7/2}$

Que ⑧. $a^2+b^2+4c^2 = 2(a-b+2c)-3$

$a=1,\ b=-1,\ 2c=2$

$c = 1/2$

① $a+b+4c = 1-1+4\times\frac{1}{2}$

$= 2$

TYPE - 3 (A)

① $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(a^2+b^2+2ab+b^2+c^2-2bc+c^2+a^2-2ca)$

$= \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$

② $a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca$

$\Rightarrow \frac{1}{2}[(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2]$

Q4) $a = 397$, $b = 399$, $c = 396$

find, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$$= \frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$$

$$= \frac{1}{2}((-2)^2+3^2+1^2]$$

$$= \frac{1}{2} \times 14$$

$$= 7 \text{ //}$$

Type 3 'B'

$$a^2+b^2+c^2 = ab+bc+ca$$

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca = 0$$

$$\frac{1}{2}((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2) = 0$$

$$\text{//} \quad \text{//} \quad \text{//}$$

$$0 \quad 0 \quad 0$$

$$\boxed{a=b=c}$$

Que ① $a^2+b^2+c^2 = ab+bc+ca$

find $\frac{b+c}{a} = ?$

$a=b=c$

$$\frac{b+c}{a} = \frac{2a}{a} = 2$$

① $x^2+y^2+z^2 = xy+yz+zx$

find $\dfrac{3x^4+7y^4+5z^4}{x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2} = ?$

$x=y=z$

$\dfrac{15x^4}{3x^4} = 5$ //

② $x^2+y^2+z^2=16$

$x+y+z=4\sqrt{3}$

(i)

$(x+y+z)^2 = (x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$

$48 = 16 + 2(xy+yz+zx)$

$xy+yz+zx = 16$

$x^2+y^2+z^2 = xy+yz+zx$

$x=y=z$

(ii) $\dfrac{x+y}{z} = \dfrac{2x}{x} = 2$

(ii) $\dfrac{x^3+y^3}{z} = \dfrac{2x^3}{x} = 2x$

$= 2\times\dfrac{16}{3}$

(iii) $x+y+z = \dfrac{48}{3}$

$3x^2 = 16$

$x^2 = 16/3$

Type - 4

$a+b+c=0$ →
- $a+b=-c$
- $b+c=-a$
- $c+a=-b$

Que ① $a+b+c=0$ find $\frac{a}{b+c}=?$

$\because b+c=-a$

$\frac{a}{-a}=-1$ //

Que ② $a+b+c=0$, find $\frac{a}{b+c}-\frac{2b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=?$

$a+b=-c$

$b+c=-a$

$c+a=-b$

$\frac{a}{-a}-\frac{2b}{-b}+\frac{c}{-c}$

$-1+2+1=0$

Que ③ of $a+b+c=0$, then, find the value of $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=?$

Solue - $a+b=-c$, $b+c=-a$, $c+a=-b$

$\Rightarrow \frac{-c}{c}+\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}$

$\Rightarrow -1+1-1$

$\Rightarrow -3$

TYPE - 5 -

→ $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

→ " $\Rightarrow \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

→ " $\Rightarrow (a+b+c)\left((a+b+c)^2-3(ab+bc+ca)\right)$

Que ① $a=b=333, \quad c=335$

$a^3+b^3+c^3-3abc = ?$

$\Rightarrow \frac{1}{2}((a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2(a+b+c)$

$\Rightarrow \frac{1}{2}(0+(-2)^2+2^2)(333+333+335)$

$= \frac{1}{2}\times 8 \times 1001 = 4004$ Ans//

Que ② $a=332, \quad b=333, \quad c=335$

$a^3+b^3+c^3-3abc = ?$

$= \frac{1}{2}(332+333+335)((-1)^2+(-2)^2+3^2)$

$= \frac{1}{2}\times 1000 \times 14$

$= 7000$

(3) if x, y, z, are Real Numbers,

$x^3+y^3+z^3 = 13$, $x+y+z = 1$, $xyz = 1$

$ab+bc+ca = ?$

$x^3+y^3+z^3-3xyz = (a+b+c)(a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca)$

$13 - 3\times 1 = 1(1 - 3(ab+bc+ca))$

$10 - 1 = -3(ab+bc+ca)$

$$\boxed{ab+bc+ca = -3}$$

(4) $$\frac{(1.2)^3+(0.8)^3+(0.7)^3-2.016}{2.7\times[(1.2)^2+(0.8)^2+(0.7)^2-0.96-0.84-0.56]}$$

$$\frac{2.7\times(1.2^2+0.8^2+0.7^2-0.96-0.84-0.56)}{2.7(1.2^2+0.8^2+0.7^2-0.96-0.84-0.56)}$$

$= 1$

Type 4 'B'

$a^3+b^3+c^3 = 3abc$

$a^3+b^3+c^3-3abc = 0$

$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = 0$

(i) $(a+b+c) = 0$

(ii) $a=b=c$

Que-1. $a^3+b^3+c^3-3abc=0$ {If a, b, c are distinct (भिन्न-2) Number.} then find $\frac{b+c}{a} = ?$

$a+b+c = 0$ {पहला भिन्न-2 होने पर}

$b+c = -a$

$\rightarrow \frac{b+c}{a} = \frac{-a}{a} = -1$

$\frac{b+c}{a} + \frac{c}{a+b} = \frac{-a}{a} + \frac{c}{-c} = -2$

Que-2 if $a^3+b^3+c^3 = 3abc$, (a, b, c are Positive N.) then $\left(\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}\right)\left(\frac{c}{a+b} + \frac{b}{a+c} + \frac{a}{b+c}\right)$

If a, b, c are Positive No. then

$a=b=c$,

$\left(\frac{2a}{a} + \frac{2a}{a} + \frac{2a}{a}\right)\left(\frac{a}{2a} + \frac{a}{2a} + \frac{a}{2a}\right)$

$6 \times \frac{3}{2} = 9$ Ans//

Que ③ Pre-2017

If $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = 3$, then

$(x+y+z)^3 = ?$

(i) 0 (ii) 3

(iii) 1 (iv) 8

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz} = 3$$

$x^3+y^3+z^3-3xyz = 0$ then $x+y+z=0$

$(x+y+z)^3$

$= 0^3 = 0$ Ans//

Que ④ if $x+y+z=0$, then $\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy} = ?$

if $x+y+z=0$, then $x^3+y^3+z^3 = 3xyz$

$$\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz} = \frac{3xyz}{xyz}$$

$= 3$ Ans//

Que ⑤ $x = 3.123$, $y = 2.135$, $z = -5.258$

$x^3+y^3+z^3+3xyz = ?$

$= 3xyz + 3xyz$

$\Rightarrow 6xyz$

$x+y+z=0$

(i) $3xyz$

(ii) 0

(iii) $6xyz$

(iv) $-9xyz$

Q. ⑦ $\frac{(x^2-y^2)^3+(y^2-z^2)^3+(z^2-x^2)^3}{(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3} = ?$

$\Rightarrow \frac{3(x^2-y^2)(y^2-z^2)(z^2-x^2)}{3(x-y)(y-z)(z-x)}$

$\Rightarrow (x+y)(y+z)(z+x)$ Ans//

यदि $x^2-y^2+y^2-z^2+z^2-x^2 = 0$ हो तो
$x^3+y^3+z^3 = 3xyz$ होगा।

⑧ $\frac{(a-b)^2}{(b-c)(c-a)} + \frac{(b-c)^2}{(a-b)(c-a)} + \frac{(c-a)^2}{(a-b)(b-c)} = ?$

$\frac{(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3}{(a-b)(b-c)(c-a)}$

$\frac{3(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 3$ Ans//

⑨ $(a^2-b^2)^3+(b^2-c^2)^3+(c^2-a^2)^3$ के factor होंगे।

(i) $(a-b)(b-a)$
(ii) $(b+c)(b-c)$ (✓)
(iii) $(a-c)(c-a)$
(iv) $(b-c)(c-b)$

$\rightarrow 3(a^2-b^2)(b^2-c^2)(c^2-a^2)$

$3(a+b)(a-b)(b+c)(b-c)(c+a)(c-a)$

9) $a+b+c=9$ $\quad a^3+b^3=91$, $b^3+c^3=72$

$ab+bc+ca=26$ $\quad c^3+a^3=35$

$abc=?$ $\quad 3(a^3+b^3+c^3)=198$

$a^3+b^3+c^3=66$

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)((a+b+c)^2-3(ab+bc+ca))$

$66-3abc=9\times(81-78)$

$22-abc=3\times 3$

$\boxed{abc=13}$

(10) $a^2+b^2=4b+6a-13$, $a+b=?$

$a^2-6a+9+b^2-4b+4=0$ $\quad a+b=3+2$

$(a-3)^2+(b-2)^2=0$ $\quad =5$ Ans//

$a=3$, $b=2$

(11) $x^4+y^4+x^2y^2=481$, $x^2-xy+y^2=13$, $xy=?$

$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=481$

$x^2+xy+y^2=37$

$x^2-xy+y^2=13$

$2xy=24$

$\boxed{xy=12}$

(12) If $x = 999$, $y = 1000$, $z = 1001$

find $\dfrac{x^3+y^3+z^3-3xyz}{x-y+z} = ?$

$$\frac{\frac{1}{2}(x+y+z)\left((x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right)}{(x-y+z)}$$

$$\frac{\frac{1}{2}\times 3\cancel{000}\times(1+1+4)}{\cancel{1000}} = \frac{3\times 6^3}{2} = 9 \text{ Ans}//$$

20-05-2018

TYPE - 5

Symmetry Rule -

→ All variable should be equal.

find - $\begin{cases} a^2 = b+c, & b^2 = c+a, & c^2 = a+b. \\ \frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = ? \end{cases}$

$a + a^2 = b+c+a, \quad b+b^2 = c+a+b, \quad c+c^2 = a+b+c$

$$\frac{a}{a^2+a} + \frac{b}{b^2+b} + \frac{c}{c^2+c} \Rightarrow \frac{a}{K} + \frac{b}{K} + \frac{c}{K} \quad (K)$$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c}{K} = \frac{K}{K} = 1$$

Note - if one equation contain all three variables out of three then put them equal.

→ if each equation contains two variable out of 3, then put them equal to 1.

Que - ① $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} = ?$

$a=b=c=2$ तब, if $a^2 = b+c$

$b^2 = c+a$

$c^2 = a+b$

$a^2 = 2a$

$a = 2$

$\begin{cases} \frac{a^2}{b+c} = \frac{b^2}{c+a} = \frac{c^2}{a+b} = 1 \end{cases}$ दोनों

$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

③ $x^2 = by + cz$, $y^2 = ax + cz$, $z^2 = ab + by$

find - (i) $\frac{a}{x+a} + \frac{b}{y+b} + \frac{c}{z+c} = ?$

→ if $a = b = c$,

$x^2 = by + z$, $y^2 = ax + z$, $z^2 = x^2 + y$

$x = y = z$

$x^2 = 2x \Rightarrow \boxed{x = 2}$

→ $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

(ii) $\frac{x}{x+a} + \frac{y}{y+a} + \frac{z}{z+a} = ?$

$\frac{2}{x+1} + \frac{2}{2+1} + \frac{2}{2+1} = \frac{6}{3} = 2$

④ $x^2 = 2by + 2cz$, find the value of

$y^2 = 2ax + 2cz$, $\frac{a}{x+2a} + \frac{b}{x+2b} + \frac{c}{x+2c}$

$z^2 = 2ax + 2by$ $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2}$

$a = b = c = 1$ $\Rightarrow \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$

$x^2 = 2y + 2z$ $\Rightarrow \frac{3}{6}$

$x = y = z$ $\Rightarrow \frac{1}{2}$

$x^2 = 4x \Rightarrow x = 4$

Que 4 - $\frac{x^2}{by+cz} = \frac{y^2}{ax+cz} = \frac{z^2}{ax+by} = 2$, this quest. write like this

Que (5) $x^2+y^2 = z+1$, $xyz = ?$

$y^2+z^2 = x+1$ (i) -1 (ii) $-\frac{1}{8}$

$z^2+x^2 = y+1$ (iii) 1 or $-\frac{1}{8}$ ✓ (iv) -1 or $-\frac{1}{8}$

all add -

$2(x^2+y^2+z^2) = 3+x+y+z$

$x = y = z$

$2 \times 3 x^2 = 3+3x$

$2x^2 - x - 1 = 0$

$(x-1)(x+\frac{1}{2}) = 0$

$x = 1, -\frac{1}{2}$

$x = y = z = 1$, or $-\frac{1}{2}$

$xyz = 1$, or $-\frac{1}{8}$

Que - (6) $a^x = bc$, $b^y = ca$, $c^z = ab$

(i) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = ?$

(ii) $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = ?$

$a^x = a^2$, $b^y = b^2$, $c^z = c^2$

$x = y = z = 2$,

(i) $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

(ii) $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

Type – 8

Add 1 or subtract 1

① $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = 1$

$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = ?$

I – $\frac{1}{x+1} - 1 + \frac{1}{y+1} - 1 + \frac{1}{z+1} - 1 = 1 - 1 - 1 - 1$

$\frac{-x}{x+1} + \frac{-y}{y+1} + \frac{-z}{z+1} = -2$

$\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = 2$ Ans//

II – $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1} = 1$

\+ $\frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1} = t$ (माना)

$\frac{x+1}{x+1} + \frac{y+1}{y+1} + \frac{z+1}{z+1} = 1 + t$

$3 = 1 + t$

$\boxed{t = 2}$

② $\frac{11}{x+11} + \frac{23}{y+23} + \frac{899}{z+899} = 13$

$+ \quad \frac{x}{x+11} + \frac{y}{y+23} + \frac{899}{z+899} = t$ (ಸಮೀ)

$\frac{x+11}{x+11} + \frac{y+23}{y+23} + \frac{z+899}{z+899} = 13+t$

$\boxed{t = -10}$

③ $\frac{a}{x-1} + \frac{9b}{y-3b} + \frac{16c}{z-4c} = 6-a$

$- \quad \frac{ax}{x-1} + \frac{3y}{y-3b} + \frac{4z}{z-4c} = t$ (S)

$\frac{a(x-1)}{x-1} + 3\frac{(y-3b)}{y-3b} + 4\frac{(z-4c)}{z-4c} = t-6+a$

$a+3+4 = t-6+a$

$\boxed{t = 13}$

④ $\frac{a^2-bc}{a^2+bc} + \frac{b^2-ca}{b^2+ca} + \frac{c^2-ab}{c^2+ab} = 1$

$\frac{a^2}{a^2+bc} + \frac{b^2}{b^2+ca} + \frac{c^2}{c^2+ab} = ?$

$\frac{2a^2}{a^2+bc} + \frac{2b^2}{b^2+ca} + \frac{2c^2}{c^2+ab} = 2t$

TYPE -

$xy = 1$

$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} = 1,$

$\frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{y^2+1} = 1$

$\frac{1}{x^3+1} + \frac{1}{xy^3+1} = 1,$

$\frac{1}{x^n+1} + \frac{1}{xy^n+1} = 1$

① CPO 2015

$xy = 1$ $\quad y = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}$ x

find $\frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+y} = 1$

② $x = \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$, $\quad y = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}}$

$\frac{1}{1+y^2} + \frac{1}{1+y^2} = ?$

$= 1$

③ $a = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^{-3}$, $\quad b = (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{-3}$

$(a+1)^{-1} + (b+1)^{-1} = ?$

Qu. $x = \sec\theta + \tan\theta, \quad y = \sec\theta - \tan\theta$

$xy = 1$

$$\frac{1}{x^n+1} + \frac{1}{1+y^n} = ?$$

1 Ans//

Que $x = \dfrac{\sqrt{97}-\sqrt{27}}{\sqrt{82}+\sqrt{12}}, \quad y = \dfrac{\sqrt{97}+\sqrt{27}}{\sqrt{82}-\sqrt{12}}$

$$\frac{1}{1+x^3} + \frac{1}{1+y^3} = ?$$

$xy = 1$

1 Ans//

Ques $P = 7+4\sqrt{3}, \quad PQ = 1, \quad \frac{1}{P^2} + \frac{1}{Q^2}$

$Q = 7-4\sqrt{3}, \quad P+Q = 14 \quad \frac{P^2+Q^2}{P^2Q^2} = \frac{(P+Q)^2-2PQ}{P^2Q^2}$

$\Rightarrow \dfrac{49+48+56\sqrt{3}+49+48-56\sqrt{3}}{1} = \dfrac{49+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3}}{1} \quad 14^2-2 = 194$

$\Rightarrow 194$

$x = 2+\sqrt{3}, \quad y = 2-\sqrt{3}, \quad z = 1$

what is the value of,

$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} + 2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right) = ?$$

$$\frac{x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)}{xyz}$$

$$\frac{(x+y+z)^2}{xyz} = \frac{5^2}{1} = 25$$

$x+y = 2\sqrt{5}$

Ques- $x = \sqrt{5}+1$, $y = \sqrt{5}-1$, $xy = 4$

I $\quad \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 6$

$\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 4$

$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right)^2 + 4\left(\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} + \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right) + 4$

$\left(\frac{5+1+5+1}{4}\right)^2 + 4\left(\frac{5+1+5+1}{4}\right) + 4$

$3^2 + 12 + 4 = 9+16 = 25$ Ans//

II $\quad \left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2\right) + 4\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 4$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 4$

$\Rightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\right)^2$

$\Rightarrow \left(\frac{(x+y)^2}{xy}\right)^2 = \left[\frac{(2\sqrt{5})^2}{4}\right] = \left[\frac{20}{4}\right]^2$

$\Rightarrow$ 25 Ans//

① $x = \frac{4ab}{a+b}$, find $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = ?$

$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{a+b}$ $\qquad$ $\frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$

$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{a+3b}{b-a}$ -(i) $\qquad$ $\frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$ -(ii)

(i) + (ii)

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = -\frac{a+3b}{a-b} + \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\Rightarrow \frac{-a+3b+3a+b}{a-b}$$

$$\Rightarrow \frac{2a-2b}{a-b} = 2 \quad \text{Ans//}$$

② If $x = \frac{4\sqrt{15}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, find $\frac{x+\sqrt{20}}{x-\sqrt{20}} + \frac{x+\sqrt{12}}{x-\sqrt{12}} = 2$ //

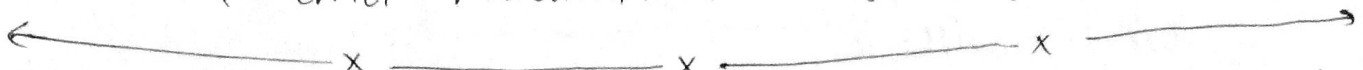
$4\sqrt{15} = 2 \times 2\sqrt{5}\times\sqrt{3}$ $\left[\sqrt{20} = 2\sqrt{5} \qquad \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\right]$

↳ ऐसी स्थिति में Ans 2 होगा।

③ If $x = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, then $\frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{x+\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}} = ?$

Ans- 2

Maximum and minimum value of Algebraic Equation



	max	Min
x	∞ x	$-\infty$ x
x^2	∞ x	$\boxed{0}$ ✓
$-x$	∞ x	$-\infty$ x
$-x^2$	$\boxed{0}$ ✓	$-\infty$ x

(I) $10+x^2$ की mini Value

min V = 10

जब $x=0$

(II). $10-x^2$ की maxi Value.

max = 10

जब $x=0$

① $(\sqrt{5}-x+7)(\sqrt{5}+x+7)$ will be maxi when $x=?$

$[\sqrt{5}-(x-7)][\sqrt{5}+(x-7)]$

$5-(x-7)^2$ maxi V = 5 है तो $x-7=0$ होगा

$x-7=0$ $x=7$

② $7+(4a+3b)^2$ will be minimum when $\frac{a}{b}=?$

$4a+3b=0$ min V = 7 है तो $4a+3b=0$ होगा

$4a=-3b$

$\boxed{\frac{a}{b}=\frac{-3}{4}}$

③ x^2+2x+9 की mini value and $x=?$

$x^2+2x+1+8$ Mini V = 8 है तो $x+1=0$

$x=-1$

$8+(x+1)^2$

(11) x^2+2x+9 diff. - with x

$2x+2=0$

$\boxed{x=-1}$

miniv ; $x=-1$ ~~72~~

$1-2+9$

$\boxed{M.V=8}$

$(9-x)(2-x)$

$18-2x-9x+x^2$

$18-11x+x^2$

Diff $-11+2x=0$

$2x=11$

$\boxed{x=11/2}$

Minimum value

$18-11\times\frac{11}{2}+\frac{121}{4}$

$MV=\frac{72-242+121}{4}=-\frac{49}{4}$

$\boxed{M.V=-\frac{49}{4}}$

(3) $41-16x-7x^2$ will be maximum when $x=?$

$-16-14x=0$

$-14x=16$

$x=-16/14$

$\boxed{x=-\frac{8}{7}}$

Find the max and mini value of $2x^3+3x^2$

$-12x+16=0$

$6x^2+6x-12=0$

~~$+12x+6=0$~~ $x^2+x-2=0$

~~$x=-2$~~ $(x-1)(x+2)=0$

$x=1,-2$

$x=-2$

$-16+12+24+16=0$

Max = 36

$x=1$

$2+3-12+16=9$

Min = 9

II - $2x^3+3x^2-12x+6=0$

Differenciate

$6x^2+6x-12=0$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=1,-2$

maxi and min के लिए

x^2+x-2

Diff

$2x+1=0$

$x=1$

$3>0$ Mini

$x=1$ पर minimum होगा

$x=-2$ पर $x=-2$ पर

$-3<0$ max होगा।

④ $x^2+\frac{1}{x^2}$ की min Value.

$\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)+2$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

$x-\frac{1}{x}=0$

$x=\frac{1}{x}$

$\boxed{x^2=1}$

$x^2+\frac{1}{x^2}+2-2$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$

$x+\frac{1}{x}=0$

$\boxed{x^2=-1}$ जो कि सम्भव नहीं है।

क्योंकि $x^2=-1$ नहीं होगा।

$\boxed{\text{min V} = 2}$

⑤ $x^2+\frac{x}{x^2-2}-7$

$x^2-2+\frac{1}{x^2-2}-2-3$

$\left(x^2-2+\frac{1}{x^2-2}\right)^2-3$

$x^2-2+\frac{1}{x^2-2}=0$

$(x^2-2)^2=1$

$\text{min V} = -3$

⑥ (i) $\sqrt{x^2-x+1} + \frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}} = 2-x^2$, x के कितने मान सम्भव है।

① 0 (✓) ② 1 ③ 2 ④ 3

$x=0$,

$1+1 = 2-0$

$2 = 2$

$x=0$ पर, जो quest को satisfied करता है। x के और कोई मान सम्भव नहीं है।

(ii) $\sqrt{x^2-x+1} + \frac{1}{\sqrt{x^2-x+1}} = 3-x^2$, जहां x एक Rational No. है तो x के कितने मान सम्भव है।

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

⑦ $x+y=k$ तो Maxi Valu of $xy=?$

$y = k-x$, $xy \Rightarrow x(k-x) = 0$

$kx - x^2 = 0$

Diff

$k - 2x = 0$

$x = k/2$

Maxi Value तभी होगी जब $x=y$

(8) $x+y+z=15$

$(x-2)(y+6)(z+5)$ का max = ?

(I) $x+y+z=15$ है तो,

$$\frac{x-2}{8}+\frac{y+6}{8}+\frac{z+5}{8} = 15-2+6+5 = 24$$

m.V $=(x-2)(y+6)(z+5) \Rightarrow 8\times8\times8 \Rightarrow 512$

Ans किसी भी का cube होगा।

(II) $x-2=K$,

$y+6=K$

$z+5=K$

$x+y+z-2+11=K$

$15+9=3K$

$\boxed{K=8}$

(9) $\left(a+b+c\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)$ का minimum मान क्या होगा।

$$\Rightarrow 1+\frac{a}{b}+\frac{a}{c}+\frac{b}{a}+1+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}+\frac{c}{b}+1 = 9$$

$$\Rightarrow 3+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)$$

$$\Rightarrow 3+2+2+2$$

$$\Rightarrow 9$$

$\left\{\because x+\frac{1}{x}\right.$ की m.V $= 2$ होती है$\left.\right\}$

(10) $\frac{(a^2+a+1)(b^2+b+1)(c^2+c+1)}{abc}$ का m.v ज्ञात कीजिए यदि a, b, c Positive है

$a, b, c = 1$

$\frac{3 \times 3 \times 3}{1} = 27$ Ans//

(1) $x^2 = y^2 \Rightarrow \boxed{x = \pm y}$

(2) $a - \frac{1}{a} = b$ (i) $\quad b - \frac{1}{b} = a$ (ii), $\frac{1}{ab} = ?$

(i) − (ii)

$a - b - \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = b - a$

$(a-b) + \frac{a-b}{ab} = -(a-b)$

$1 + \frac{1}{ab} = -1$

$\boxed{\frac{1}{ab} = -2}$

(3) $\frac{(a+\frac{1}{a})^2}{a^2+ax+x^2} + \frac{1}{a^2-ax+x^2} - \frac{2ax}{a^4+a^2x^2+x^4}$

(i) 0, (ii) 1 (iii) 2 (iv) −1

$x = 0, \quad \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2} = 0$

0 Ans//

④ $x = 15$

$$x^5 - 16x^4 + 16x^3 - 16x^2 + 16x - 2 = ?$$

$\Rightarrow x - 2$

$\Rightarrow 15 - 2$

$\Rightarrow 13$

⑤ $\sqrt{1 + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2}} + \sqrt{1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}} \cdots$ find $\sqrt{1 + \frac{1}{2007^2} + \frac{1}{2008^2}} = ?$

(1) $2007 - \frac{1}{2007}$ (II) $2008 - \frac{1}{2008}$

(III) $2009 - \frac{1}{2009}$, (IV) $2006 - \frac{1}{2007}$

Solve $\rightarrow \frac{3}{2} + \frac{7}{6} \cdots$

$\rightarrow 2 - \frac{1}{2} + \left(3 - \frac{1}{3}\right) \cdots$

$$\sqrt{1 + \frac{1}{2007^2} + \frac{1}{2008^2}}$$

$\rightarrow 2008 - \frac{1}{2008}$ Ans//

Inequality - 'असमिका'

↳ is a statement that use —

→ $\neq$ not equal
→ $<$ less than
→ $\leq$ less than equal to
→ $>$ greater than
→ $\geq$ greater than equal to.

⇒ $a \leq b$ a less than or a equal to b
⇒ $a > b$ a is greater than b
⇒ $0 < a < 5$ a is greater than 0 but less than 5

→ absolute Inequality - सदैव असमिका
true for all value.

$(x-4)^2 \geq 0$

→ conditional Inequality -

$m+4 > 7$

$m > 3$

→ absolute value Inequality -

$|x| \geq 3$

$-3 < x < 3$

① (i) $|y+9| < 15$

$-15 < y+9 < 15$

$-24 < y < 6$

$y \in (-24, 6)$

(ii) $|y+9| \leq 15$

$-15 \leq y+9 \leq 15$

$-24 \leq y \leq 6$

$y \in [-24, 6]$

② (i) $x^2 - 7x + 12 < 0$

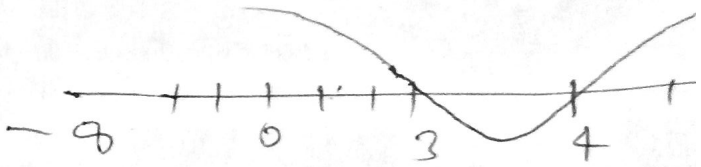
$(x-3)(x-4) < 0$

$3 < x < 4$

$x \in (3, 4)$

(ii) $x^2 - 7x + 12 > 0$

$(-\infty, 3) \cup (4, \infty)$

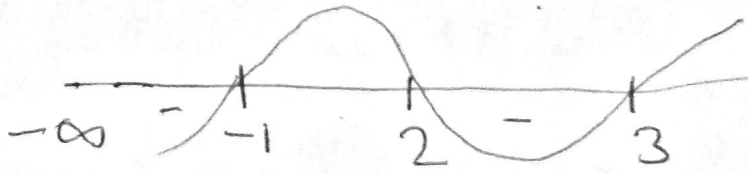


$x \neq (3, 4)$

③ (i) $(x-3)(x-2)(x+1) \leq 0$

$x \Rightarrow 3, 2, -1$

$(-\infty, -1] \cup [2, 3]$



(ii) $(x-3)(x-2)^2(x+1) \leq 0$

$(-1, 3)$

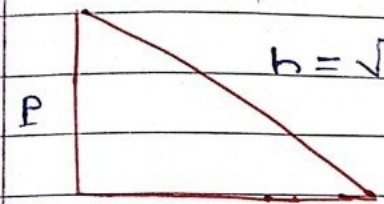
Date :
Page No.

Trigonometry

Triangle

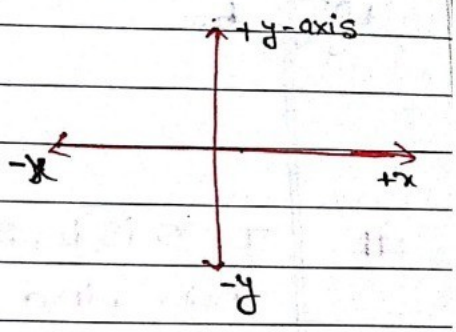
↓

Right ∠ Δ



geometry

Quadrants



Asumptions :-

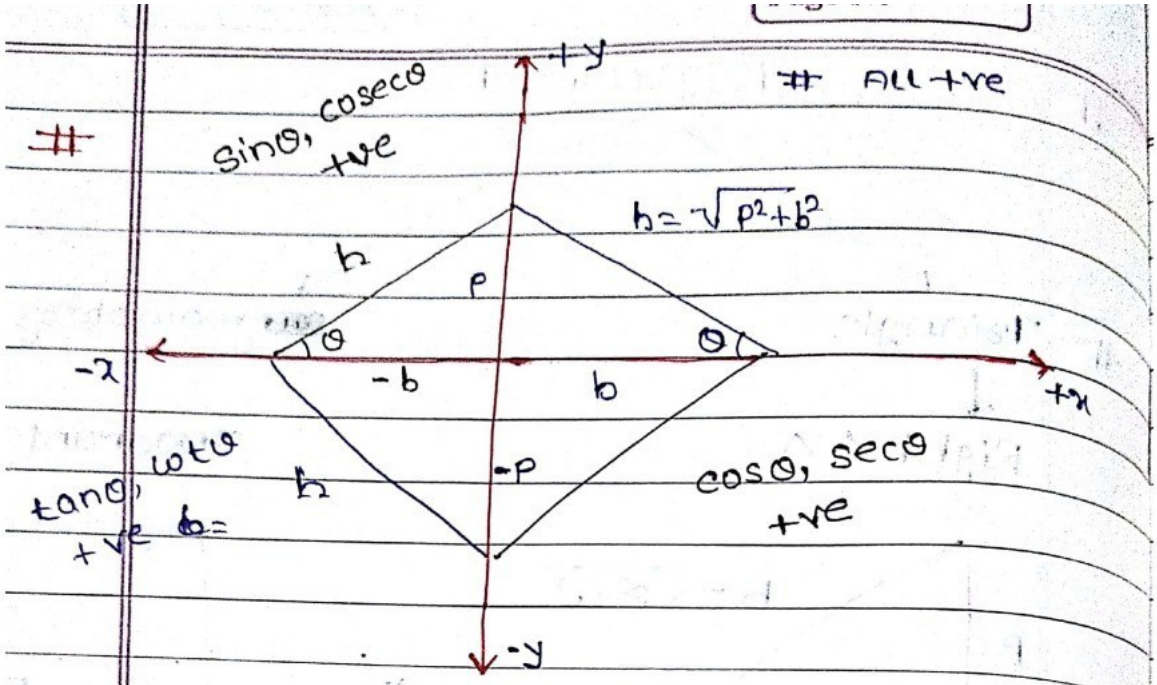
$\sin\theta = \frac{p}{h}$ ⟷ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{h}{p}$

$\cos\theta = \frac{b}{h}$ ⟷ $\sec\theta = \frac{h}{b}$

$\tan\theta = \frac{p}{b}$ ⟷ $\cot\theta = b/p$

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

ABHINAY Sir
Study Material



If θ is in 2nd quadrants and $3\tan\theta+4=0$ then find $15\sin\theta+10\cos\theta-8\cot\theta$.

$3\tan\theta = -4$

$\tan\theta = \frac{-4}{3} = \frac{p}{b}$

$\sin\theta = +\frac{4}{5}$ [2nd quad.]

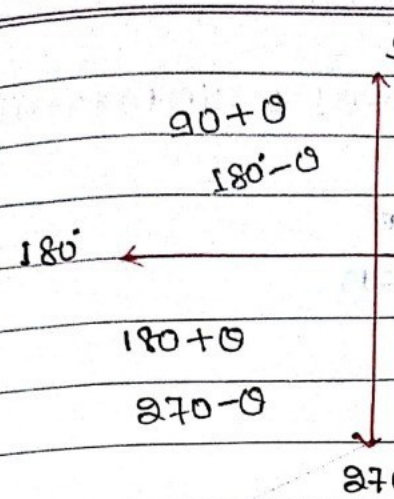
$\cos\theta = -\frac{3}{5}$ [

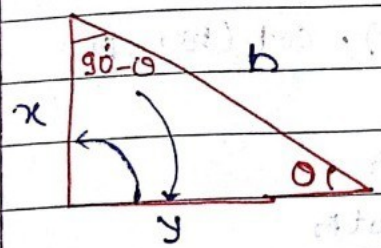
$15\sin\theta + 10\cos\theta - 8\cot\theta$

$\frac{15\times 4}{5} + \frac{10\times(-3)}{5} - 8\times\left(\frac{-3}{4}\right)$

$= 18$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material





$\sin\theta = \frac{x}{h}$,

$\cos(90-\theta) = \frac{x}{y}$

$\boxed{\cos(90-\theta) = \sin\theta}$

90, 270 - - - - odd multiple of 90°
Then 'change' होगा

0, 180° - - - - even multiple of 90°
Then 'no change'

$\sin\theta \longleftrightarrow \cos\theta$

$\tan\theta \longleftrightarrow \cot\theta$

$\sec\theta \longleftrightarrow \operatorname{cosec}\theta$

$\cos(-\theta) = \cos\theta$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta$

ABHINAY Sir
Study Material

Date :
Page No.

$\cos[90°+A] \div \sec[270°-A] + \sin[270+A] \div \operatorname{cosec}[$

$= \dfrac{\sin A}{\operatorname{cosec} A} + \dfrac{\cos A}{\sec A}$

$= \sin^2 A + \cos^2 A$

$= 1$ Ans

$\dfrac{\sin(180°+A) \cdot \tan(90°-A) \cdot \cos(270°-A)}{\sin(360°-A) \cdot \cos(90°+A) \cdot \cot(180+A)}$

$= \dfrac{-\sin A \cdot \cot A \cdot -\sin A}{-\sin A \cdot -\sin A \cdot -\cot A}$

$= 1$ Ans

$\sec\theta(\sin\theta + \cos\theta) = \sqrt{2}$ Find, $\dfrac{2\sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta}$

$= \sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

Then, $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2}\sin\theta$

$= \dfrac{2\sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = \dfrac{2\sin\theta}{\sqrt{2}\sin\theta} = \sqrt{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Date :
Page No.

$\sin x = \frac{1}{2}$ $\sin y = \frac{2}{3}$, Find the value of

$$\frac{6\cos^2 x - 4\cos^4 x}{18\cos^2 y - 27\cos^4 y}$$

ABHINAY Sir
Study Material

If α, β are obtuse angle or 2nd quadrant $\alpha > \beta$ which of the following is true.

$[90 \leq \alpha, \beta \leq 180]$

(1) $\sin\alpha < \sin\beta$ ✓

(2) $\sin\alpha > \sin\beta$

(3) $\cos\alpha > \cos\beta$

(4) $\cos\alpha < \cos\beta$. ✓

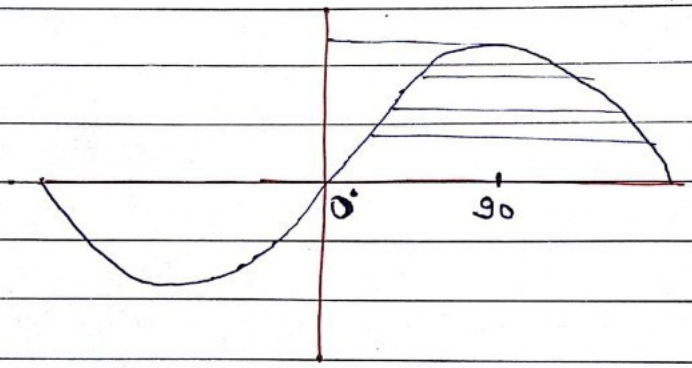
90° to 270° sin is decreasing

0° to 180° Cos is decreasing.

Scanned by CamScanner

	0°	30°	45°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	∞

Graph of sin



If $0 < \alpha, \beta < 90°$

Then $\alpha > \beta$

Then,

$\sin\alpha > \sin\beta$

$\cos\alpha < \cos\beta$

$\tan\alpha > \tan\beta$

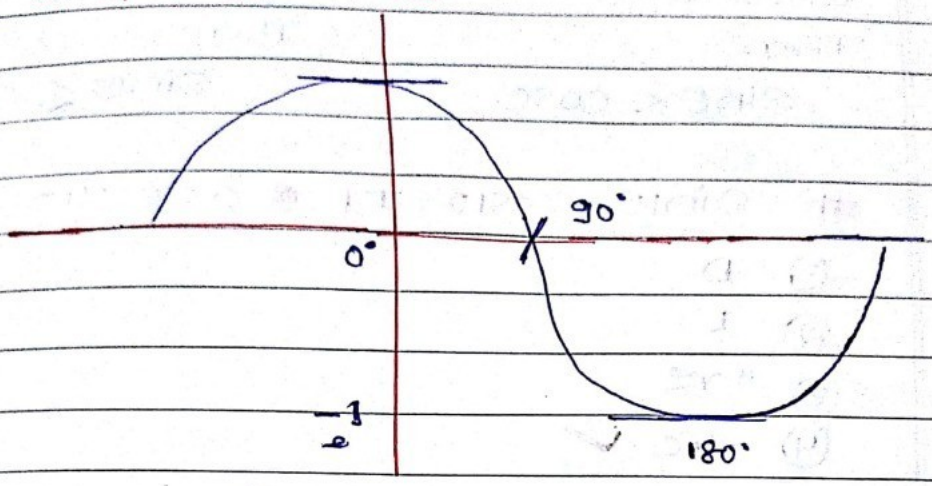
0° से 90° तक sin increasing

0° से 90° तक cos decreasing

0° से 90° तक tan increasing.

ABHINAY Sir
Study Material

Graph of cos



#	Sin10 − Sin20	#	cos10° − cos20°
①	+ve		+ve ✓
②	-ve ✓		-ve
③	0		0
④	1		1

Which of the following is true.

$\sin 1 > \sin 1^\circ$ ✓

$\cos 1 < \cos 1^\circ$ ✓ $\quad 1 \simeq 57^\circ$ approx

$\tan 1 < \tan 1^\circ$ (X) $\quad \therefore 1 > 1^\circ$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$0 < \theta < 45°$

Then

$\sin\theta < \cos\theta$

$0 \leq \theta \leq 45$

Then

$\sin\theta \leq \cos\theta$

$\sin 10 - \cos 10°$ If $0 < \theta < 45$

(1) D

(2) L

(3) +ve

(4) -ve ✓

$45 < \theta < 90$

Then

$\sin\theta > \cos\theta$

$45 \leq \theta \leq 90°$

$\sin\theta \geq \cos\theta$

Note:- 0° से 45 तक sin का मान घटता है तथा cos का मान बढ़ता है ∴ $\sin\theta < \cos\theta$ If $0 < \theta < 45°$

Obs:- 45 से 90° तक sin का मान बढ़ता है तथा cos का मान घटता है ∴ $\sin\theta > \cos\theta$ If $45° < \theta < 90°$

ABHINAY Sir
Study Material

How to put value in trigonometry.

$\tan^2\alpha = 1 + 2\tan^2\beta$ Find $\sqrt{2}\cos\alpha - \cos\beta$

put $[\beta = 0]$

$\tan^2\alpha = 1$

$\alpha = 45$

$\sqrt{2} \times \cos 45 - \cos 0$

$\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$

$= 0$ Ans

$\cos x = \frac{2\cos y - 1}{2 - \cos y}$ Find $\tan\frac{x}{2} \cdot \cot\frac{y}{2}$

put $[x = 90]$

$2 - \cos y =$

$2\cos y - 1 = 0$

$\cos y = \frac{1}{2}$

$y = 60°$

(1) 1

(2) $\sqrt{3}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Now, $\tan\frac{x}{2} \cdot \cot\frac{y}{2}$

$\tan\frac{90}{2} \cdot \cot\frac{60}{2}$

$1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$A+B=135$ $(1+\cot A)(1+\cot B)$

$90+45$ $1\times 2 = 2$ Ans

If $A+B=45$, Then

$[1+\tan A][1+\tan B]=2$ Ans

$\sin\theta = 3\sin(\theta+2\alpha)$ Find $\tan(\theta+\alpha)+2\tan\alpha$

put $[\theta=0]$ Then $\alpha=0$ $\tan 0+2\tan 0$

$0+0=0$ Ans

$2\sin^2\beta + 4\cos(\alpha+\beta)\times(\sin\alpha\cdot\sin\beta)+\cos 2(\alpha+\beta)$

$[\beta=0]$ $\cos 2\alpha$ Ans

✓ $\cos 2\alpha$

$\sin 2\alpha$

$\sec 2\alpha$

$\tan 2\alpha$

$\dfrac{\sin(y-z)+\sin(y+z)+(2\sin y)}{\sin(x-z)+\sin(x+z)+2\sin x}$

[Put $z=0$]

$\sin y+\sin y+2\sin y$

$\sin x+\sin x+2\sin x$

$= \dfrac{4\sin y}{4\sin x}$

$= \dfrac{\sin y}{\sin x}$ Ans

① $\sin z$

② $\dfrac{\sin y}{\sin x}$

③

④

ABHINAY Sir
Study Material

Date :
Page No.

$\sin(90-x)\cdot\cos(\pi-(x-y)) + \cos(90-x)\cdot\sin(\pi-(y-x))$

put $x=0$ $\quad \cos[\pi+y]$

$= -\cos y$ Ans

(1) $-\cos y$
(2) $-\sin y$
(3) $\cos x$
(4) $\tan y$

$\dfrac{(\sin 4x+\sin 4y)(\tan(2x-2y))}{\sin 4x-\sin 4y}$

$y=0$ $\quad \dfrac{\sin 4x\cdot\tan 2x}{\sin 4x}$

$= \tan 2x$

(1) $\tan(4x+4y)$
(2) $\tan^2 x$
(3) $\cot(x-y)$
(4) $\tan(2x+2$

ABHINAY Sir
Study Material

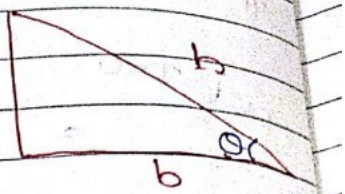
Some basic identity :-

$h^2 = p^2 + b^2$

÷ by h^2

$1 = \left[\frac{p}{h}\right]^2 + \left[\frac{b}{h}\right]^2$

$\boxed{1 = \sin^2\theta + \cos^2\theta}$



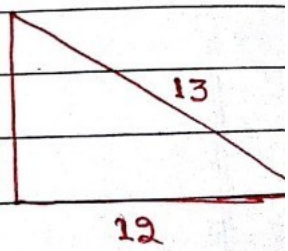
÷ by b^2

$\boxed{\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1}$

÷ by p^2

$\boxed{\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1}$

$\sin\theta + \cos\theta = \frac{17}{13}$



$\frac{p}{h} + \frac{b}{h} = \frac{17}{13}$

$p + b = 17$

$h \longrightarrow 13$

Triplet 3 4 5

5 12 13

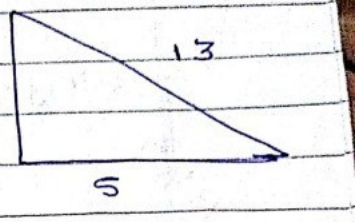
8 15 17

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan\theta - \cot\theta = \frac{119}{60}$ Find $\sin\theta + \cos\theta$

$$\frac{p}{b} - \frac{b}{p} = \frac{119}{60}$$

$$\frac{p^2 - b^2}{b \times p} = \frac{119}{60}$$



5×12 13

$\downarrow 60 - b \times p$

$[1+\sin\alpha][1+\sin\beta][1+\sin\gamma] = [1-\sin\alpha][1-\sin\beta]$
α, β, γ are acute angle $[1-\sin\gamma] = K$

$K^2 = [1+\sin\alpha][1-\sin\alpha][1+\sin\beta][1-\sin\beta][1+\sin\gamma][1-\sin$

$K^2 = \cos^2\alpha \cos^2\beta \cos^2\gamma$

$K = \pm \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$

A/Q $\alpha, \beta, \& \gamma$ are acute angle

So Ans is $\cos\alpha \cos\beta \cos\gamma$ Ans.

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\sin x}{\sin y} = m$ $\frac{\cos x}{\sin y} = n$ $[n^2+m^2]\sin^2 x = ?$

$\sin y = \frac{\sin x}{m}$, $\sin y = \frac{\cos x}{n}$

[Put $x=y=45°$]

$= \frac{\sin x}{m} = \frac{\cos x}{n}$

$= n\sin x = m\cos x$

$= n^2\sin^2 x = m^2\cos^2 x$

$= n^2\sin^2 x = m^2[1-\sin^2 x]$

$= n^2\sin^2 x = m^2 - m^2\sin^2 x$

$= [n^2+m^2]\sin^2 x = m^2$ Ans

$\frac{\cos\alpha}{\sin\beta} = m$, $\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = n$ Find $[m^2-n^2]\cos$

$\cos\alpha = m\sin\beta$

$\sin\alpha = n\cos\beta^2$

$1 = m^2\sin^2\beta + n^2\cos^2\beta$

$1 = m^2[1-\cos^2\beta] + n^2\cos^2\beta$

$1 = m^2 - m^2\cos^2\beta + n^2\cos^2\beta$

$[m^2-n^2]\cos^2\beta = m^2 - 1$ Ans

[Put $\alpha = 30°$
$\beta = 45°$]

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan\alpha = n\tan\beta$, $\sin\alpha = m\sin\beta$ Find $\cos^2\alpha$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{n\sin\beta}{\cos\beta}$$

$$= \frac{m\sin\beta}{\cos\alpha} = \frac{n\sin\beta}{\cos\beta}$$

[Put $\alpha = 30$, $\beta = 60$] Ans

$$= n\cos\alpha = m\cos\beta \quad \text{—(1)}$$

$$\sin\alpha = m\sin\beta$$

$$= n^2\cos^2 + \sin^2\alpha = m^2\cos^2\beta + m^2\sin^2\beta$$

$$= n^2\cos^2\alpha + 1 - \cos^2\alpha = m^2[\cos^2\beta + \sin^2\beta$$

$$= [n^2 - 1]\cos^2\alpha = m^2 - 1$$

$$= \cos^2\alpha = \frac{m^2-1}{n^2-1}$$ Ans

$\frac{\sin A}{\sin B} = a$ $\frac{\cos A}{\cos B} = b$ Find $\sin^2 B$

$$= \sin A = a\sin B$$

$$\cos A = b\cos B$$

[Put $A = 30$, $B = 45$]

$$= 1 = a^2\sin^2 B + b^2[1 - \sin^2 B]$$

$$= 1 = a^2\sin^2 B + b^2 - b^2\sin^2 B$$

$$= 1 - b^2 = \sin^2 B[a^2 - b^2]$$

$$= \frac{1-b^2}{a^2-b^2} = \sin^2 B$$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ~~tan A~~.

Find $2\tan^2 A + 3\tan^2 B$

$2\sin A = \sqrt{5}\sin B$

$2\cos A = \sqrt{3}\cos B$

$4 = 5\sin^2 B + 3\cos^2 B$

$4 = 3 + 2\sin^2 B$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \sin B$

$[B = 45^\circ]$

$\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\frac{\cos A}{\cos B}$

$\frac{\tan A}{\tan B} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$\frac{\tan A}{1} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

$2\tan^2 A + 3\tan^2 B$

$\frac{2 \times 5}{3} + 3 = \frac{19}{3}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$[\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1]$

→ $10\sin^4\alpha + 15\cos^4\alpha = 6$, Find $27\,\text{cosec}^6\theta + 8\sec^6$

= $\frac{10}{6}\sin^2\alpha \cdot \sin^2\alpha + \frac{15}{6}\cos^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = 1$

$\downarrow$ 1 $\qquad\qquad$ $\downarrow$ 1

$\frac{5\cancel{10}}{3\cancel{6}}\sin^2\alpha = 1$ | $5\frac{\cancel{15}}{\cancel{6}\,2}\cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha = \frac{3}{5}$ | $\cos^2\alpha = \frac{2}{5}$

$\text{cosec}^2\alpha = \frac{5}{3}$ | $\sec^2\alpha = \frac{5}{2}$

A/Q $27\,\text{cosec}^6\theta + 8\sec^6\theta$

$= 27 \times \left(\frac{5}{3}\right)^3 + 8 \times \left(\frac{5}{2}\right)^3$

$= \cancel{27} \times \frac{125}{\cancel{27}} + \cancel{8} \times \frac{125}{\cancel{8}}$

$= 250$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$6\sin^4\alpha + 3\cos^4\alpha = 2$, find $[7\operatorname{cosec}^6\alpha + 8\sec^6\alpha]^{1/3}$

$= \frac{6}{2}\sin^2\alpha \cdot \sin^2\alpha + \frac{3}{2}\cos^2\alpha \cdot \cos^2\alpha = 1$

$=$

$1 \qquad 1$

$3\sin^2\alpha = 1$	$3/2\cos^2\alpha = 1$
$\sin^2\alpha = \frac{1}{3}$	$\cos^2\alpha = \frac{2}{3}$
$\operatorname{cosec}^2\alpha = 3$	$\sec^2\alpha = \frac{3}{2}$

A/Q

$$[7\operatorname{cosec}^6\alpha + 8\sec^6\alpha]^{1/3}$$

$$= \left[7 \times (3)^3 + 8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{1/3}$$

$$= \left[7 \times 27 + \frac{8 \times 27}{8}\right]^{1/3}$$

$$= [27 \times 8]^{1/3}$$

$$= [216]^{1/3}$$

$$= 6 \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\sin^4\alpha}{\sin^2\beta} + \frac{\cos^4\alpha}{\cos^2\beta} = 1$, Find $\frac{\sin^6\beta}{\sin^4\alpha} + \frac{\cos^6\beta}{\cos^4}$

$= \frac{\sin^2\alpha \cdot \sin^2\alpha}{\sin^2\beta} + \frac{\cos^2\alpha \cdot \cos^2\alpha}{\cos^2\beta} = 1$

$= \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta} = 1$ | $\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} = 1$

$= \sin^2\alpha = \sin^2\beta$ | $\cos^2\alpha = \cos^2\beta$

A/Q

$= \frac{\sin^6\beta}{\sin^4\alpha} + \frac{\cos^6\beta}{\cos^4\alpha}$

$= \sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$ Ans

$\frac{\sin^4\theta}{a} + \frac{\cos^4\theta}{b} = \frac{1}{a+b}$ Find $\frac{\sin^8\theta}{a^3} + \frac{\cos^8\theta}{b^3}$

$= \frac{a+b}{a}\sin^2\theta = 1$ | $\frac{a+b}{b}\cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = \frac{a}{a+b}$ | $\cos^2\theta = \frac{b}{a+b}$

A/Q $= \frac{\sin^8\theta}{a^3} + \frac{\cos^8\theta}{b^3}$

$\frac{a^4}{a^3(a+b)^4} + \frac{b^4}{b^3(a+b)^4} = \frac{1}{(a+b)^3}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$(a^2-b^2)\sin\theta + 2ab\cos\theta = a^2+b^2$ Find $\tan\theta$

$= \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sin\theta + \frac{2ab}{a^2+b^2}\cos\theta = 1$

$\Downarrow \sin\theta \qquad \Downarrow \cos\theta$

$= \sin\theta = \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}, \quad \cos\theta = \frac{2ab}{a^2+b^2}$

Then $\tan\theta = \frac{a^2-b^2}{2ab}$ Ans

$x\sin^3\theta + y\cos^3\theta = \sin\theta\cdot\cos\theta$

$xy^3 + yx^3 = xy$

$xy(x^2+y^2) = xy$

$x^2+y^2 = 1$

$x\sin\theta - y\cos\theta = 0$

$x\sin\theta = y\cos\theta$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x}$

Find x^2+y^2+1

A/Q x^2+y^2+1

$1+1$

$= 2$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$a\sin\theta + b\cos\theta = c$

$b\sin\theta - a\cos\theta = d$

Then ~~after~~ adding after squaring

$$[a^2+b^2] = [c^2+d^2]$$

$p\sin\theta + q\cos\theta = -3$

$p\cos\theta - q\sin\theta = 2$ Find $p^2+q^2+9 = ?$

$p^2 + q^2 = (-3)^2 + (2)^2$

$p^2 + q^2 = 13$

A/Q

$p^2 + q^2 + 9 = 13 + 9 = 22$ Ans

$3\sin\theta + 5\cos\theta = 5$

$5\sin\theta - 3\cos\theta = ?\ x$

$3^2 + 5^2 = 5^2 + x^2$

± 3 Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\cos\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sin^8\theta + 2\sin^6\theta + \sin^4\theta + 3$

$\cos\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos\theta = \sin^2\theta$

Now, $\sin^8\theta + 2\sin^6\theta + \sin^4\theta + 3$

$= \cos^4\theta + 2\cos^3\theta + \cos^2\theta + 3$

$= [\cos^2\theta + \cos\theta]^2 + 3$

$= 1 + 3 = 4$ Ans

$\sin\theta + \sin^2\theta = 1$,

$\cos^{12}\theta + 3\cos^{10}\theta + 3\cos^8\theta + \cos^6\theta + 2$

[$\sin\theta = \cos^2\theta$] $\sin^6\theta + 3\sin^5\theta + 3\sin^4\theta + \sin^3\theta + 2$

$= [\sin^2\theta + \sin\theta]^3 + 2$

$= 1 + 2$

$= 3$ Ans

$\sin\theta + \sin^2\theta + \sin^3\theta = 1$

$\cos^6\theta - 4\cos^4\theta + 8\cos^2\theta$

$= 4$ Ans

$\cos\theta + \cos^2\theta + \cos^3\theta = 1$,

$\sin^6\theta - 4\cos^4\theta - 8\sin^2\theta$

$= 4$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$1+\sin x+\sin^2 x+\cdots\cdots\infty = 4+2\sqrt{3}$

Find $\tan^2\theta+\cot^2\theta=?$

Series in G.P

$$= \frac{a}{1-r} = \frac{1}{1-\sin x} = 4+2\sqrt{3}$$

$$= 1-\sin x = \frac{1}{4+2\sqrt{3}}$$

$$= 1-\sin x = \frac{4-2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \cancel{1}\cancel{-}\sin x = \cancel{1}\cancel{-}\frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (x = 60^\circ)$$

A/Q $\tan^2\theta+\cot^2\theta$

$$= (\sqrt{3})^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$= 3+\frac{1}{3}$$

$$= \frac{10}{3} \quad \text{Ans}$$

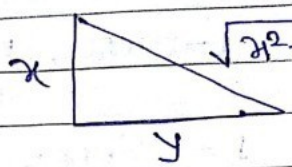
ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\sin\theta}{x} = \frac{\cos\theta}{y}$, $\sin\theta - \cos\theta = ?$

Find $\tan\theta = ?$

$$= \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{x}{y}$$

$$= \tan\theta = \frac{x}{y}$$



A/Q

$$= \sin\theta - \cos\theta$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$$ Ans

$\tan\theta = \frac{\sin\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ Find $\sin\alpha - \cos\alpha = ?$

$$= K\sin\theta = \sin\alpha + \cos\alpha$$

$$K\cos\theta = \sin\alpha - \cos\alpha$$

$$= K^2[\sin^2\theta + \cos^2\theta] = 1 + 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha + 1 - 2\sin\alpha\cdot$$

$$= K^2 = 2$$

$$= K = \sqrt{2}$$

Now,

$$\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\cos\theta$$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$2\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $2\sin\theta + 2\cos\theta + \sin\theta = ?$

$\Downarrow$ x Let

$= (2)^2 + (1)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + x^2$

$= 5 = \frac{1}{2} + x^2$

$= 5 - \frac{1}{2} = x^2$

$= \pm \frac{3}{\sqrt{2}} = x$ Ans

$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\cos\theta$

$\cos\theta - \sin\theta = ?$ let x

$= x = \sqrt{2 - [\sqrt{2}\cos\theta]^2}$

$x = \sqrt{2 - 2\cos^2\theta}$

$x = \sqrt{2[1 - \cos^2\theta]}$

$x = \sqrt{2}\sin\theta$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Identity No. 2.

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

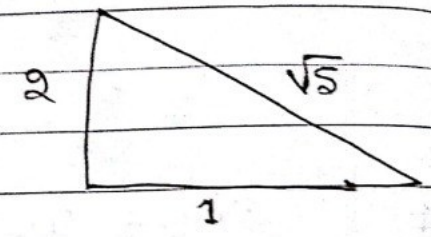
$\sec^2\theta + \tan^2\theta = 9$ find $\sin\theta + \cos\theta$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ (+)

$2\sec^2\theta = 10$

$\sec^2\theta = 5$

$\sec\theta = \sqrt{5}$

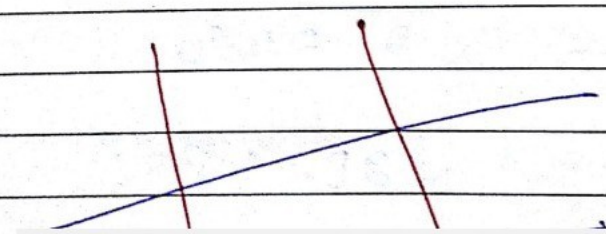


A/Q $\sin\theta + \cos\theta$

$\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$

$= \frac{3}{\sqrt{5}}$ Ans

#



ABHINAY Sir
Study Material

$3\sec^2\theta + 7\tan^2\theta = 13$ Find $\operatorname{cosec}\theta = ?$

$7\sec^2\theta - 7\tan^2\theta = 1 \times 7$

$10\sec^2\theta = 20$

$\sec^2\theta = 2$

$\sec\theta = \sqrt{2}$

Then $\operatorname{cosec}\theta = \sqrt{2}$ Ans

$[\sec\alpha + \tan\alpha][\sec\beta + \tan\beta][\sec\gamma + \tan\gamma] =$

$[\sec\alpha - \tan\alpha][\sec\beta - \tan\beta][\sec\gamma - \tan\gamma]$

$= x$ Let

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$ Ans

$x^2 = [\sec\alpha + \tan\alpha][\sec\alpha - \tan\alpha][\sec\beta + \tan\beta][\sec\beta - \tan\beta]$

$[\sec\gamma + \tan\gamma][\sec\gamma - \tan\gamma]$

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$a^2\sec^2\theta - b^2\tan^2\theta = 5$ $\quad a^2b^2+4a^2 = ?$

$a\sec\theta + b\tan\theta = 1$

(1) $\frac{9}{b}$ (2) $9b^2$

$a\sec\theta + b\tan\theta = 1$

$a\sec\theta - b\tan\theta = 5$ (3) $\frac{9}{b^2}$ (4) 9

$2\sec\theta = \frac{3}{a}$

$\tan\theta = \frac{-2}{b}$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = \frac{9}{a^2} - \frac{4}{b^2}$

$1 = \frac{9b^2 - 4a^2}{a^2b^2}$

$a^2 + b^2 + 4a^2 = 9b^2$ Ans

2nd $\quad \frac{a^2}{5}\sec^2\theta - \frac{b^2}{5}\tan^2\theta = 1$

$[a^2 = b^2 = 5]$ Now

$a^2b^2 - 4a^2$

$25 + 20$

45

Option 2nd $\quad 9b^2$

$9 \times 5 = 45$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

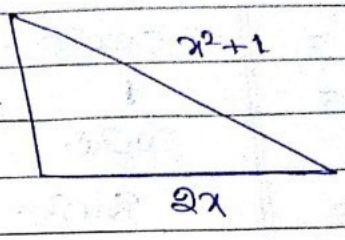
Scanned by CamScanner

$\sec\theta + \tan\theta = x$

Then,

(i) $\sec\theta = \frac{x^2+1}{2x}$

(ii) $\tan\theta = \frac{x^2-1}{2x}$



(iii) $\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

$\sec\theta + \tan\theta = 7$, Find $\sin\theta = ?$

$$\sin\theta = \frac{x^2-1}{x^2+1} = \frac{48}{50} = \frac{24}{25}$$ Ans

$\sec\theta = a + \frac{1}{4a}$ Find $\sec\theta + \tan\theta =$

$$\sec\theta = \frac{x^2+1}{2x}$$

$$= \frac{4a^2+1}{4a} = \frac{(2a)^2+1}{2\times(2a)}$$

$x = 2a \mid 1/2a$

$\sec\theta + \tan\theta = x$

$\sec\theta + \tan\theta = 2a \mid 1/2a$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 7$ Find $\sec\theta \times \operatorname{cosec}\theta$

$= \sec^2\theta - 1 + \operatorname{cosec}^2\theta - 1 = 7$

$= \sec^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta = 9$

$= \frac{1}{\cos^2\theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} = 9$

$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta} = 9$

$= \frac{1}{\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta} = 9$

$= \sec\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \pm 3$ Ans

$\tan^2\theta - 1 + e^2 = 0$, Then

$\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \cos\theta = ?$

$= \tan^2\theta = 1 - e^2$

$\sec\theta + \tan^3\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$

$= \sec\theta + \frac{\tan^2\theta \cdot \sin\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta}{\cos\theta}$

$= \sec\theta + \frac{\tan^2\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{1 + \tan^2\theta}{\cos\theta} = [1 + \tan^2\theta] \sec\theta$

$= [1 + 1 - e^2] \sqrt{1 + 1 - e^2}$

$= [2 - e^2] [2 - e^2]^{1/2}$

$= [2 - e^2]^{3/2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

Note:-

$a\sec\theta + b\tan\theta = c$

$b\sec\theta + a\tan\theta = d$

Then subtract after sq.

$a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

(or)

$a\sec\theta - b\tan\theta = c$

$b\sec\theta - a\tan\theta = d$

(or) $a\tan\theta - b\sec\theta = d$

Then $a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

$\frac{\sec^4\alpha}{\sec^2\beta} - \frac{\tan^4\alpha}{\tan^2\beta} = 1$, $\frac{\sec^4\beta}{\sec^2\alpha} - \frac{\tan^4\beta}{\tan^2\alpha}$

$= \frac{\sec^2\alpha \cdot \sec^2\alpha}{\sec^2\beta} - \frac{\tan^2\alpha \cdot \tan^2\alpha}{\tan^2\beta} = 1$

$= \frac{\sec^2\alpha}{\sec^2\beta} = 1$, $\frac{\tan^2\alpha}{\tan^2\beta} = 1$

$= \sec^2\alpha = \sec^2\beta$, $\tan^2\alpha = \tan^2\beta$

Then, $\frac{\sec^4\beta}{\sec^2\alpha} - \frac{\tan^4\beta}{\tan^2\alpha}$

$= \frac{\sec^4\beta}{\sec^2\beta} - \frac{\tan^4\beta}{\tan^2\beta}$

$= \sec^2\beta - \tan^2\beta$

$= 1$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$\frac{\tan A - \sec A + 1}{\sec A + \tan A - 1}$

$= \frac{[\tan A - \sec A] + [\sec^2 A - \tan^2 A]}{\sec A + \tan A - 1}$

$= \frac{[\sec A - \tan A][-1 + \sec A + \tan A]}{[\sec A + \tan A - 1]}$

$= \sec A - \tan A$

$= \frac{1}{\cos A} - \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{1 - \sin A}{\cos A}$ Ans $\frac{\cos A}{1 + \sin A}$

Identity No :- 3

$[\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1]$

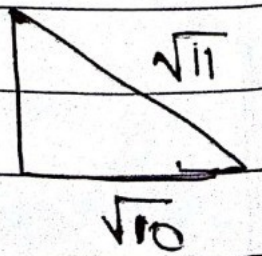
$\operatorname{cosec}^2\theta + \cot^2\theta = 21$ Find $\cos\theta = ?$

$\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$= 2\operatorname{cosec}^2\theta = 22$

$= \operatorname{cosec}^2\theta = 11$

$= \operatorname{cosec}\theta = \sqrt{11}$



$\cos\theta = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{11}}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$\text{cosec}\theta + \cot\theta = \frac{13}{2}$ Find $\tan\theta = ?$

$= \cot\theta = \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{\left(\frac{13}{2}\right)^2 - 1}{\frac{2 \times 13}{2}} = \frac{165}{52}$

$\tan\theta = \frac{52}{165}$ Ans

$9\,\text{cosec}\theta - 7\cot\theta = 9$

$7\,\text{cosec}\theta - 9\cot\theta = ?$

$9^2 - 7^2 = 9^2 - x^2$

$7 = x$ Ans

$\frac{\cot A + \text{cosec}A - 1}{1 - \text{cosec}A + \cot A}$

$= \cot A + \text{cosec}A$

$= \frac{\cos A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A}$

$= \frac{1 + \cos A}{\sin A}$ (Or) $\frac{\sin A}{1 - \cos A}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan\alpha \cdot \tan\beta = 1$

If $[\alpha+\beta] = 90^\circ$

$\cot\alpha \cdot \cot\beta = 1$

If $\alpha+\beta = 90^\circ$

$\sin\alpha \cdot \sec\beta = 1$

If $[\alpha+\beta] = 90^\circ$

$\cos\alpha \cdot \operatorname{cosec}\beta = 1$

If $[\alpha+\beta] = 90$

$\tan 2\theta \cdot \tan 4\theta = 1$ then,

$2\theta + 4\theta = 90^\circ$

$6\theta = 90^\circ$

$\theta = 15^\circ$

$\sin 2\theta + \cos 4\theta$

Then $\sin 30 + \cos 60$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$= 1$ Ans

$\tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ ----- \tan 89^\circ$

$= 1$ Ans

$\log [\cot 1^\circ \cot 2^\circ \cot 3^\circ ---- \cot 89^\circ]$

$\log 1$

$\Downarrow$

0 Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ \cdots \cdots \cdots \cdots \cos 179^\circ = ?$

$\downarrow\downarrow$ 0 Ans

(1)

$\tan 5^\circ \tan 15^\circ \tan 25^\circ \tan 45^\circ \tan 65^\circ \tan 85^\circ$

(1) (1)

$\downarrow\downarrow$

$\tan 15^\circ$

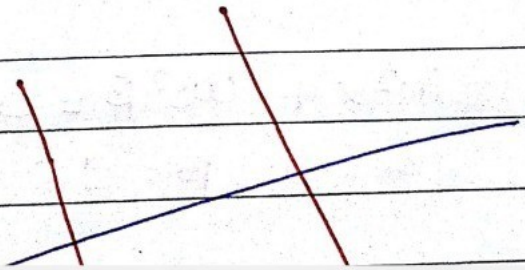
$= 2 - \sqrt{3}$ Ans

$\cot(x+y)\cot(x-y) = 1$ $\quad \sin 2x + \cos 2x$

$= x+y+x-y = 90^\circ \quad 1 + 0$

$= 2x = 90^\circ \quad = 1$ Ans

$= x = 45^\circ$



ABHINAY Sir
Study Material

$\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 2$

$\Downarrow 1 \quad \Downarrow 1$

$\alpha = \beta = 90^\circ$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2$

$\alpha \pm \beta = 90^\circ$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 2$

$\alpha = \beta = 0^\circ$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2$

$\alpha = \beta = 0$

$\cos^2\alpha + \sin^2\beta = 2$

$\alpha = 0, \quad \beta = 90^\circ$

$\sin\alpha + \cos\beta = 2$

$\alpha = 90, \quad \beta = 0$

$\sin^2\alpha + \sin^2\beta = 0$

$\alpha = \beta = 0$

$\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 0$

$\alpha = \beta = 90^\circ$

$\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 0$

$\alpha = 0, \quad \beta = 90^\circ$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin^2\alpha + \cos^2\beta + \sin^2\gamma = 3$

$\alpha = 90$

$\beta = 0^\circ$

$\gamma = 90^\circ$

Find,

$\sin(\alpha+\beta) + \cos(\beta+\gamma) + \tan(\gamma+\alpha)$

$1 + 0 + 0$

$= 1$ Ans

$\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 2$ Find $\sin\left(\frac{2\alpha+\beta}{3}\right)$

$\alpha = 90^\circ$

$\beta = 0^\circ$

$\sin\left(\frac{2\times 90+0}{3}\right)$

$\sin 60 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $\sin\alpha/3$

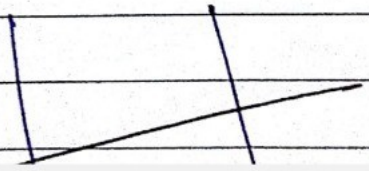
(2) $\cos\alpha/3$

(3) $\cos\frac{2\alpha}{3}$

$\cos\frac{\alpha}{3}$

$\cos\frac{90}{3}$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Ans



ABHINAY Sir
Study Material

How to put value

#

option में angle नहीं दिया है

sin, cos → θ = 0°, 90°

tanθ, cotθ → θ = 45

or θ = 135

tan135 = cot135 = -1

secθ, cosecθ = 45°

option में angle

sinθ

cosθ

tanθ

cotθ

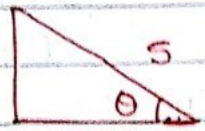
If $P = \sec\theta + \tan\theta$ Find $\frac{P^2-1}{P^2+1}$

sinθ

cosθ

tanθ

cotθ



$P = \frac{5}{4} + \frac{3}{4}$

$P = 2$

$= \frac{2^2-1}{2^2+1} = \frac{3}{5}$

↓

sinθ Ans

If $\frac{1+\sin A-\cos A}{1+\sin A+\cos A}$

A = 90° = 1

A = 0° 0

✓ ① $\tan A/2$

✓ ② $\cot A/2$

③ $\sin A/2$

④ $\cos A/2$

दोनो मान रखने पर tanA/2 common है इसलिए tanA/2 ही उत्तर होगा

ABHINAY Sir
Study Material

$a = \tan\theta - \cot\theta$, $b = \sin\theta + \cos\theta$

Find $(b^2-1)^2(a^2+4) = ?$

$\theta = 45°$ $a = 0$

$b = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

$= (2-1)^2(4)$

$= 1 \times 4$

$= 4$ Ans

0
1
2
4

$a = \text{cosec}\theta - \sin\theta$, $b = \sec\theta - \cos\theta$

Find $a^2b^2(a^2+b^2+3)$

$[\theta = 45°]$ $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{2}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+3\right)$

$b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{4} \times 4 = 1$ Ans

0
1
2
4

If $m = \sec\theta - \cos\theta$, Find $(m^2n)^{2/3} + (mn^2)^{2/3}$

$n = \text{cosec}\theta - \sin\theta$

$\theta = 45°$

$m = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$n = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$[m = n]$

$(m^2n)^{2/3} + (mn^2)^{2/3}$

$= (m^3)^{2/3} + (m^3)^{2/3}$

$= 2m^2$

$= 2 \times \frac{1}{2}$

$= 1$ Ans

0
1
2
3

ABHINAY Sir
Study Material

$[\sin x + \operatorname{cosec} x]^2 + [\cos x + \sec x]^2 - [\tan x + \cot x]^2$

$[\theta = 45^\circ]$

$= \left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}\right]^2 - (1+1)^2$

$= \frac{9}{2} + \frac{9}{2} - 4$

$= 5$ Ans

4
~~5~~
7
9

$[\sec\theta - \cos\theta]^2 + [\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta]^2 - [\cot\theta - \tan\theta]^2$

$[\theta = 45]$

$= \left[\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right]^2 + \left[\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right]^2 - (1-1)^2$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1$ Ans

0
1/2
~~1~~
2

$\frac{\tan A}{1-\tan A} + \frac{\cot A}{1-\cot A} = K + \tan A + \cot A$

Find K

$[A = 135^\circ]$

$= \frac{-1}{1-(-1)} + \frac{-1}{1-(-1)} = K - 1 - 1$

$= \frac{-1}{2} + \frac{-1}{2} = K - 2$

$= -1 = K - 2$

$= K = 1$ Ans

~~1~~
2
0
3

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\cot\theta}{\cot\theta - \cot 3\theta} + \frac{\tan\theta}{\tan\theta - \tan 3\theta}$

$\theta = 45°$

$= \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ Ans

$\frac{\cos^2\theta}{1-\tan\theta} + \frac{\sin^3\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = K + \sin\theta\cos\theta$

Find K

$[\theta = 0]$ $1 = K$ Ans

1
2
3
4

$\frac{\tan 5\theta + \tan 3\theta}{4\cos 4\theta\,[\tan 5\theta - \tan 3\theta]}$

(1) $\sin 2\theta$
(2) $\cos 2\theta$
(3) $\tan 4\theta$
(4) $\cot 2\theta$

$=$ Let $\theta = 60° = \frac{1}{4\cos 240}$

$= \frac{1}{4\cos[180+60]}$

$= \frac{1}{4 \times -\frac{1}{2}}$

$= \frac{-1}{2}$

$\cos 120$

$-\frac{1}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

ABHINAY Sir
Study Material

Page No.

Some Important formula in trigo.

$\sin[A+B] = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$

$\sin[A-B] = \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B$

$\cos[A+B] = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$

$\cos[A-B] = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$

$\sin[A+B] + \sin[A-B] = 2\sin A \cdot \cos B$

$\sin[A+B] - \sin[A-B] = 2\cos A \cdot \sin B$

$\cos[A+B] + \cos[A-B] = 2\cos A \cdot \cos B$

$\cos[A+B] - \cos[A-B] = 2\sin A \cdot \sin B$

$\sin C + \sin D = 2\sin\frac{(C+D)}{2} \cdot \cos\frac{[C-D]}{2}$

$\sin C - \sin D = 2\cos\frac{[C+D]}{2} \cdot \sin\frac{[C-D]}{2}$

$\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2} \cdot \cos\frac{[C-D]}{2}$

$\cos C - \cos D = 2\sin\frac{[C+D]}{2} \cdot \sin\frac{[D-C]}{2}$

$\sin(A+B) \cdot \sin(A-B) = \sin^2 A - \sin^2 B$

$\cos(A+B) \cdot \cos(A-B) = \cos^2 A - \sin^2 B$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin 2A = 2\sin A \cdot \cos A$

or

$= \dfrac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

or, $2\cos^2 A - 1$

or, $1 - 2\sin^2 A$

or, $\dfrac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

$\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

$\tan[A+B] = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B}$

$\tan[A-B] = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$

$\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

ABHINAY Sir
Study Material

Date :
Page No.

$3\sin 15 - 4\sin^3 15 = ?$

$= \sin 3 \times 15$

$= \sin 45$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}$ Ans

$3\cos 20 - 4\cos^3 20 = ?$

$= -\cos 60$

$= -\frac{1}{2}$ Ans

$\cos^2 10 + \cos^2 50 + \cos^2 70$

$1 + \cos^2 10 + \cos^2 50 - \sin^2 70$

$= 1 + \cos^2 10 + \cos 120 \cdot \cos 20$

$= 1 + \cos^2 10 - \frac{1}{2}[2\cos^2 10 - 1]$

$= 1 + \cos^2 10 - \cos^2 10 + \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\sin 59^\circ \cdot \cos 31 + \cos 59^\circ \cdot \sin 31}{\cos 20 \cdot \cos 25 - \sin 20 \cdot \sin 25}$

$= \frac{\sin[59+31]}{\cos[20+25]} = \frac{\sin 90}{\cos 45} = \frac{1}{1/\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ Ans

$\frac{\cos 7A + \cos 5A}{\sin 7A - \sin 5A}$

$= \frac{2\cos 6A \cdot \cos A}{2\cos 6A \cdot \sin A}$

$= \cot A$ Ans

$\frac{1}{2}\operatorname{cosec} 10 - 2\sin 70^\circ$

$= \frac{1}{2\sin 10} - 2\sin 70^\circ$

$= \frac{1 - 4\sin 10^\circ \sin 70}{2\sin 10}$

$= \frac{1 - 2[2\sin 10 \cdot \sin 70]}{2\sin 10}$

$=$

ABHINAY Sir
Study Material

#

$$\tan 20 + 4\sin 20$$

$$\frac{\sin 20}{\cos 20} + 4\sin 20$$

$$= \frac{\sin 20 + 4\sin 20 \cdot \cos 20}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sin 20 + 2 \cdot 2\sin 20 \cdot \cos 20}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sin 20 + 2\sin 40}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sin 20 + 2[\sin(60-20)]}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sin 20 + 2\sin 60 \cdot \cos 20 - 2\cos 60 \cdot \sin 20}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sin 20 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 20 - 2 \times \frac{1}{2} \sin 20}{\cos 20}$$

$$= \frac{\sqrt{3}\cos 20}{\cos 20}$$

$$= \sqrt{3} \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$$\# \quad 4\cos 20 - \sqrt{3}\cot 20^\circ$$

$$= \frac{4\cos 20 - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{4\cos 20 \cdot \sin 20 - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{2\sin 40 - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{2\sin[60-20] - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{2\sin 60 \cdot \cos 20 - 2\cos 60 \cdot \sin 20 - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 20 - 2 \times \frac{1}{2}\sin 20 - \sqrt{3}\cos 20}{\sin 20}$$

$$= \frac{-\sin 20}{\sin 20} = -1 \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

1

$\frac{\cos 3\theta + 2\cos 5\theta + \cos 7\theta}{\cos\theta + 2\cos 3\theta + \cos 5\theta} + \sin 2\theta \cdot \tan 3\theta$

put $\theta = 0$

$= \frac{1+2+1}{1+2+1} + 0$

$= \frac{4}{4} = 1$

$\cos 2\theta$

$\cos 0 = 1$ Ans

(1) $\tan 2\theta$

(2) $\cos 2\theta$

(3) $\sin 2\theta$

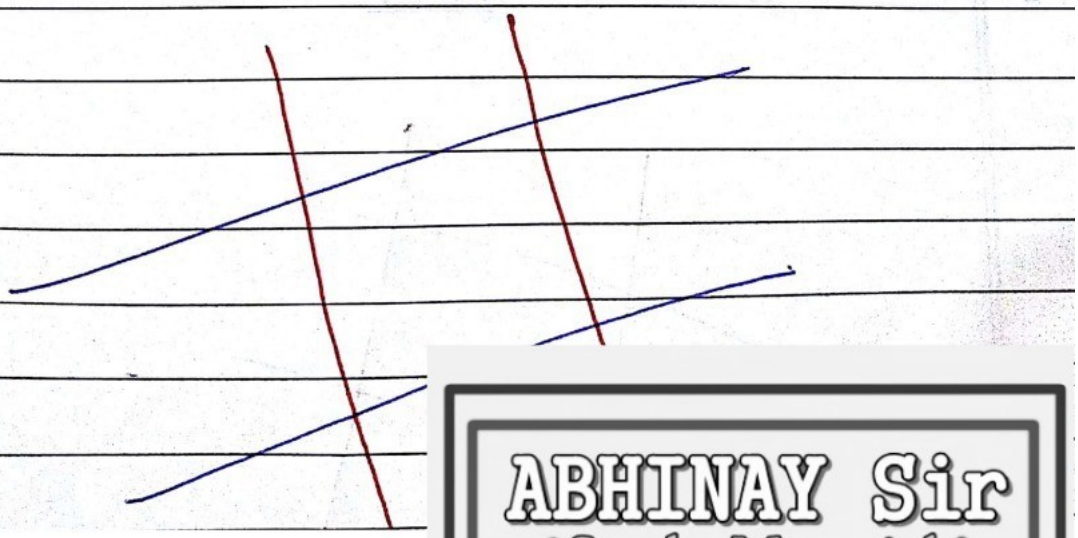
(4) $\cot\theta \cdot \sin$

$\sin 75 + \sin 15°$

$2 \sin 45° \cdot \cos 30°$

$= 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ Ans



ABHINAY Sir
Study Material

$$\# \quad \frac{32\cos^6 x - 48\cos^4 x + 18\cos^2 x - 1}{4\sin x \cdot \cos x \cdot \sin(60-x) \cdot \cos(60-x) \cdot \sin(60+x) \cdot \cos(60+x)}$$

$$= \frac{2[16\cos^6 x - 24\cos^4 x + 9\cos^2 x] - 1}{4 \times \frac{1}{4}\sin 3x \cdot \frac{1}{4}\cos 3x}$$

$$= \frac{2[4\cos^6 x - 3\cos x]^2 - 1}{\frac{1}{4}\sin 3x \cdot \cos 3x}$$

$$= \frac{2\cos^2 3x - 1}{\frac{2}{2} \times \frac{1}{4}\sin 3x \cdot \cos 3x} \qquad [2\cos^2\theta - 1 = \cos 2\theta]$$

$$= \frac{\cos 6x}{\frac{1}{8}\sin 6x}$$

$$= 8\cot 6x \quad \text{Ans}$$

(1) $4\tan 6x$
(2) $4\cot 6x$
(3) $8\cot 6x$
(4) $8\tan 6x$

ABHINAY Sir
Study Material

$8\cos^2\theta + 8\sec^2\theta = 65 \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

Find $4\cos 2\theta$

$= \cos^2\theta + \sec^2\theta = \frac{65}{8}$

$= \cos^2\theta + \sec^2\theta = 8 + \frac{1}{8}$

$= \cos^2\theta = \frac{1}{8}$, $\sec^2\theta = 8$

$\downarrow$

यें 8 नहीं हो सकती क्योंकी इसका max मान 1 होता है,

Now, $4\cos 2\theta$

$4[2\cos^2\theta - 1]$

$2[4 \times \frac{1}{8} - 1]$

-3 Ans

$\tan 10^\circ - \tan 50^\circ + \tan 70^\circ = ?$

$= 3\tan 3\times 10$

$= 3\tan 30$

$= 3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ Ans

(1) 0
(2) 1
(3) $\sqrt{3}$
(4) 3

$\tan\theta - \tan(60-\theta) + \tan(60+\theta] = 3\tan 3\theta$

ABHINAY Sir
Study Material

$$\text{LHS} = \tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \tan 63^\circ + \tan 81^\circ$$

$$= [\tan 9^\circ + \cot 9^\circ] - [\tan 27^\circ + \cot 27^\circ]$$

$$= \frac{\sin 9}{\cos 9} + \frac{\cos 9}{\sin 9} - \left(\frac{\sin 27}{\cos 27} + \frac{\cos 27}{\sin 27} \right)$$

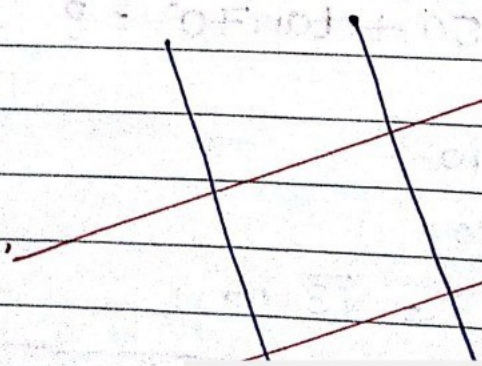
$$= \frac{2 \times 1}{2 \times \cos 9 \cdot \sin 9} - \frac{2 \times 1}{2 \times \cos 27 \cdot \sin 27}$$

$$= \frac{2}{\sin 18^\circ} - \frac{2}{\sin 54^\circ}$$

$$= \frac{2 [\sin 54^\circ - \sin 18^\circ]}{\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}$$

$$= \frac{2 [2 \cos 36^\circ \cdot \sin 18^\circ]}{\sin 18^\circ \cdot \cos 36^\circ}$$

$$= 4 \quad \text{Ans}$$



ABHINAY Sir
Study Material

Some Advance Identity :-

→ ABC is a traingle, (or) $A+B+C=180^\circ$

$$\tan(A+B) = \tan(180-C)$$

$$= \frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B} = -\tan C$$

$= \tan A+\tan B+\tan C = \tan A\cdot\tan B\cdot\tan C$

$\cot A\cdot\cot B+\cot B\cdot\cot C+\cot C\cdot\cot A = 1$

In a Δ ABC $\tan A\tan B = 3$ &

$\tan A+\tan B+\tan C = 6$ Then

Find type of Δ.

$\tan A+\tan B+\tan C = \tan A\cdot\tan B\cdot\tan C$

$= 6 = 3\times\tan C$

$= \tan C = 2$

tanθ +ve कहाँ होगा

[90-θ] ✓ 1st quadrant acute

3rd quadrant ✗ क्योंकी ये (180+θ) के मान आते है। और पर Δ के तिनो कोणका माप 180° होता है।

2 4 ✗ 2 4 ✗

-ve ✓ -ve

$\tan A\cdot\tan B =$

+ve +ve

1st ✓ 3rd ✗

acute

ABHINAY Sir
Study Material

$\cot 20^\circ \cdot \cot 72^\circ + \cot 72^\circ \cdot \cot 88^\circ + \cot 88^\circ \cdot \cot 20^\circ$

$= 20 + 72 + 88$

$= 180^\circ$

$\therefore$ 1 Ans

$A + B + C = 90^\circ$

Then,

$\cot A + \cot B + \cot C = \cot A \cdot \cot B \cdot \cot C$

$\tan A \cdot \tan B + \tan B \cdot \tan C + \tan C \cdot \tan A = 1$

$\tan 20^\circ \cdot \tan 47^\circ + \tan 47^\circ \cdot \tan 23^\circ + \tan 23^\circ \cdot \tan$

$= 20 + 47 + 23 = 90^\circ$

$=$ 1 Ans

[$A + B = 45^\circ, 225^\circ$.]

Then,

$[1 + \tan A](1 + \tan B) = 2$

$[1 + \tan 2^\circ][1 + \tan 43^\circ] = 2$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Page No.

3

$(1-\cot A)(1-\cot B) = 2$

$(\cot A - 1)(\cot B - 1) = 2$

$[1+\tan 1^\circ][1+\tan 2^\circ] \dots\dots 1+\tan 45^\circ = 2^n$

$= [1+\tan A][1+\tan 2^\circ] \dots\dots [1+\tan 44^\circ][1+\tan 45^\circ] =$

$= 2^{\frac{22}{2}} \times 2 = 2^n$

$= 2^{23} = 2^n$

$= n = 23$ Ans

$A+B = 225^\circ$, Then,

$$\frac{\cot A}{1+\cot A} \times \frac{\cot B}{1+\cot B} = ?$$

$$= \frac{\frac{1}{\tan A}}{\frac{\tan A + 1}{\tan A}} \times \frac{\frac{1}{\tan B}}{\frac{1+\tan B}{\tan B}}$$

$$= \frac{1}{[1+\tan A][1+\tan B]} = \frac{1}{2}$$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

#

$$\cos\frac{2\pi}{7} + \cos\frac{4\pi}{7} + \cos\frac{6\pi}{7}$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}}\left[\frac{2\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{2\pi}{7}}{7} + \frac{2\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{4\pi}{7}}{7} + \frac{2\sin\frac{\pi}{7}\cdot\cos\frac{6\pi}{7}}{7}\right]$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}}\left[\sin\frac{3\pi}{7} - \sin\frac{\pi}{7} + \sin\frac{5\pi}{7} - \sin\frac{3\pi}{7} + \sin\frac{7\pi}{7} - \sin\frac{5\pi}{7}\right]$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}} \times -\sin\frac{\pi}{7} + \sin\frac{7\pi}{7}$$

$$= \frac{1}{2\sin\frac{\pi}{7}} \times -\sin\frac{\pi}{7} + 0$$

$$= \frac{1}{2}$$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Date :
Page No.

$\frac{\sec 8A - 1}{\sec 4A - 1}$

(1) $\frac{\tan 2A}{\tan 8A}$ (2) $\frac{\cot 2A}{\tan 8A}$

(3) $\frac{\tan 8A}{\tan 2A}$ (4) $\frac{\tan 8A}{\cot 2A}$

$= \frac{\cos 4A(1 - \cos 8A)}{\cos 8A(1 - \cos 4A)}$

$= \frac{\cos 4A\,[1 - 1 + 2\sin^2 4A]}{\cos 8A\,[1 - 1 + 2\sin^2 2A]}$

$= \frac{2\cos 4A \sin 4A \cdot 2\sin 2A \cdot \cos 2A}{\cos 8A \cdot 2\sin^2 2A}$

$= \frac{\sin 8A}{\cos 8A * \sin 2A} =$

$= \frac{\tan 8A}{\tan 2A}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\cos 2\alpha = \frac{3\cos 2\beta - 1}{3 - \cos 2\beta}$ find $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = ?$

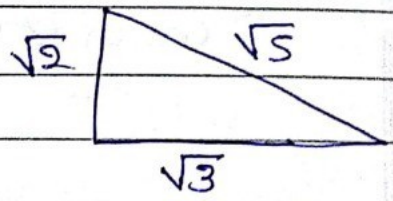
Let $\beta = 30°$

$$\cos 2\alpha = \frac{3 \times \frac{1}{2} - 1}{3 - \frac{1}{2}}$$

$$= \cos 2\alpha = \frac{1}{5}$$

$$= 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{1}{5}$$

$$= \cos^2\alpha = \frac{3}{5}$$



$$= \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

Now, $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{2}$$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8} = ?$

$= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\left[\pi - \frac{5\pi}{8}\right] + \cos^2\left(\pi - \frac{\pi}{8}\right]$

$= \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{\pi}{8}$

$= 2\cos^2\frac{\pi}{8} + 2\cos^2\frac{3\pi}{8}$

$= 2\left[\cos^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{\pi}{8}\right]$

$= 2 \times 1 = 2$ Ans

$\cos^2\alpha + \cos^2(\alpha - 120) + \cos^2(\alpha + 120]$

α पे depend नहीं है Ans so,

① 0
② 1
③ 2
④ 3

$=$ let $\alpha = 0$

$= 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{3}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan\theta \times \tan\phi = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}}$ Find $(a-b\cos 2\theta)(a-b\cos 2\phi)$

= let $a=2$, $b=1$

= $\tan\theta \times \tan\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\theta = 45$, $\phi = 30$

NOW,

$(a-b\cos 2\theta)(a-b\cos 2\phi)$

= $[2-0][2-1\times\frac{1}{2}]$

= $2 \times \frac{3}{2} = 3$

① a^2+b^2
② a^2-b^2
③ ab
④ 0

a^2-b^2

$2^2-1^2 = 3$ Ans

$A+B = 135.$

$[1-\tan A][1-\tan B] = 2$

$[1+\cot A][1+\cot B] = 2$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin\theta \cdot \sin(60-\theta) \cdot \sin(60+\theta) = \frac{1}{4}\sin 3\theta$

$\cos\theta \cdot \cos(60-\theta) \cdot \cos(60+\theta) = \frac{1}{4}\cos 3\theta$

$\tan\theta \cdot \tan(60-\theta) \cdot \tan(60+\theta) = \tan 3\theta$.

$1 - \sin 10 \cdot \sin 50 \cdot \sin 70$

$= 1 - \frac{1}{4}\sin 30$

$= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ Ans

$\cos 20 \cdot \cos 40 \cdot \cos 60 \cdot \cos 80$

$\frac{1}{4}\cos 60 \cdot \cos 60$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan 6^\circ \tan 42^\circ \tan 66^\circ \tan 78^\circ$

$$= \frac{\tan 6^\circ \tan 66^\circ \tan 54^\circ \tan 42^\circ \tan 78^\circ}{\tan 54^\circ}$$

$$= \frac{\tan 18^\circ \cdot \tan 42^\circ \cdot \tan 78^\circ}{\tan 54^\circ}$$

$$= \frac{\tan 54^\circ}{\tan 54^\circ} = 1 \quad \text{Ans}$$

$\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 54^\circ$

$$\frac{\sin 12^\circ \cdot \sin 48^\circ \cdot \sin 72^\circ \cdot \sin 54^\circ}{\sin 72^\circ}$$

$$= \frac{1/4 \sin 36^\circ \sin 54^\circ}{\sin 72}$$

$$= \frac{1/4 \sin 36^\circ \cos 36}{2 \sin 36^\circ \cos 36}$$

$$= \frac{1}{8} \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin 12 \sin 24 \sin 48 \cdot \sin 84$

$$= \frac{\sin 12 \cdot \sin 48 \cdot \sin 72 \cdot \sin 24 \cdot \sin 84}{\sin 72}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}\sin 36 \cdot \sin 24 \cdot \sin 84}{\sin 72}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \frac{\sin 72}{\sin 72} = \frac{1}{16} \text{ Ans}$$

$\cos 15 \cdot \cos 7\frac{1}{2} \cdot \cos 82\frac{1}{2}$

$$= \frac{\cos 15 \cdot 2\cos 7\frac{1}{2} \cdot \sin 7\frac{1}{2}}{2}$$

$$= \frac{2\cos 15 \cdot \sin 15}{2 \quad 2}$$

$$= \frac{\sin 30}{4}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} \text{ Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin 18 = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ $\cos 72°$

$\cos 36 = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$ $\sin 72°$

$\cos 18 = \frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

$\sin 36° = \frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$

$\sin\frac{\pi}{10} + \sin\frac{13\pi}{10} + \sin\frac{\pi}{10} + \sin\frac{3\pi}{10}$

$= \sin\frac{\pi}{10} + \sin\left[\pi + \frac{3\pi}{10}\right]$

$= \sin\frac{\pi}{10} + -\sin\frac{3\pi}{10}$

$= -2\cos\frac{2\pi}{10} \cdot \sin\frac{\pi}{10}$

$= -2\sin 18 \cdot \cos 36$

$= -2 \times \frac{\sqrt{5}-1}{4} \times \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

$= -\frac{1}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$$\# \quad \sin^4\frac{\pi}{8} + \sin^4\frac{3\pi}{8} + \sin^4\frac{5\pi}{8} + \sin^4\frac{7\pi}{8}$$

$$= 2\sin^4\frac{\pi}{8} + 2\sin^4\frac{3\pi}{8}$$

$$= 2\left[\sin^4\frac{\pi}{8} + \sin^4\frac{3\pi}{8}\right]$$

$$= 2\left[\sin^4\frac{\pi}{8} + \cos^4\frac{\pi}{8}\right]$$

$$= 2\left[1 - 2\sin^2\frac{\pi}{8}\cdot\cos^2\frac{\pi}{8}\right]$$

$$= 2\left[1 - \frac{2}{4}\left[2\sin^2\frac{\pi}{8}\cdot\cos^2\frac{\pi}{8}\right]^2\right]$$

$$= 2\left[1 - \frac{2}{4}\left(\sin\frac{\pi}{4}\right)^2\right]$$

$$= 2\left[1 - \frac{2}{4}\times\frac{1}{2}\right]$$

$$= 2\times\frac{3}{4}$$

$$= \frac{3}{2}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$$= 2\sqrt{2}\sin 10\left[\frac{\sec 5}{2} + \frac{\cos 40}{\sin 5} - 2\sin 35\right]$$

$$= 2\sqrt{2}\cdot 2\sin 5\cdot\cos 5\left[\frac{\sec 5}{2} + \frac{\cos 40}{\sin 5} - 2\sin 35\right]$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 4\sqrt{2}\cos 40\cdot\cos 5 - 4\sqrt{2}\sin 10\cdot\sin 35$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 2\sqrt{2}\cdot 2\cos 40\cdot\cos 5 - 2\sqrt{2}\cdot 2\sin 10\cdot\sin 35$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 2\sqrt{2}\left[2\cos 40\cdot\cos 5 - 2\sin 10\cdot\sin 35\right]$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 2\sqrt{2}\left[\cos 45 + \cos 35 - \cos 25 + \cos 45\right]$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 2\sqrt{2}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos 35 - \cos 25\right]$$

$\sin 30 = \frac{1}{2}$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 2\sqrt{2}\left[\sqrt{2} - 2\sin 30\cdot\sin 5\right]$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 4 - 4\sqrt{2}\times\frac{1}{2}\cdot\sin 5$$

$$= 2\sqrt{2}\sin 5 + 4 - 2\sqrt{2}\sin 5$$

$$= 4 \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$\tan(A-B) = \frac{\sin 2B}{5-\cos 2B}$ Find $\frac{\tan A}{\tan B}$.

Let $B = 45$

$$\frac{\tan - \tan 45}{1 + \tan A \cdot} = \frac{1}{5-0} = \frac{1}{5}$$

$$= \frac{\tan A - 1}{1 + \tan A} = \frac{1}{5}$$

$$= 5\tan A - 5 = 1 + \tan A$$

$$= 4\tan A = 6$$

$$= \tan A = \frac{3}{2}$$

Now, $\frac{\tan A}{\tan B}$

$= \frac{3/2}{1}$

$= 3/2$ Ans

Note:- "$\cos^3\theta + \cos^3[120+\theta] + \cos^3[240+\theta] = \frac{3}{4}\cos 3\theta$" or $[120-\theta]$

$\cos^3 10 + \cos^3 110 + \cos^3 130 = \frac{3}{4}\cos 30$

$= \frac{3\sqrt{3}}{8}$ Ans "

"$\cot\theta - \cot(60-\theta) + \cot(60+\theta) = 3\cot 3\theta$"

ABHINAY Sir
Study Material

$\frac{\cos^3\alpha - \cos 3\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin^3\alpha + \sin 3\alpha}{\sin\alpha}$

$(\alpha = 45)$

$= 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha -$

$= \frac{\cos^3\alpha - 4\cos^3\alpha + 3\cos\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin 3\alpha + 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha}{\sin\alpha}$

$= \cos^2\alpha - 4\cos^2\alpha + 3 + \sin^2\alpha + 3 - 4\sin^2\alpha$

$= 1 + 3 + 3 - 4[\cos^2\alpha + \sin^2\alpha]$

$= 7 - 4 = 3$ Ans

$\cos^2\alpha + \cos^2[120 - \alpha] + \cos^2[120 + \alpha]$

$\alpha = 0$

$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$

α के कीसी भी मान
पे इसका value $3/2$
होगा।

$\cos^2 10 + \cos^2 110 + \cos^2 130$

$= \frac{3}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin\alpha + \sin\beta = \sqrt{3}[\cos\beta - \cos\alpha]$

$\sin\alpha + \sin\beta = \sqrt{3}\cos\beta - \sqrt{3}\cos\alpha$

$\frac{1}{2}\sin\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\beta - \frac{1}{2}\sin\beta$

$\sin 30^\circ \sin\alpha + \cos 30^\circ \cos\alpha = \cos 30^\circ \cos\beta - \sin 30^\circ \sin\beta$

$\cos[30 - \alpha] = \cos[30 + \beta]$

$30 - \alpha = 30 + \beta$

$\alpha + \beta = 60$

Now $\sin 3\alpha + \sin 3\beta$

$= \sin 3\alpha + \sin[3(60 - \alpha)]$

$= \sin 3\alpha + \sin[180 - 3\alpha]$

$= \sin 3\alpha + \sin 3\alpha$ 0 Ans

$[1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta][1 + \sec\theta + \tan\theta]$ 0

$[1 + \cot 20 - \operatorname{cosec} 20^\circ][1 + \sec 20 + \tan 20]$ 1

$[1 + \tan 70^\circ - \operatorname{cosec} 20^\circ][1 + \sec 20 + \cot 70^\circ]$ ~~2~~ 3

ABHINAY Sir
Study Material

$\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = a^3$

$\sec\theta - \cos\theta = b^3$

$\theta = 45$

$a^3 = b^3 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

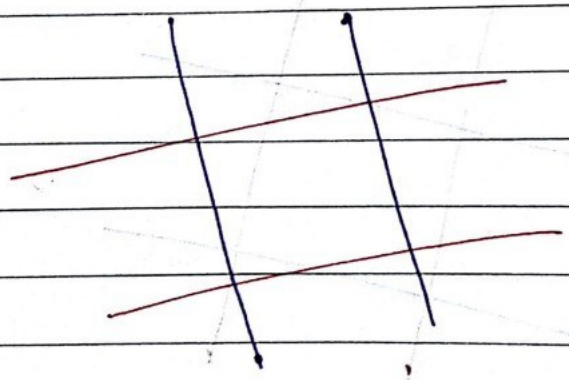
$[a = b]$

$a^2b^2(a^2+b^2)$

$a^6 + b^6$

$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 + \frac{1}{2}$

$= 1$ Ans



ABHINAY Sir
Study Material

$a\sin^3\theta + 3a\sin^2\theta \cdot \cos\theta = m$

$a\cos^3\theta + 3a\sin\theta \cdot \cos^2\theta = n$

Find

$[m+n]^{2/3} + [m-n]^{2/3}$

put $\theta = 90^\circ$

$m = a$

$n = 0$

$= [a+0]^{2/3} + [a-0]^{2/3}$

$= a^{2/3} + a^{2/3}$

$= 2a^{2/3}$ Ans

① $2a^{1/3}$ ② $2a^{4/3}$

③ $2a^{2/3}$ ④ $a^{2/3}$

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

Max & min

	max	min
$\cos\theta$, $\sin\theta$	1	-1
$\cos^2\theta$, $\sin^2\theta$	1	0
$\cos^3\theta$, $\sin^3\theta$	1	-1
$\cot\theta$, $\tan\theta$	∞	$-\infty$
$\cot^2\theta$, $\tan^2\theta$	∞	0
$\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$	∞	$-\infty$
$\operatorname{cosec}^2\theta$, $\sec^2\theta$	∞	1

Note: $\cos\theta \in [-1, 1]$

$\sec\theta \in (-1, 1)$ X

$\sec\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$ कुछ भी हो सकता है but -1 से 1 के बिच नहीं हो सकता but ① & -1 हो सकता है

Which of the following is incorrect.

① $\tan\theta = 6$

② $\operatorname{cosec}\theta = \frac{9}{10}$

③ $\sin\theta = \frac{11}{56}$

④ $\cos\theta = \frac{8}{81}$

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

Type :- 1

	max	min
$11 + 2\sin\theta$ (1, -1)	13	9
$13 - 2\cos\theta$ (-1, 1)	15	11
$9 + 3\sin^2\theta$ (1, 0)	12	9
$16 - \cos^2\theta$ (0, 1)	16	15

Find max value :-

$13 - 2\tan^2\theta$

$13 - 0 = 13$ Ans

$11 - \operatorname{cosec}^2\theta$

$11 - 1 = 10$ Ans

Find minimum.

$10 + 2\cot^2\theta$

$10 + 0 = 10$

$13 + \sec^2\theta$

$13 + 1 = 14$

ABHINAY Sir
Study Material

$8\sin^2\theta + 21\cos^2\theta$ Find max & min

$8\sin^2\theta + 21 - 21\sin^2\theta$

$= 21 - 13\sin^2\theta$

$= 1, 0$

$=$ max $21 - 0 = 21$

min $21 - 13 = 8$ Ans

Note:- जो value छोटा है min होगा & जो value बड़ा है तो max होगा

$-18\sin^2\theta - 31\cos^2\theta$ Find max & min

max $= -18$

min $= -31$ Ans

$10\sec^2\theta + 17\tan^2\theta$ Find min

$10\sec^2\theta + 17\sec^2\theta - 17$

$= 27\sec^2\theta - 17$

$\downarrow$ (1)

$= 27 - 17 = 10$ Ans

Note:- इसमे जो $\sec^2\theta$ का coefficient होगा वही min value होगा।

ABHINAY Sir
Study Material

Type:-2

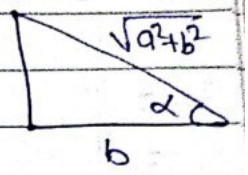
$a\sin\theta + b\cos\theta$

$$\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta\right)$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\,[\sin\alpha \cdot \sin\theta + \cos\alpha \cdot \cos\theta]$$

$$= \sqrt{a^2+b^2}\,[\cos(\alpha-\theta)]$$

$$= \boxed{\pm\sqrt{a^2+b^2}}$$



$$max\,m = +\sqrt{a^2+b^2}$$

$$min\,m = -\sqrt{a^2+b^2}$$

$5\sin\theta + 12\cos\theta$

$$max\,m = +\sqrt{5^2+12^2} = +\sqrt{13}$$

$$min\,m = -\sqrt{13}$$

$3^{3\sin\theta + 4\cos\theta}$

$$3^{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$3^{\pm 5}$$

$$max\,m = 243$$

$$min\,m = \frac{1}{243} \quad \underline{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$11\cos^2x + 6\sin x \cdot \cos x + 3\sin^2x$

$= 8\cos^2x + 6\sin x \cdot \cos x + 3[\cos^2x + \sin^2x]$

$= 9\cos^2x + 3 \cdot 2\sin x \cdot \cos x + 3$

$= 4 + 4\cos 2x + 3\sin 2x + 3$

$= 7 \pm \sqrt{4^2+3^2}$

$= 7+5 = 12 \quad max^m$

$= 7-5 = 2 \quad min^m$ Ans

$5\cos\theta + 3\cos\left[\theta + \frac{\pi}{3}\right] + 4$

$5\cos\theta + 3\cos\theta \cdot \cos 60 - 3\sin\theta \sin 30 + 4$

$= 5\cos\theta + \frac{3}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 4$

$= \frac{13}{2}\cos\theta - \frac{3\sqrt{3}}{2}\sin\theta + 4$

$= \pm\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$= \frac{169}{9} + \frac{9}{4}$

$= \pm 7$

$max^m = 7+4 = 11$

$min^m = -7+4 = -3$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$3\sin\alpha + 4\cos\beta$ find max & min

max = $3 \times 1 + 4 \times 1$

$= 7$ Ans.

min =

Type-3

$\sin^n\theta \cdot \cos^n\theta$

$= \frac{2^n \sin^n\theta \cdot \cos^n\theta}{2^n}$

$= \left[\frac{2\sin\theta \cdot \cos\theta}{2}\right]^n$

$= \frac{1}{2^n} \underbrace{\sin^n 2\theta}_{\in [-1,1]}$

$\max = \frac{1}{2^n}$ [n = Even or odd]

$\min = \begin{cases} 0, & n = \text{even} \\ -\frac{1}{2^n}, & n = \text{odd.} \end{cases}$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin 5\theta \cdot \cos 5\theta$

$\max m = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

$\min m = -\frac{1}{2^5} = \frac{-1}{32}$ Ans

$\cos 6\theta \cdot \sin 6\theta$

$\max m = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$

$\min m = 0$ Ans

Type : 4

$\sin^{2m}\theta$ ---------- $\sin^6\theta \leq \sin^4\theta \leq \sin^2\theta$

$\cos^{2n}\theta$ ---------- $\cos^6\theta \leq \cos^4\theta \leq \cos^2\theta$ (+)

$\sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta \leq \sin^2\theta + \cos^2\theta$

$\sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta \leq 1$

Now,

max^m value of

$\sin^{2m}\theta + \cos^{2n}\theta = 1$

ABHINAY Sir
Study Material

Page No.

#Find maxm

$\sin^8\theta + \cos^4\theta$ Ans

1 Ans

$\sin^{88}\theta + \cos^{114}\theta = 1$

1 Ans

$\cos^4\theta +$ [illegible] θ min value & maxm

maxm = 1 Ans

$1 - 2\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$

min

$1 - \frac{2 \times 1}{2^2} = \frac{1}{2}$ Ans

OR, IF $x+y$ minm होगा यदि

$x = y$

If $\cos^4\theta = \sin^4\theta$

$\theta = 45°$ पे minm होगा

If we put $\theta = 45$

$\cos^4\theta + \sin^4\theta$

$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Scanned by CamScanner

$\sin^6\theta + \cos^6\theta$

$\max m = 1$

For min put $\theta = 45°$

$$\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\right]^6 + \left[\frac{1}{\sqrt{2}}\right]^6$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad \text{Ans}$$

$\sin^2\theta + \cos^4\theta = A$

$\max m = 1$

$$1 - \cos^2\theta + \cos^4\theta$$

$$1 - \cos^2\theta [1 - \cos^2\theta]$$

$$1 - \underbrace{\cos^2\theta \cdot \sin^2\theta}_{\max m}$$

$\min m =$

$$1 - \frac{1}{2^2} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \leq A \leq 1 \quad \text{Ans}$$

$\cos^2\theta + \sin^4\theta = A$

Then also

$$\frac{3}{4} \leq A \leq 1 \quad \text{Ans}$$

ABHINAY Sir
Study Material

$\sin^2\theta + \cos\theta = A$ Then.

$= 1 - \cos^2\theta + \cos\theta$

$= 1 - \left[\cos^2\theta - \cos\theta + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right]$

$= 1 - \left[\cos\theta - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{1}{4}$

$= \frac{5}{4} - \left[\cos\theta - \frac{1}{2}\right]^2$

$\downarrow 0$

$\max m = \frac{5}{4}$ $\quad \cos\theta = \frac{1}{2}$ $\quad \theta = 60$

$\min m = \frac{5}{4} - \left[\underset{(-1)}{\cos\theta} - \frac{1}{2}\right]^2$

$= \frac{5}{4} - \left[-1 - \frac{1}{2}\right]^2$

$= \frac{5}{4} - \frac{9}{4}$

$= (-1)$ Ans

$-1 \leq A \leq \frac{5}{4}$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Page No.

Type-5 Find minm value.

$a\tan^2\theta + b\cot^2\theta$

$\frac{a \times \sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{ab} + \sqrt{ab}$

$2\sqrt{ab}$

↳ gt is minm IF:

$a\tan^2\theta = b\cot^2\theta$

$\tan^4\theta = b/a$

$\tan^2\theta = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$

minm value.

① $a\tan^2\theta + b\cot^2\theta = 2\sqrt{ab}$

② $a\sin^2\theta + b\,\text{cosec}^2\theta =$ → $2\sqrt{ab}$ [a>b]

→ $a+b$ [b>a]

↓↓

Similarly

③ $a\cos^2\theta + b\sec^2\theta$

④ $a\sec^2\theta + b\,\text{cosec}^2\theta$

$a[1+\tan^2\theta] + b[1+\cot^2\theta]$

$a + b + a\tan^2\theta + b\cot^2\theta$

$a+b+2\sqrt{ab}$

$[\sqrt{a}+\sqrt{b}]^2$ Ans

ABHINAY Sir
Study Material

$4\tan^2\theta + 9\cot^2\theta$ Find minm

$= 2\sqrt{4 \cdot 9}$

$= 12$ Ans

$13\sin^2\theta + 14\operatorname{cosec}^2\theta$ Find minm

$13 + 14$

27 Ans

$32\sin^2\theta + 2\cot^2\theta$ Find minm

$32\sin^2\theta + 2[\operatorname{cosec}^2\theta - 1]$

$32\sin^2\theta + 2\operatorname{cosec}^2\theta - 2$

$2\sqrt{64} - 2$

14 Ans

$16\cos^2\theta + 25\tan^2\theta$ Find minm

$16\cos^2\theta + 25[\sec^2\theta - 1]$

$16\cos^2\theta + 25\sec^2\theta - 25$

$16 + 25 - 25$

16 Ans

$49\sec^2\theta + 25\operatorname{cosec}^2\theta$

$[\sqrt{a} + \sqrt{b}]^2$

$[\sqrt{49} + \sqrt{25}]^2$

$[7 + 5]^2$

144 Ans

ABHINAY Sir
Study Material

Page No.

max^m value

$\sin^2\theta + \operatorname{cosec}^2\theta + \cos^2\theta + \sec^2\theta + \tan^2\theta + \cot^2\theta$

$= 1 + 1 + \cot^2\theta + 1 + \tan^2\theta + \tan^2\theta + \cot^2\theta$

$= 3 + 2\tan^2\theta + 2\cot^2\theta$

$= 3 + 2\sqrt{4}$

$= 7$ Ans

$\sin\alpha + \operatorname{cosec}\alpha + \cos\beta + \sec\beta + \tan\gamma + \cot\gamma$

2 2 2

$\alpha = 90$ $\beta = 0$ $\gamma = 45$

$= 6$ Ans

$2^{\sin^2\theta} + 2^{\cos^2\theta}$ ka I ~~max~~ & min^m

put $\theta = 45$

$2^{\frac{1}{2}} + 2^{1/2}$

$\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$2\sqrt{2}$ Ans min^m Ans

ABHINAY Sir
Study Material

TIME & WORK ABHINAY MATHS NOTES

Credit: NEW SUCCESS POINT

https://studentcafe.co

ABHINAY PUBLICATIONS
ABHINAY MATHS

Motivation | Entertainment | Teaching

ARITHMETIC

वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

PRACTICE SET

Abhinay Sharma

https://studentcafe.co

TIME & WORK

A = 10 days (1 day - 1/10)

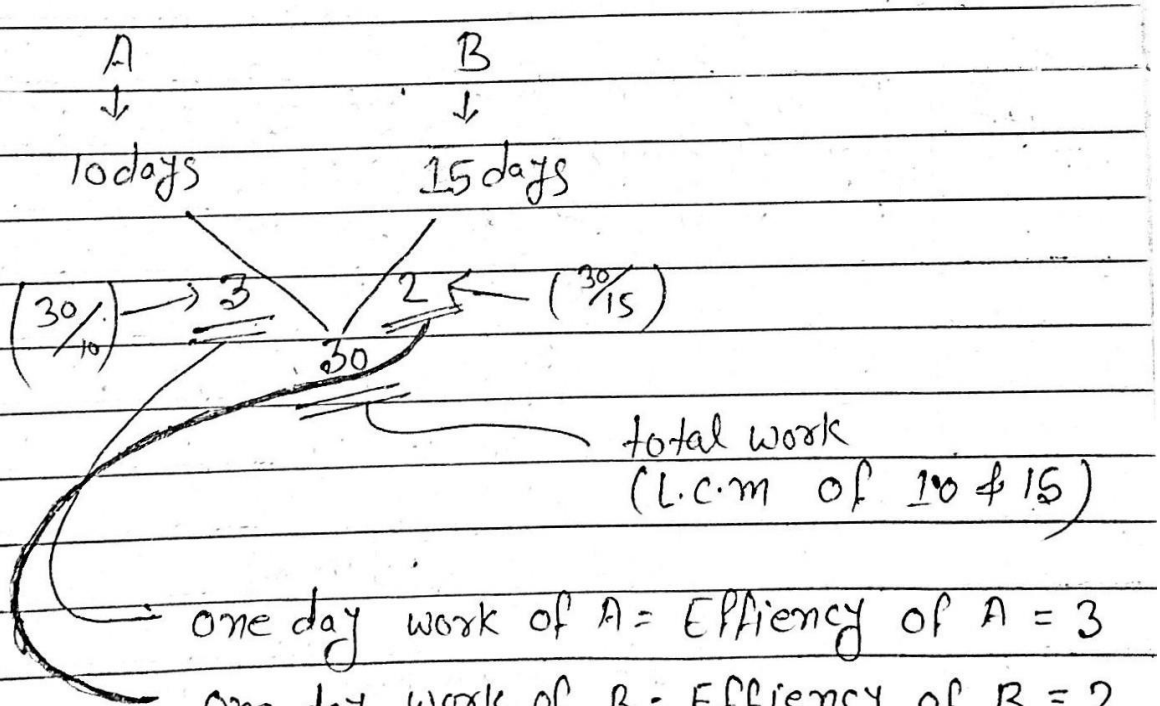
B = 20 days (1 day - 1/20)

Total work = 1

Let total work = 100

A ⇒ 1 day ⇒ 10

B ⇒ 1 day → 5



One day work of A = Effiency of A = 3

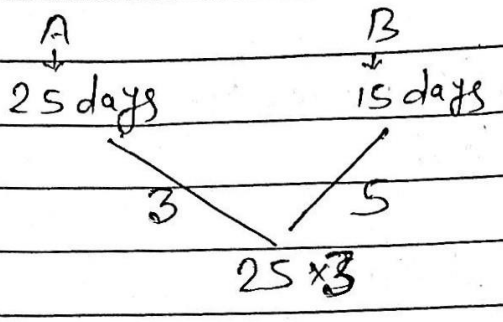
One day work of B = Effiency of B = 2

one day work of (A+B): 3 + 2 = 5

$$(A+B) \text{ total days} = \frac{\text{Total work}}{\text{one day work of } (A+B)} = \frac{30}{5} = 6 \text{ days}$$

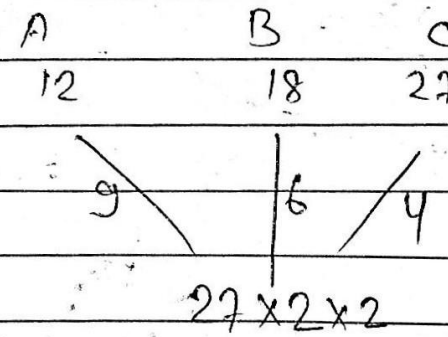
https://studentcafe.co

Q A किसी काम को 25 दिन में कर लेता है और B उसी काम को 15 दिन में कर लेता है, दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में करेंगे?



$A+B = \frac{75}{8} = 9\frac{3}{8}$ days

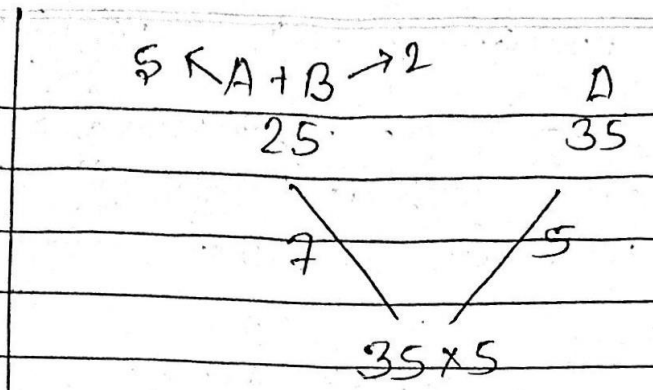
Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12, 18 और 27 दिन में खत्म करते हैं, तो तीनों मिलकर इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे?



$A+B+C = \frac{27\times2\times2}{9+6+4} = \frac{108}{19} = 5\frac{13}{19}$ days

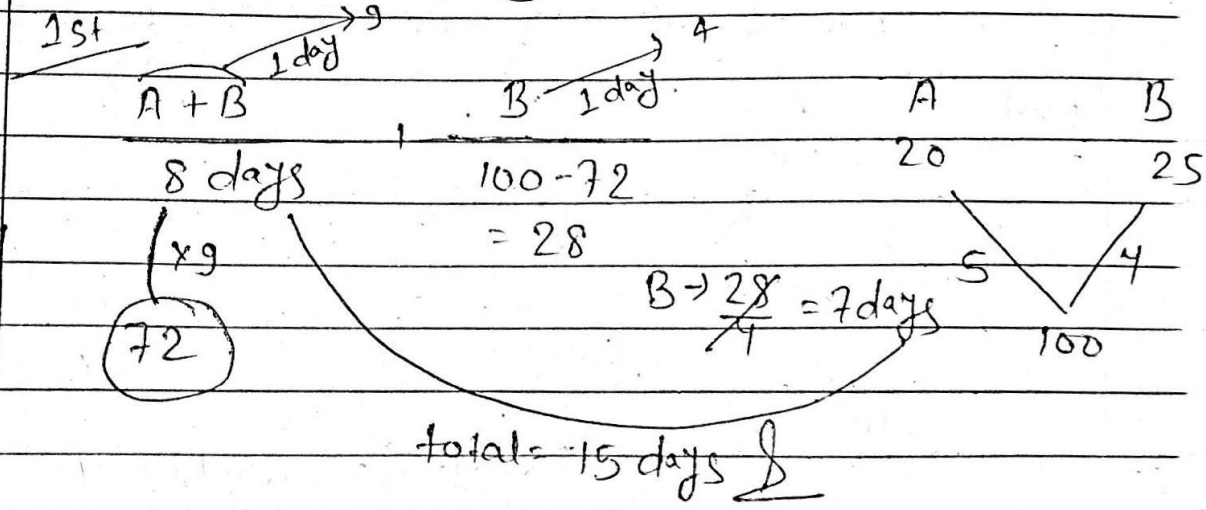
Q A+B किसी काम को 25 दिन में करते हैं। A अकेला 35 दिन में करता है, तो B उस काम को कितने दिन में पूरा करेगा?

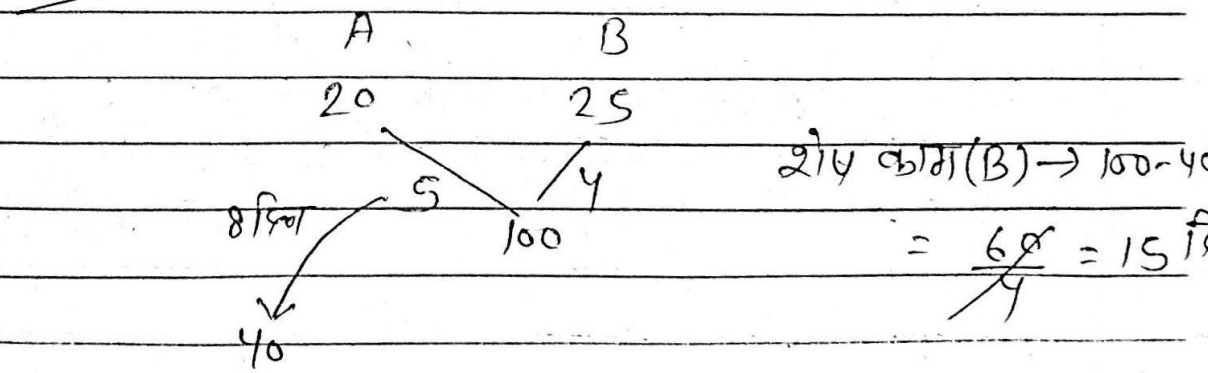
https://studentcafe.co



$$B = \frac{35\times5}{2} = \frac{175}{2} = 87\frac{1}{2} \text{ days}$$

Q. A किसी काम को 20 दिन में तथा B 25 दिन में करता है। A तथा B दोनों मिलकर काम प्रारम्भ करते हैं, A 8 दिन के बाद छोड़ देता है। पूरा काम कितने दिन में खत्म हुआ?

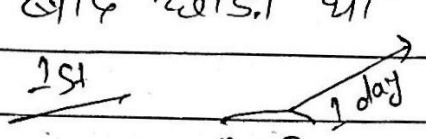




https://studentcafe.co

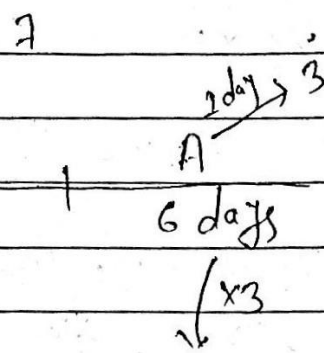
Q किसी काम को A 20 दिन में तथा B 15 दिन में करता है, दोनो मिलकर काम शुरू करते है। कुछ दिन बाद B छोड़ देता है और बचे हुए काम को A 6 दिन मे पूरा करता है। तो B ने कितने दिन बाद छोड़ा था

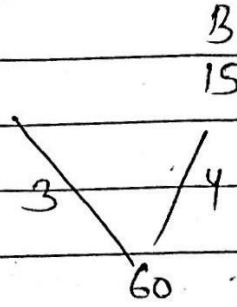
1st



60 - 18 = 42

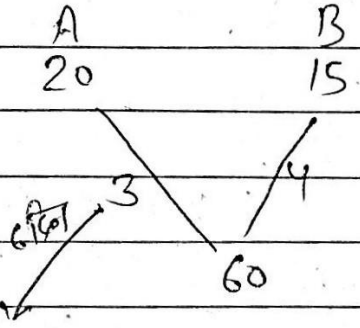
A+B day = 42/7 = (6)





∴ B 6 दिन बाद काम छोड़ दिया था।

2nd



शेष (पहले A+B) = 60 - 18 = 42

days = 42/7 = 6

A+B 6 दिन तक करता है

यानि, B 6 दिन बाद छोड़ देता है।

https://studentcafe.co

Q A+B एक काम को 10 दिन में करता है, A ने $2\frac{1}{2}$ दिन काम किया और चला गया तथा B ने $8\frac{1}{2}$ दिन काम किया तब आधा काम पूरा हुआ, तो B उस काम को कितने दिन में पूरा होगा?

1st

$\frac{A}{2\frac{1}{2}}$ | $\frac{B}{8\frac{1}{2}}$ → आधा

$\frac{A}{5}$ | $\frac{B}{17}$ → पूरा

$\frac{A+B}{5}$ | $\frac{B}{12}$ → पूरा

A+B → 10 दिन पूरा काम

A+B → 5 दिन आधा काम

आधा काम — आधा काम

B → 12 दिन → आधा काम

B पूरा काम 24 दिन में करेगा ✓

2nd

Total works = $M_1D_1 = M_2D_2$

(Men × Days)

$T.W = 10(A+B) = A\times5 + B\times17$

$5A = 7B$

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5}$

$T.W = 10(7+5) = 120$

$B = \frac{120}{5} = 24$ days ✓

https://studentcafe.co

Q A+B किसी काम को 14 दिन मे कर सकते है, A ने 3.5 दिन काम किया और चला गया तथा B ने 11.5 दिन काम किया तो आधा काम पूरा हुआ, तो B उस काम को कितने दिन मे पूरा करेगा?

1st

A: 7 | B: 23 → पूरा काम

A+B: 7 (आधा काम) | B: 16 (आधा काम) → पूरा काम

B आधा काम → 16 दिन

B पूरा काम → 32 दिन

2nd

$14(A+B) = 7A + 23B$

$7A = 9B$

$\frac{A}{B} = \frac{9}{7}$

T.W $= 14(9+7) = 14 \times 16$

$B = \frac{2 \times 14 \times 16}{7} = 32$ days

https://studentcafe.co

時間

Q A+B किसी काम को 5 दिन में करते हैं, यदि A अपनी कार्यक्षमता दुगुनी कर लेता है और B अपनी कार्यक्षमता 1/3 कर लेता है, तो काम 3 दिन में पूरा कर लेता है, A इस काम को कितने दिन में पूरा कर पायेगा?

$$5(A+B) = 3\left(2A + \frac{B}{3}\right)$$

$$A = 4B$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{1}$$

$$T.W = 5(4+1) = 25$$

$$A = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} \text{ days}$$

Q A किसी काम को 4 घंटे में कर सकता है, (B+C) उसे 3 घंटे में कर सकते हैं। (A+C) 2 घंटे में कर सकते हैं। तो ज्ञात करें कि B अकेला कितनी देर में करेगा?

A	B+C	A+C
4	3	2
3	4	6

12

$$B = \frac{12}{1} = 12 \text{ days}$$

https://studentcafe.co

Q A 2 दिन तक काम करता है, तो B शेष काम को 9 दिन में पूरा करता है। अगर A 3 दिन तक काम करता है, तो B शेष काम 6 दिन में खत्म कर देता है, तो बताइये A और B अलग-अलग इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

1st

A / B
2 · 6 + B
9

$\Rightarrow B = 6+9 = 15$ दिन

+1 | 3

A = 3B

A | A B
3 | 2 6

$2A = 6B$

$\Rightarrow A = 3+2 = 5$ दिन

2nd

$2A + 9B = 3A + 6B$

$A = 3B$

$\frac{A}{B} = \frac{3}{1}$

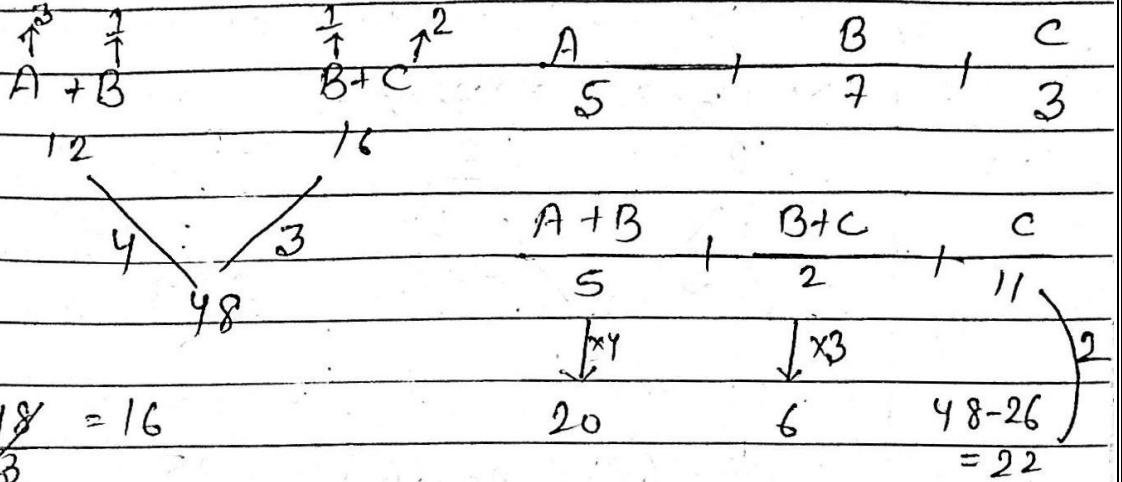
T.W = $6+9 = 15$

$A = \frac{15}{3} = 5, \quad B = \frac{15}{1} = 15$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 12 दिन में करते हैं। (B+C) इसी काम को 16 दिन में करते हैं। A 5 दिन काम करके चला गया। B 7 दिन काम करके चला गया तथा शेष काम C ने किया, तो अलग-अलग इस काम को कितने दिन में करेंगे?

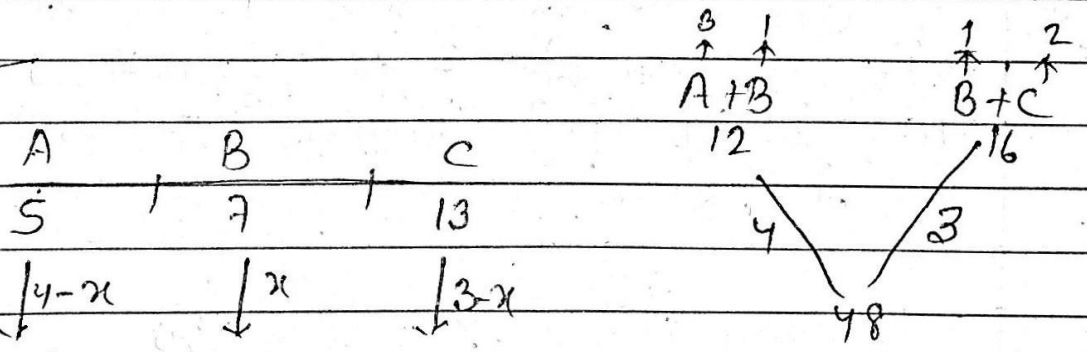
1st



$A = \frac{48}{3} = 16$

$B = \frac{48}{1} = 48$, $C = \frac{48}{2} = 24$

2nd



$20-5x+7x+39-13x = 48$

$x = 1$

$A = \frac{48}{3} = 16$, $B = \frac{48}{1} = 48$, $C = \frac{48}{2} = 24$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 12 दिन में करते हैं। (B+C) इसी काम को $6\frac{2}{3}$ दिन में करते हैं। A, 3 दिन काम करके चला गया, B 4 दिन काम करके चला गया तथा बचा हुआ काम C, 7 दिनों में पूरा कर दिया, तो बचा हुआ A, B और C अलग-अलग इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे?

2) A+B → 3 3) B+C → 6

12 — $\frac{20}{3}$

5 — 9 — 60

A — B — C

3 — 4 — 7

A+B — B+C — C

3 — 1 — 6

×5 — ×9 — ×6

15 — 9 — 60−24=36

$B = \frac{60}{3} = 20$ days

Q A एक दीवार का $\frac{1}{3}$ भाग 9 दिन में बना देता है। और B उस दीवार का $\frac{2}{3}$ भाग 9 दिन में बना लेता है। दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

A — $\frac{1}{3}$ → 9 days

B — $\frac{2}{3}$ → 9 days

A+B — 1 → 9 days

https://studentcafe.co

Q A किसी काम के $12/56$ भाग को 111 दिन में करता है, जबकि, B $43/56$ भाग को 111 दिन में करता है, तो दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

$A \rightarrow 12/56 \rightarrow 111$ days

$B \rightarrow 43/56 \rightarrow 111$ days

$A+B \rightarrow 1 \rightarrow 111$ days

Q A किसी काम के $1/4$ भाग को 21 दिन में करता है, जबकि B $1/4$ भाग को 7 दिन में पूरा करता है। तो दोनों मिलकर इसी काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

$A \rightarrow 1/4 \rightarrow 21$

$B \rightarrow 1/4 \rightarrow 7$

$B \rightarrow 3/4 \rightarrow 21$

$A+B \rightarrow 1 \rightarrow 21$ days

Q A और B किसी काम को 12 दिनों में करते हैं, जबकि B और C उस काम को 8 दिनों में कर सकते हैं तथा C और A उस काम को 6 दिनों में कर सकते हैं, तो B कितने समय में करेगा?

https://studentcafe.co

A+B	B+C	C+A
12	8	6

$\frac{2}{\times 2}$ / $\frac{4}{}$ | $3 \times 2 = 6$ | $4 \times 2 = 8$

$24 \times 2 = 48$

$2(A+B+C) = 18$

$A+B+C = \frac{18}{2} = 9$

8

$B = 9 - 8$

$B = 1$

$B = \frac{48}{1} = 48$ ∫

Q. $A+B = \frac{20}{3}$ days, $B+C = \frac{60}{7}$, $C+A = \frac{15}{2}$

$A+B+C = ?$

A+B	B+C	C+A
20/3	60/7	15/2

9 | 7 | 8

60

$A+B+C = 12$

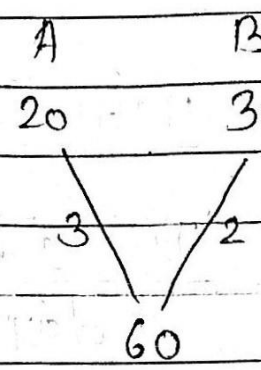
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$5 \quad 4 \quad 3$

$=$ 12, 15, 20 ∫

https://studentcafe.co

Q A और B किसी काम को क्रमशः 20 दिन और 30 दिन में कर सकते हैं। A ने काम शुरू किया और दोनों एक दिन छोड़कर काम करते हैं, तो पूरा काम कितने दिन में खत्म होगा?

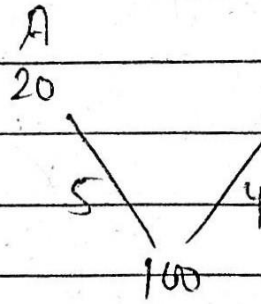


A_1 days → 3 काम
B_1 days → 2 काम
2 days → 5 काम

2 days → 5 काम
(×12 ×12

= 24 days } Complete work (60)

Q A किसी काम को 20 दिन में तथा B 25 दिन में पूरा करता है। A ने काम शुरू किया और दोनों एक दिन छोड़कर काम करते हैं। तो पूरा काम कितने दिन में खत्म हो जायेगा?



A → 1st day → 5
B → 2nd day → 4
2 days → 9

2 days → 9 काम
22 days → 99 काम
A → 1/5 days → 1 काम

= 22.5 days

https://studentcafe.co

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12, 15, 20 दिन में करते है। इस काम को खत्म करने में कितना न्यूनतम समय लगेगा। यदि एक दिन में 2 से ज्यादा व्यक्ति काम नही कर सकते है तथा समान युग्म दो लगातार दिनों में कार्य नहीं कर सकते है।

A B C
12 15 20
5 4 3
60

(A+B) 1 day → 9 work

(A+C) 1 day → 8 work

2 days → 17 work

×3 ×3

6 days → 51 work

(A+B) 1 day → 9 work

= 7 days ∴ Complete

Q (A+B) किसी काम को 6 दिन में तथा (A+B+C), 5 दिनों में करते है। (A+C), (B+C) से 2.5 दिन कम लेते है। तो तीनो अलग-अलग कितने दिन में काम पूरा करेंगे।

2.5 कम

A+B A+B+C B+C A+C

6 5 ↓ ↓

5 6 B A

30 Possibility → 1, (2) 4, (3)

$\frac{3q}{B} = 10$ $\frac{3q}{A} = 7.5$

C = 30

2.5 कम

https://studentcafe.co

$A = \frac{30}{3} = 10$, $B = \frac{30}{2} = 15$, $C = \frac{30}{1} = 30$ days

★

A + B	A	B
⇓	⇓	⇓
x days	$(x+a)$ days	$(x+b)$ days

$$\boxed{x = \sqrt{ab}}$$

A	B	A + B
$(x+a)$	$(x+b)$	(x)

$x(x+b)$ | $x(x+a)$ | $(x+a)(x+b)$

$$x(x+a)(x+b)$$

$$x(x+b) + x(x+a) = (x+a)(x+b)$$

$$2x^2 + ax + bx = x^2 + ax + bx + ab$$

$$x^2 = ab$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Q A किसी काम को करने मे (A+B) से 4.5 दिन ज्यादा लेता है। जबकि B उसी काम को करने में (A+B) से 8 दिन ज्यादा लेता है, तो (A+B) उस काम को कितने दिन मे करेंगे?

https://studentcafe.co

A+B	A	B
↓	↓	↓
x	x+4.5	x+8

$x = \sqrt{4.5 \times 8} = 6$ days ∎

Q A किसी काम को करने मे (A+B) से $5\frac{1}{3}$ दिन ज्यादा लेता है, जबकि B उसी काम को करने मे (A+B) से $8\frac{1}{3}$ दिन ज्यादा लेता है, तो A और B इस काम को अलग-अलग कितने दिन मे कर सकते है।

$$A+B = \sqrt{\frac{16}{3} \times \frac{25}{3}} = \frac{20}{3}$$

A	B
↓	↓
$\frac{20}{3} + \frac{16}{3} = 12$ days	$\frac{20}{3} + \frac{25}{3} = 15$ days ∎

Q A किसी काम को करने मे B से 24 दिन और C से 32 दिन ज्यादा लेता है। C अकेला उतना काम करता है जितना A और B मिलकर करते है, तो A, B और C तीनो अलग-अलग कितने दिन मे करेगे।

A ←(+24)—	B	C ⇐ (A+B)
↓	↓	↓
x+32	x+8	x

$C = x = \sqrt{32 \times 8} = 16$ days ∎

https://studentcafe.co

$A = 16 + 32 = 48$

$B = 16 + 8 = 24$

Q A किसी काम को करने में B से 5 दिन तथा C से 9 दिन ज्यादा लेता है। C अकेला उतना काम करता है। जितना A और B मिलकर करते हैं, तो B और C मिलकर इस काम को कितने दिन में करेंगे?

A	B	C ∈ (A+B)
↓	↓	↓
x+9	x+4	x
↓	↓	↓
15	10	6

$x = \sqrt{9 \times 4} = 6$

$$B+C = \frac{30}{3+5} = \frac{30}{8} = 3\frac{3}{4} \text{ days}$$

Q A किसी काम को करने में (A+B+C) से 6 घंटे ज्यादा लेता है। जबकि B इसी काम को करने में (A+B+C) से 1 घंटे ज्यादा लेता है। C उसी काम को करने में (A+B+C) से दोगुना समय लेता है, तो (A+B) इस काम को कितने दिन में करेंगे?

1st

A	B	A+B	A+B+C	C
x+6	x+1	2x	x	2x
↓	↓			
2x+(6-x)	2x+(1-x)			

$2x = \sqrt{(6-x)(1-x)}$

$4x^2 = 6 + x^2 - 7x \Rightarrow 3x^2 + 7x - 6 = 0$

2 : 1

$2x \longrightarrow \frac{2x}{A+B} \rightarrow \frac{2x}{1} = 2x$

↓ 1

https://studentcafe.co

$3x^2 + 7x - 6 = 0$

$9 \wedge -2$

$x = 2/3$

$A+B \Rightarrow 2x \Rightarrow 4/3$ days

2nd:

A	B	C	A+B+C
$x+6$	$x+1$	$2x$	x

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{x(x+6)} = \frac{3x+1}{(x+1)2x}$$

$$12x + 12 = 3x^2 + 19x + 6$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0$$

$9 \wedge -2$ $\quad x = 2/3$

$$A+B = \frac{20}{(12+3)} = \frac{20}{15} = 4/3$$

A	B
$20/3$	$5/3$

$3 \quad 20 \quad 12$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 15 दिन में खत्म करते हैं, जब A आधा काम करता है तथा B आधा काम करता है तो काम 40 दिन में समाप्त होता है, तो A अकेला कितने दिन में करेगा, यदि A की क्षमता B से अधिक है।

T.W = (A+B) 15

Half work = 7.5 (A+B)

$$\frac{7.5(A+B)}{A} + \frac{7.5(A+B)}{B} = 40$$

$$7.5\left(\frac{B}{A} + \frac{A}{B}\right) = 40 - 15$$

$$\frac{B}{A} + \frac{A}{B} = \frac{25}{7.5} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{B}{A} + \frac{A}{B} = 3 + \frac{1}{3}$$

efficiency → A = 3, B = 1

T.W = (3+1) 15 = 60

$$A = \frac{60}{3} = 20 \text{ days}$$

Q A किसी काम को अकेले उतने समय में करता है, जितने B तथा C मिलकर करते हैं। A और B मिलकर इस काम को 10 दिनों में समाप्त करते हैं, जबकि C अकेला 50 दिन में खत्म कर सकता है, तो B अकेला इस काम को कितने दिन में करेगा?

https://studentcafe.co

A + B → 10 ; C → 50 ; A = (B + C) ; A + B² + C¹ = 6 ; efficiency → 3 ; 3

5 / 1

50

Total work = 50, B = 50/2 = 25 days

Q A 25% काम करता है। और B 75% काम करता है, तो काम 20 दिन में खत्म होता है। यदि A 75% काम करता है और शेष B करता है, तो काम 30 दिन में खत्म होता है। तो A और B मिलकर इस काम को कितने दिन में पूरा करेगा?

A 25% ; B 75% ; 20 दिन

50% Shift

A 75% ; B 25% ; 30 दिन

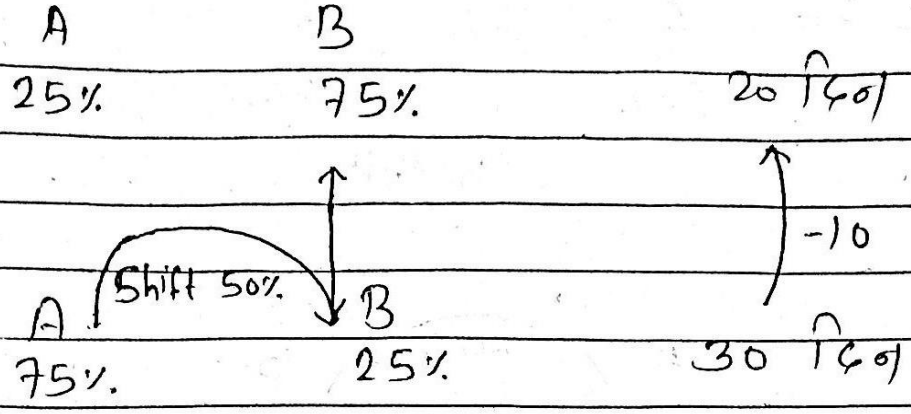
+10

B, A को 50% Work Shift करता है, तो 10 दिन बढ़ जाते हैं

" " " 75% " " " " 15 " "

Total A (100%) → (20+15) दिन → 35 दिन

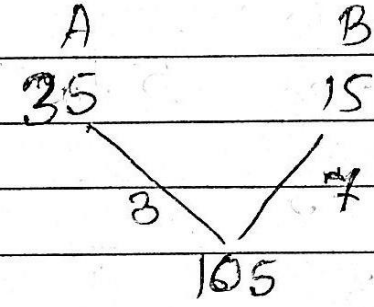
https://studentcafe.co



A, B को 50% work shift करता है, तो 10 दिन घट जाता है

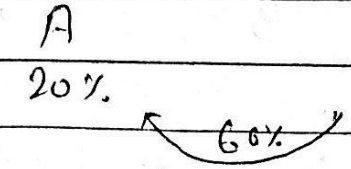
" " " 75% " " " " " 15 " "

total B (100%.) = (30-15) = 15 दिन



$A+B = \frac{105}{10} = 10\frac{1}{2}$ दि

Q A यदि 20% काम करता है और शेष B करे तो काम 20 दिन में खत्म हो जाता है, यदि B 20% काम करे और शेष A करे तो काम 30 दिन में समाप्त हो जाता है, तो दोनों मिलकर काम को कितने दिन में खत्म करेंगे।



80% 20% → 30 दिन

https://studentcafe.co

1st

A 20% B 80% 20 days

60% shift

A 80% B 20% 30 दिन

B, A को 60% → +10
20% → +10/3
80% → 40/3

A 100% = 20 + 40/3 = 100/3

A, B को 60% → −10
20% → −10/3
80% → −40/3

B 100% = 30 − 40/3 = 50/3

A 100/3 B 50/3

3 6

100

A+B = 100/9 days

2nd $\frac{0.2}{A} + \frac{0.8}{B} = 20 \Rightarrow \frac{1}{A} + \frac{4}{B} = 100$] xy

$\frac{0.8}{A} + \frac{0.2}{B} = 30 \Rightarrow \frac{4}{A} + \frac{1}{B} = 150$

$3\frac{15}{B} = 250$ 50

https://studentcafe.co

$B = \frac{3}{50} = \frac{6}{100}$

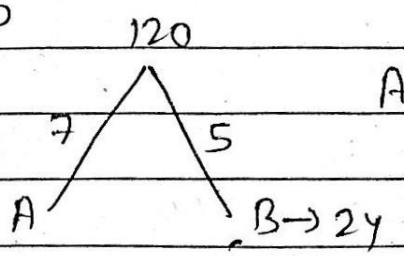
$A = \frac{3}{100}$

efficiency $A+B = \frac{9}{100}$

$A+B = \frac{100}{9}$ days ∎

Q A, B से 40% ज्यादा दक्ष है। यदि B इस काम को 24 दिन में खत्म करते है, तो दोनो मिलकर कितने दिन में खत्म करेंगे?

1st $\frac{A}{B} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$



$A+B = \frac{120}{12}$

$= 10$ days ∎

Q 2nd $\frac{A}{B} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$; $\frac{A+B}{B} = \frac{12}{5}$

time → $\frac{A+B}{B} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{10 \text{ days}}{24}$ ∎

https://studentcafe.co

Q A की कार्यक्षमता B से 40% ज्यादा है और B की कार्यक्षमता C से 20% कम है। यदि A किसी काम को करने में C से 9 दिन कम लेता है, तो बताओ B कितने दिन में करेगी?

1st

	A	B	C
efficiency →	112	80	100
	28	20	25
time →	$\frac{5}{20} \times \frac{5}{25}$	: $\frac{7}{28} \times \frac{5}{25}$	: $\frac{7}{28} \times \frac{4}{20}$

25 : 35 : 28

3 → 9 = 105 days

2nd

		efficiency	time	
$\frac{A}{B}$	$= \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$		$\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$	3 → 9
$\frac{B}{C}$	$= \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$		$\frac{5}{4} = \frac{35}{28}$	105

Q A की कार्यक्षमता B की कार्यक्षमता की 3/4 है और B की कार्यक्षमता C की कार्यक्षमता की 80% है। B और C के एक साथ काम करने के लिए गये समय से A 120 दिन अधिक समय लेता है, तो तीनों मिलकर यह काम कितने दिन में समाप्त करेंगे?

https://studentcafe.co

1st

$\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ effiency

$\frac{B}{C} = \frac{4}{5}$

$\frac{B+C}{A} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1}$

effiency	Time
1	60
3	2
180	120

A	B+C
180	60
1	3

180

$A+B+C = \frac{180}{4}$

= 45 days

2nd

	A	B+C	A+B+C
effiency →	3	9	12
time →	108 :	36 :	27
	12 :	4 :	3 → 45 days

8 → 120

Q A और B किसी काम को 4 दिन मे कर सकते है। यदि A अपनी कार्यक्षमता 30% घटा ले और B अपनी कार्य क्षमता 10% बढ़ा ले, तो काम 5 दिन मे समाप्त होगा। A अपनी असली क्षमता के साथ और B अपनी क्षमता का 3/2 गुना काम करता है, यदि वे दोनो एक-साथ काम करे, तो काम कितने दिन मे खत्म होगा?

https://studentcafe.co

$$T.W = (A+B)4 = \left(\frac{7A}{10_2} + \frac{11B}{\frac{10}{2}}\right)8 = \left(A + \frac{3B}{2}\right)x$$

$$8A + 8B = 7A + 11B = \left(A + \frac{3B}{2}\right)x$$

$$A = 3B \qquad T.W = 16 = \left(3 + \frac{3}{2}\right)x$$

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{1} \qquad 16 = \frac{9}{2}x$$

$$x = \frac{32}{9} \text{ days}$$

Q A और B की कार्यक्षमता का अनुपात 3:5 है तथा B और C की कार्यक्षमता का अनुपात 2:3 है। यदि A और B 4 दिन काम करते हैं। तथा बचे हुए शेष काम को C 8 दिन में खत्म करता है, तो B अकेले उस काम को कितने दिन में खत्म करेगा?

1st

$$A : B : C$$

$$3 : 5$$

$$2 : 3$$

$$6 : 10 : 15$$

$$(A+B)4 + C \times 8$$

$$T.W = 64 + 120 = 184$$

$$B = \frac{184}{10} = 18.4 \text{ days}$$

2nd

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{10}$$

$$\frac{B}{C} = \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{(A+B)}{4} \quad \frac{C}{8}$$

$$\downarrow \times 16 \qquad \downarrow \times 15$$

$$64 + 120 = 184$$

$$B = \frac{184}{10} = 18.4$$

https://studentcafe.co

Q A किसी काम को करने मे (B+C) से 3 गुनी समय लेता है। जबकि, B उसी काम को करने मे (A+C) से 4 गुना समय लेता है। यदि (A+B+C) मिलकर इस काम को 22 दिन मे कर लेते है, तो अलग-अलग इस काम को कितने दिन मे पुरा करेंगे।

∴ Time efficiency

$\frac{A}{B+C}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ T.W = 22×20 = 440

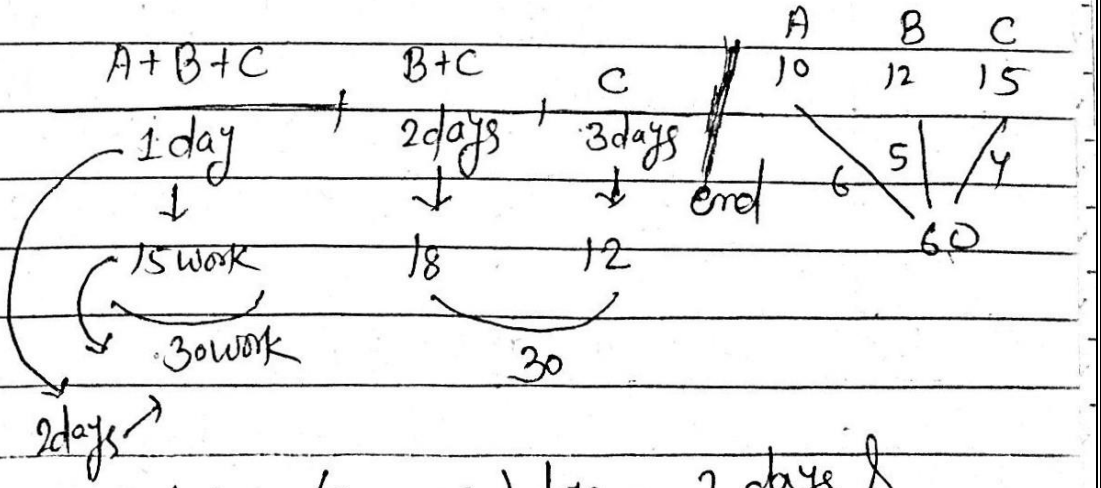
$\frac{B}{A+C} = \frac{4}{1}$ $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$

$A = \frac{440}{5} = 88$

$B = \frac{440}{4} = 110$

$C = \frac{440}{11} = 40$

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 12 दिन और 15 दिन मे कर सकते है। वे एक साथ काम शुरू करते है। A ने काम समाप्ति से पहले 5 दिन पहले छोड़ दिया और उसके 2 दिन बाद B ने छोड़ दिया तो यह काम कितने दिन मे खत्म हुआ?

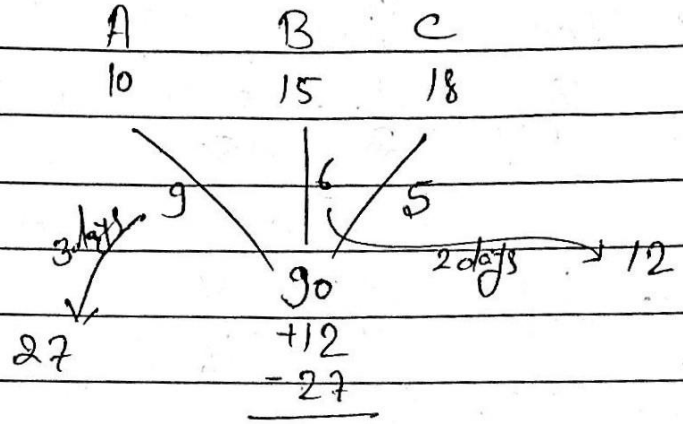


total = (2+2+3) days = 7 days

https://studentcafe.co

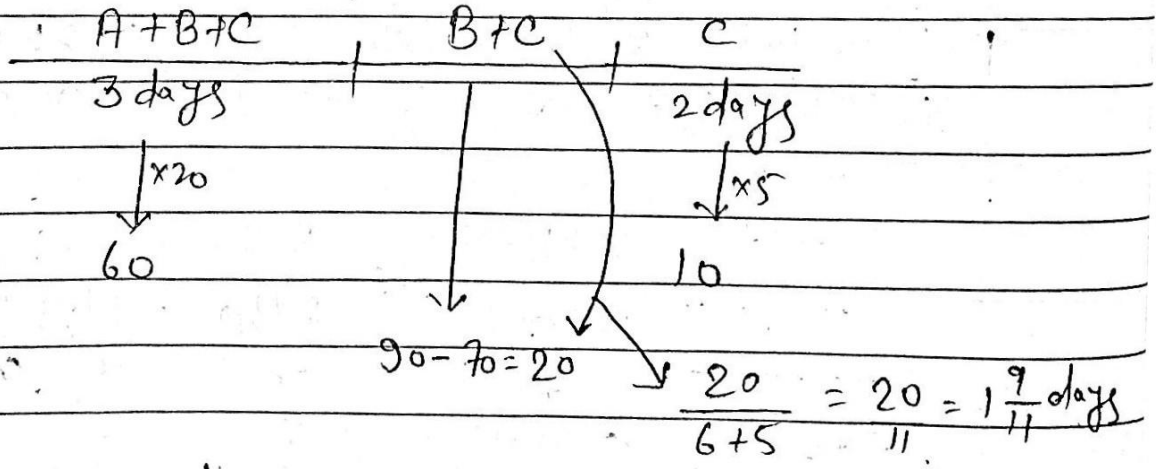
Q A, B तथा C अलग-अलग किसी काम को 10, 15 एवं 18 दिनों में खत्म करता है। तीनों काम शुरू किया और कुछ दिन बाद A छोड़ देता है। B ने काम खत्म होने से पहले छोड़ दिया और शेष काम C ने किया तो काम कितने दिनों में समाप्त हुआ।

1st



$$B+C = \frac{75}{6+5} = \frac{75}{11} = 6\frac{9}{11} \text{ days}$$

2nd



$$\text{total days} = 3 + 1\frac{9}{11} + 2$$

$$= 6\frac{9}{11} \text{ days}$$

https://studentcafe.co

Q B किसी काम को जितने समय मे करता है, उसके 3/4 समय मे A आधा काम करता है। यदि दोनो मिलकर इस काम को 18 दिन मे खत्म कर सकते है तो B कितने दिन मे करेगा?

	A	B
time	$3_{\times 4}$	$4_{\times 3}$
work	$1_{\times 4}$	$2_{\times 3}$
efficency →	4 :	6

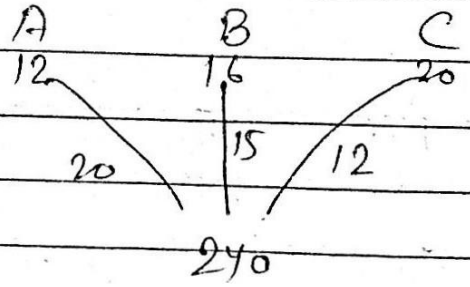
T.W = $18 \times (4+6)$

$= 18 \times 10$

$B = \frac{18 \times 10}{6}$

$= 30$ days

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12 दिन, 16 दिन और 20 दिन मे कर सकते है। वे एक साथ काम करना शुरू करते है। और प्रत्येक दूसरे दिन B काम पर नही आता है। और प्रत्येक चौथे दिन C काम पर नही आता है, तो काम कितने दिन मे समाप्त हो जायेगा?



1st → (A+B+C) → 47

2nd → (A+C) → 32

3rd → (A+B+C) → 47

4th → A → 20

4 days → 146

1 (A+B+C) → 47

1 (A+C) → 32

15/47 (A+B+C) → 15

= $6\frac{15}{47}$ days

240 Complete work

https://studentcafe.co

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 12 दिन और 15 दिन में कर सकते हैं। A और B एक साथ काम करना शुरू करते हैं। 1 दिन बाद A काम को छोड़ देता है। और C काम से जुड़ जाता है। 2 दिन बाद B काम छोड़ देता है। और A जुड़ जाता है। (काम करने के लिए) चौथे दिन उनका अवकाश है और यह प्रक्रिया जब तक काम समाप्त नहीं होता तब तक चलती रहती है। तो काम कितने दिनों में समाप्त हो जायेगा?

A	B	C
10	12	15

6 | 5 | 4

60

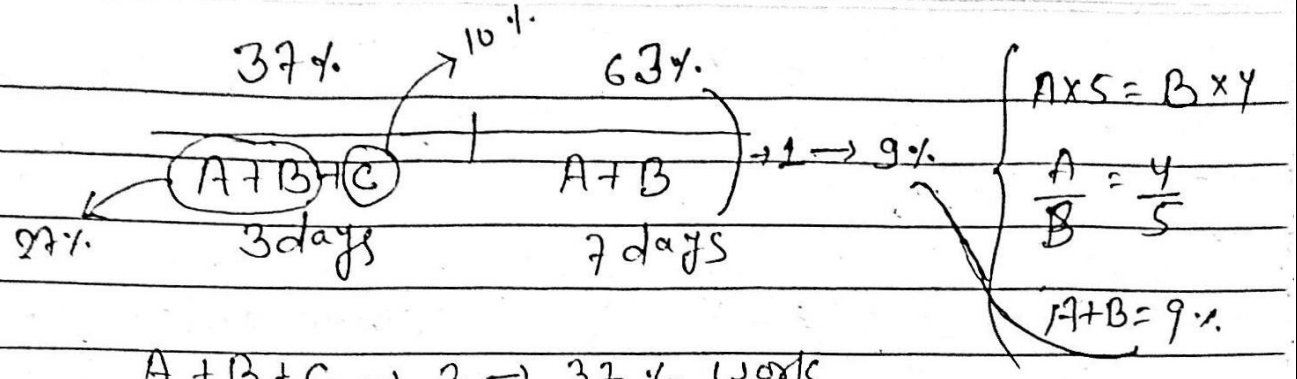
1st day → (A+B) → 11
2nd day → (B+C) → 9
3rd day → (A+C) → 10
4th day → holidays 0

4 day → 30
3 day → 30

Complete work = 7 days

Q A, B तथा C किसी काम को 10 दिन में करते हैं, यदि C केवल शुरुआत के 3 दिन काम करता है। यदि उन तीन दिन में 37% काम खत्म हो जाता है। A का 5 दिन का काम, B के 4 दिन के काम के बराबर है, तो A, B तथा C कितने दिन में करेंगे और तीनों एक साथ काम कितने दिन में करेंगे।

https://studentcafe.co



$A+B+C \rightarrow 3 \rightarrow 37\%$ work

$\frac{300}{37} \rightarrow 100\%$

$= \frac{300}{37}$ days ✓

$C \rightarrow 3 \rightarrow 10\%$

$30 \rightarrow 100\%$ $= 30$ days ✓

$A \rightarrow \frac{100}{4} = 25$ days ✓

$B \rightarrow \frac{100}{5} = 20$ days ✓

Q आशांक एक काम की शुरुआत करता है और 12 दिन बाद छोड़ देता है तथा शेष काम नीतीश 15 दिन में करता है। यदि आशांक 2 दिन पहले काम छोड़ देता है, तो शेष काम को नीतीश 18 दिन में करता है, यदि आशांक अपनी कार्यक्षमता 20% कम कर दे तथा नीतीश अपनी कार्यक्षमता 50% बढ़ा दे तो वे दोनों एक साथ काम कितने दिन में करेंगे?

$S \times 2 = N \times 3$

$\frac{S}{N} = \frac{3}{2}$

https://studentcafe.co

S		N	
12	x3	15	x2

total work = 66

$\frac{S}{N} = \frac{3}{2}$ *80% → 2.4 , *150% → 3

Required ans = $\frac{66}{2.4+3}$

$= \frac{660}{54} = \frac{110}{9}$ days

Q A एक निश्चित काम इस प्रकार करता है, प्रत्येक दिन उसकी कार्यक्षमता पिछले दिन से 19% गिर जाती है। ~~अश्विनीवह~~ पूरे काम को 10 दिन में खत्म कर सकता है। वो यदि अब उसकी कार्यक्षमत प्रत्येक दिन 10% गिरती है तथा काम पहले से 90% ज्यादा है तो काम कितने दिन में समाप्त करेगा?

https://studentcafe.co

Men & Women

Total Work = Men × Day

$W = M_1 D_1 = M_2 D_2$

$M_1 D_1 e_1 = M_2 D_2 e_2$

$M_1 D_1 e_1 h_1 = M_2 D_2 e_2 h_2$

$M_1 D_1 h_1 = M_2 D_2 h_2$

$W_1 = M_1 D_1 \Rightarrow 1 = \frac{M_1 D_1}{W_1}$

$W_2 = M_2 D_2 \Rightarrow 1 = \frac{M_2 D_2}{W_2}$

$\Rightarrow \frac{M_1 D_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2}{W_2}$

$$\boxed{\frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}}$$

Q 30 आदमी जिस काम को 24 दिन मे करते है, तो 36 आदमी उस काम को कितने दिन मे करे?

$$\frac{\cancel{30}^{2} \times \cancel{24}}{\cancel{10}} = \frac{\cancel{36}^{3} \times D_2}{}$$

$D_2 = 20$ days

Q 15 आदमी 20m लम्बाई खाई को 8 घंटे प्रत्येक काम करके 18 दिन मे खोदते है। तो 39 मीटर लम्बी खाई को 6 दिन मे कितने आदमी खोद देंगे यदि वे 9 घंटे प्रत्येक काम करे।

$$\frac{2\ \cancel{5}\ \cancel{15} \times \cancel{8} \times \cancel{18}}{\cancel{20}} = \frac{M_2 \times \cancel{6} \times \cancel{9}^{3}}{39} \Rightarrow M_2 = 78$$

https://studentcafe.co

Q कुछ आदमी किसी काम को 90 दिनों में खत्म करते हैं। यदि 15 आदमी कम हो जाए तो 10 दिन ज्यादा लगते हैं, तो शुरुआत में कितने आदमी थे?

1st

$$x \times 90 = (x-15) \times 100$$

$$x = 150$$

2nd

Day	Man
90	100
100	90

$\frac{100}{90} = \frac{10}{9}$ → 1 → 15

→ 150

Q कुछ लोग किसी काम को 60 दिन में करते हैं। यदि 8 आदमी ज्यादा होते तो काम 10 दिन कम में खत्म होता तो प्रारम्भ में कितने आदमी थे?

Day	Man
60	50
50	60

$\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ → 1 → 8

→ 40

Q 25 आदमियों ने एक काम को 40 दिन में खत्म करने का निर्णय लिया। 24 दिन बाद पता चला कि केवल 1/3 S.S. ही बनाना है। कितने अतिरिक्त आदमी काम पर लगाए जाए कि समय पर काम खत्म हो जाए।

https://studentcafe.co

$$\frac{25 \times 24}{1/3} = \frac{x \times 12}{2/3}$$

$x = 100$

अतिरिक्त आदमी = 100 - 25 = 75 ✓

Q काम की मात्रा 50% बढ़ गई है। तो कितने % कर्मचारियों की वृद्धि की जाए कि जिससे काम दिए गए समय मे पूरा हो जाए यदि नए कर्मचारियों की कार्य क्षमता पुराने कर्मचारियों की कार्य क्षमता से 25% ज्यादा है।

$25\% = \frac{1}{4}$

eff → 4 : 5

50 (40)

= 40% ✓

Man

पहले काम → 100 | 100

बाद काम → 150 | (150)

+40

100 + 50x

40

= 140

Q एक काम को 56 दिन मे समाप्त होना है। और 104 आदमी काम पर लगा दिए जाते है, जो 8 घंटे प्रतिदिन काम करते है। 30 दिन के बाद 2/5 काम खत्म हो जाता है। कितने अतिरिक्त आदमी काम पर लगाए जाए कि काम समय पर खत्म हो जाए जबकि 9h/Day करे।

Contact Information:-

NEW SUCCESS POINT

Studentcafe

New Success Point

TIME & WORK ABHINAY MATHS NOTES

Credit: NEW SUCCESS POINT

https://studentcafe.co

ABHINAY PUBLICATIONS
ABHINAY MATHS

Motivation | Entertainment | Teaching

ARITHMETIC

वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

PRACTICE SET

Abhinay Sharma

https://studentcafe.co

TIME & WORK

A = 10 days (1 day - 1/10)

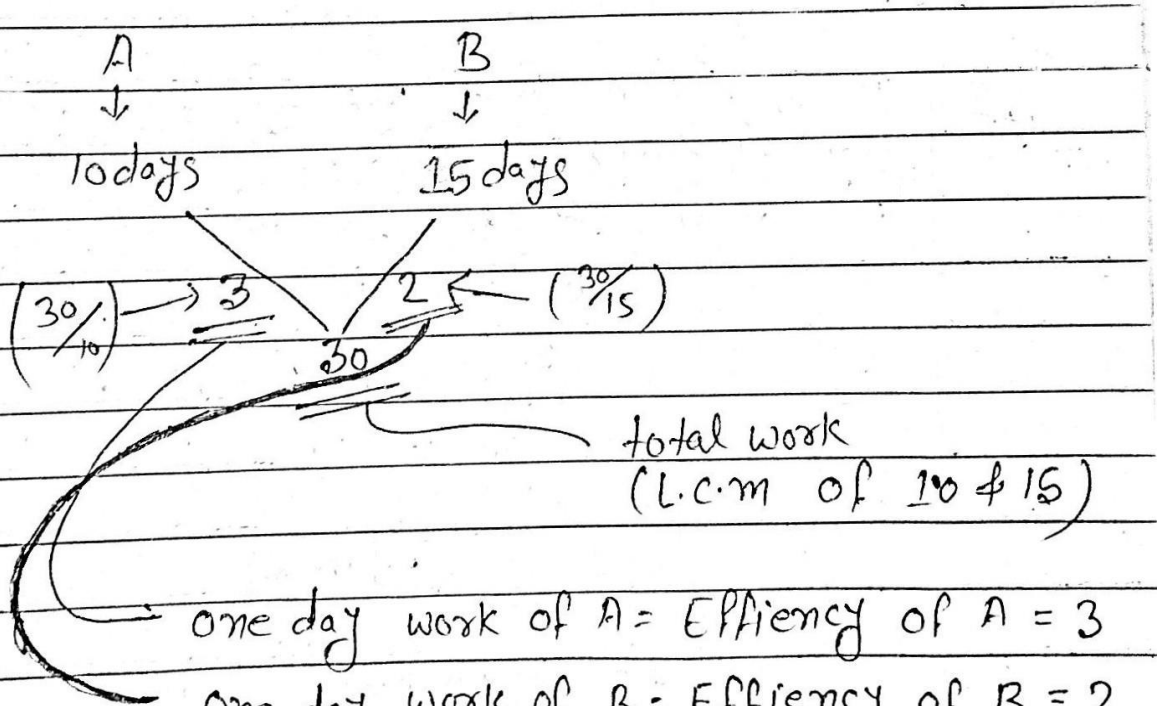
B = 20 days (1 day - 1/20)

Total work = 1

Let total work = 100

A ⇒ 1 day ⇒ 10

B ⇒ 1 day → 5



One day work of A = Effiency of A = 3

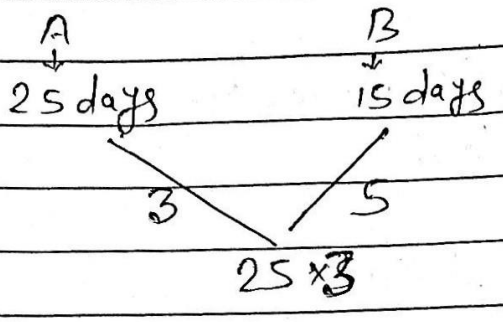
One day work of B = Effiency of B = 2

one day work of (A+B): 3 + 2 = 5

$$(A+B) \text{ total days} = \frac{\text{Total work}}{\text{one day work of } (A+B)} = \frac{30}{5} = 6 \text{ days}$$

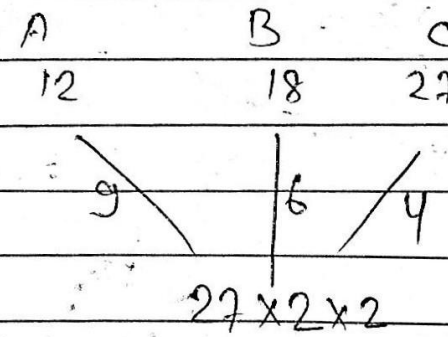
https://studentcafe.co

Q A किसी काम को 25 दिन में कर लेता है और B उसी काम को 15 दिन में कर लेता है, दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में करेंगे?



$A+B = \frac{75}{8} = 9\frac{3}{8}$ days

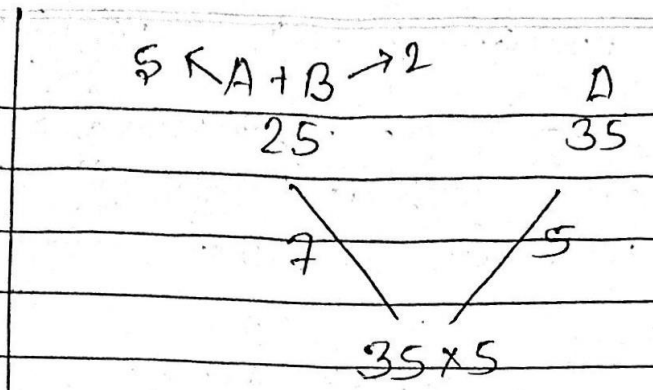
Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12, 18 और 27 दिन में खत्म करते हैं, तो तीनों मिलकर इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे?



$A+B+C = \frac{27\times2\times2}{9+6+4} = \frac{108}{19} = 5\frac{13}{19}$ days

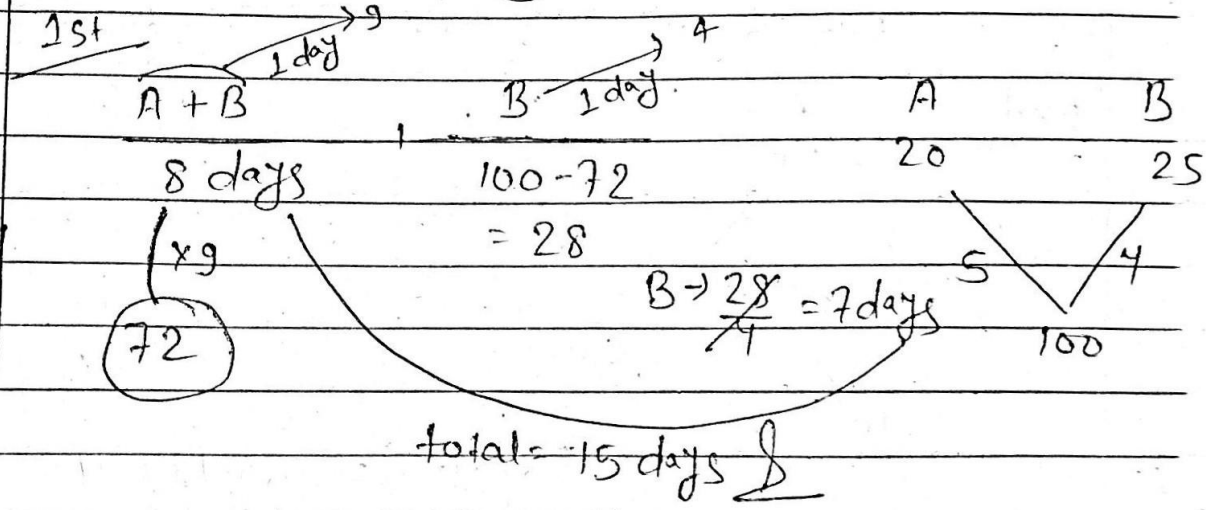
Q A+B किसी काम को 25 दिन में करते हैं। A अकेला 35 दिन में करता है, तो B उस काम को कितने दिन में पूरा करेगा?

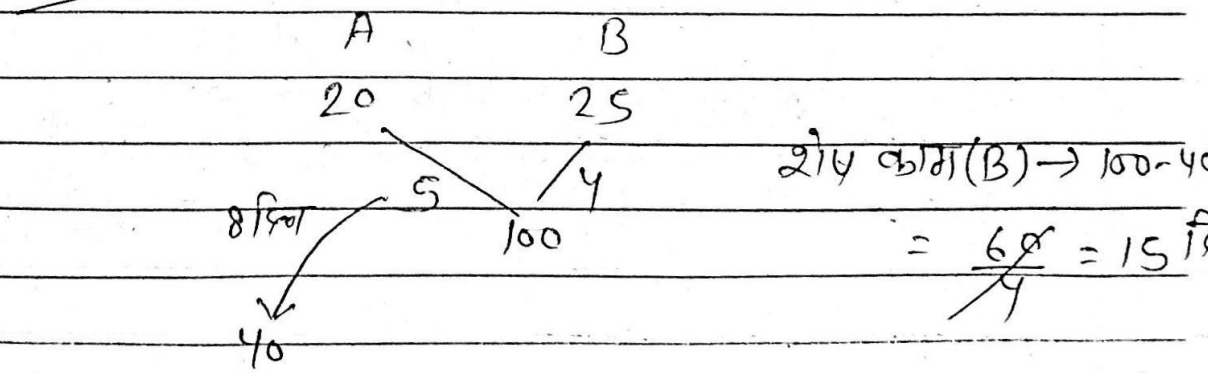
https://studentcafe.co



$$B = \frac{35\times5}{2} = \frac{175}{2} = 87\frac{1}{2} \text{ days}$$

Q. A किसी काम को 20 दिन में तथा B 25 दिन में करता है। A तथा B दोनों मिलकर काम प्रारम्भ करते हैं, A 8 दिन के बाद छोड़ देता है। पूरा काम कितने दिन में खत्म हुआ?

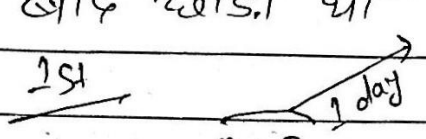




https://studentcafe.co

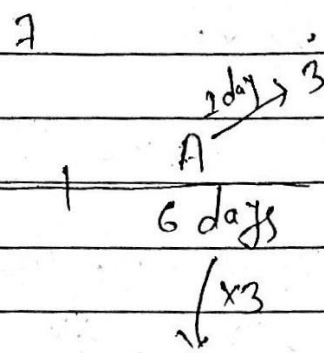
Q किसी काम को A 20 दिन में तथा B 15 दिन में करता है, दोनो मिलकर काम शुरू करते है। कुछ दिन बाद B छोड़ देता है और बचे हुए काम को A 6 दिन मे पूरा करता है। तो B ने कितने दिन बाद छोड़ा था

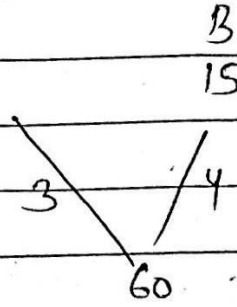
1st



60 - 18 = 42

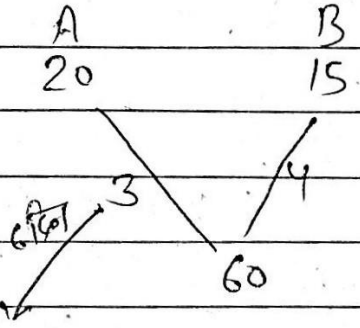
A+B day = 42/7 = (6)





∴ B 6 दिन बाद काम छोड़ दिया था।

2nd



शेष (पहले A+B) = 60 - 18 = 42

days = 42/7 = 6

A+B 6 दिन तक करता है

यानि, B 6 दिन बाद छोड़ देता है।

https://studentcafe.co

Q A+B एक काम को 10 दिन में करता है, A ने $2\frac{1}{2}$ दिन काम किया और चला गया तथा B ने $8\frac{1}{2}$ दिन काम किया तब आधा काम पूरा हुआ, तो B उस काम को कितने दिन में पूरा होगा?

1st

$\frac{A}{2\frac{1}{2}}$ | $\frac{B}{8\frac{1}{2}}$ → आधा

$\frac{A}{5}$ | $\frac{B}{17}$ → पूरा

$\frac{A+B}{5}$ | $\frac{B}{12}$ → पूरा

A+B → 10 दिन पूरा काम

A+B → 5 दिन आधा काम

आधा काम — आधा काम

B → 12 दिन → आधा काम

B पूरा काम 24 दिन में करेगा ✓

2nd

Total works = $M_1D_1 = M_2D_2$

(Men × Days)

$T.W = 10(A+B) = A\times5 + B\times17$

$5A = 7B$

$\frac{A}{B} = \frac{7}{5}$

$T.W = 10(7+5) = 120$

$B = \frac{120}{5} = 24$ days ✓

https://studentcafe.co

Q A+B किसी काम को 14 दिन मे कर सकते है, A ने 3.5 दिन काम किया और चला गया तथा B ने 11.5 दिन काम किया तो आधा काम पूरा हुआ, तो B उस काम को कितने दिन मे पूरा करेगा?

1st

A: 7 | B: 23 → पूरा काम

A+B: 7 (आधा काम) | B: 16 (आधा काम) → पूरा काम

B आधा काम → 16 दिन

B पूरा काम → 32 दिन

2nd

$14(A+B) = 7A + 23B$

$7A = 9B$

$\frac{A}{B} = \frac{9}{7}$

T.W $= 14(9+7) = 14 \times 16$

$B = \frac{2 \times 14 \times 16}{7} = 32$ days

https://studentcafe.co

時間

Q A+B किसी काम को 5 दिन में करते हैं, यदि A अपनी कार्यक्षमता दुगुनी कर लेता है और B अपनी कार्यक्षमता 1/3 कर लेता है, तो काम 3 दिन में पूरा कर लेता है, A इस काम को कितने दिन में पूरा कर पायेगा?

$$5(A+B) = 3\left(2A + \frac{B}{3}\right)$$

$$A = 4B$$

$$\frac{A}{B} = \frac{4}{1}$$

$$T.W = 5(4+1) = 25$$

$$A = \frac{25}{4} = 6\frac{1}{4} \text{ days}$$

Q A किसी काम को 4 घंटे में कर सकता है, (B+C) उसे 3 घंटे में कर सकते हैं। (A+C) 2 घंटे में कर सकते हैं। तो ज्ञात करें कि B अकेला कितनी देर में करेगा?

A	B+C	A+C
4	3	2
3	4	6

12

$$B = \frac{12}{1} = 12 \text{ days}$$

https://studentcafe.co

Q A 2 दिन तक काम करता है, तो B शेष काम को 9 दिन में पूरा करता है। अगर A 3 दिन तक काम करता है, तो B शेष काम 6 दिन में खत्म कर देता है, तो बताइये A और B अलग-अलग इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

1st

A / B
2 · 6 + B
9

$\Rightarrow B = 6+9 = 15$ दिन

+1 | 3

A = 3B

A | A B
3 | 2 6

$2A = 6B$

$\Rightarrow A = 3+2 = 5$ दिन

2nd

$2A + 9B = 3A + 6B$

$A = 3B$

$\frac{A}{B} = \frac{3}{1}$

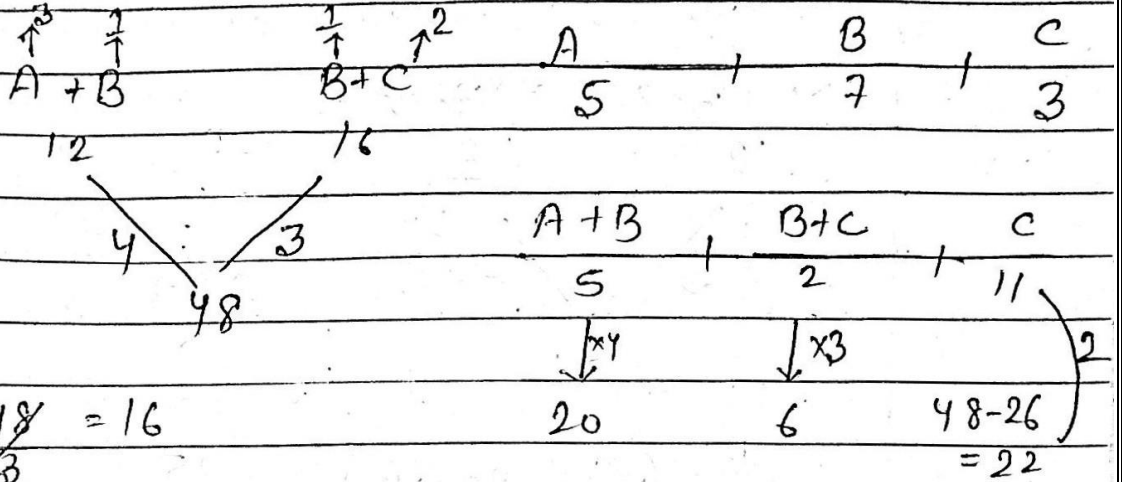
T.W = $6+9 = 15$

$A = \frac{15}{3} = 5, \quad B = \frac{15}{1} = 15$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 12 दिन में करते हैं। (B+C) इसी काम को 16 दिन में करते हैं। A 5 दिन काम करके चला गया। B 7 दिन काम करके चला गया तथा शेष काम C ने किया, तो अलग-अलग इस काम को कितने दिन में करेंगे?

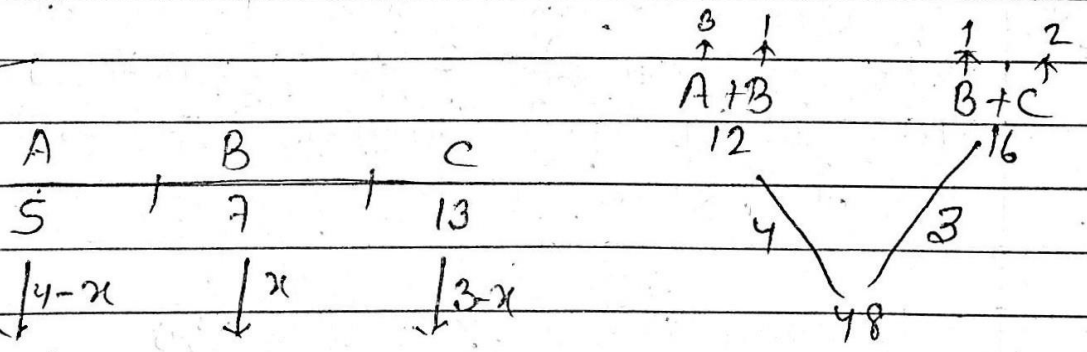
1st



$A = \frac{48}{3} = 16$

$B = \frac{48}{1} = 48$, $C = \frac{48}{2} = 24$

2nd



$20-5x+7x+39-13x = 48$

$x = 1$

$A = \frac{48}{3} = 16$, $B = \frac{48}{1} = 48$, $C = \frac{48}{2} = 24$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 12 दिन में करते हैं। (B+C) इसी काम को $6\frac{2}{3}$ दिन में करते हैं। A, 3 दिन काम करके चला गया, B 4 दिन काम करके चला गया तथा बचा हुआ काम C, 7 दिनों में पूरा कर दिया, तो बचा हुआ A, B और C अलग-अलग इस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे?

2) A+B → 3 3) B+C → 6

12 — $\frac{20}{3}$

5 — 9 — 60

A — B — C

3 — 4 — 7

A+B — B+C — C

3 — 1 — 6

×5 — ×9 — ×6

15 — 9 — 60−24=36

$B = \frac{60}{3} = 20$ days

Q A एक दीवार का $\frac{1}{3}$ भाग 9 दिन में बना देता है। और B उस दीवार का $\frac{2}{3}$ भाग 9 दिन में बना लेता है। दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

A — $\frac{1}{3}$ → 9 days

B — $\frac{2}{3}$ → 9 days

A+B — 1 → 9 days

https://studentcafe.co

Q A किसी काम के $12/56$ भाग को 111 दिन में करता है, जबकि, B $43/56$ भाग को 111 दिन में करता है, तो दोनों मिलकर उस काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

$A \rightarrow 12/56 \rightarrow 111$ days

$B \rightarrow 43/56 \rightarrow 111$ days

$A+B \rightarrow 1 \rightarrow 111$ days

Q A किसी काम के $1/4$ भाग को 21 दिन में करता है, जबकि B $1/4$ भाग को 7 दिन में पूरा करता है। तो दोनों मिलकर इसी काम को कितने दिन में पूरा करेंगे।

$A \rightarrow 1/4 \rightarrow 21$

$B \rightarrow 1/4 \rightarrow 7$

$B \rightarrow 3/4 \rightarrow 21$

$A+B \rightarrow 1 \rightarrow 21$ days

Q A और B किसी काम को 12 दिनों में करते हैं, जबकि B और C उस काम को 8 दिनों में कर सकते हैं तथा C और A उस काम को 6 दिनों में कर सकते हैं, तो B कितने समय में करेगा?

https://studentcafe.co

A+B	B+C	C+A
12	8	6

$\frac{2}{\times 2}$ / $\frac{4}{}$ | $3 \times 2 = 6$ | $4 \times 2 = 8$

$24 \times 2 = 48$

$2(A+B+C) = 18$

$A+B+C = \frac{18}{2} = 9$

8

$B = 9 - 8$

$B = 1$

$B = \frac{48}{1} = 48$ ∫

Q. $A+B = \frac{20}{3}$ days, $B+C = \frac{60}{7}$, $C+A = \frac{15}{2}$

$A+B+C = ?$

A+B	B+C	C+A
20/3	60/7	15/2

9 | 7 | 8

60

$A+B+C = 12$

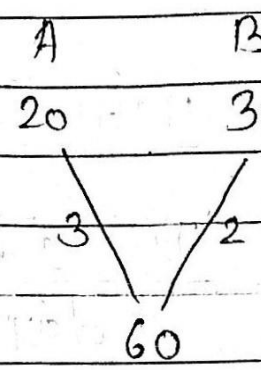
$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

$5 \quad 4 \quad 3$

$=$ 12, 15, 20 ∫

https://studentcafe.co

Q A और B किसी काम को क्रमशः 20 दिन और 30 दिन में कर सकते हैं। A ने काम शुरू किया और दोनों एक दिन छोड़कर काम करते हैं, तो पूरा काम कितने दिन में खत्म होगा?

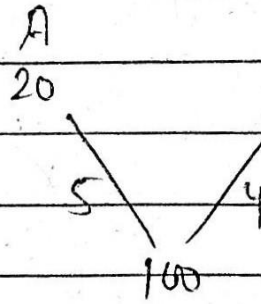


A_1 days → 3 काम
B_1 days → 2 काम
2 days → 5 काम

2 days → 5 काम
(×12 ×12

= 24 days } Complete work (60)

Q A किसी काम को 20 दिन में तथा B 25 दिन में पूरा करता है। A ने काम शुरू किया और दोनों एक दिन छोड़कर काम करते हैं। तो पूरा काम कितने दिन में खत्म हो जायेगा?



A → 1st day → 5
B → 2nd day → 4
2 days → 9

2 days → 9 काम
22 days → 99 काम
A → 1/5 days → 1 काम

= 22.5 days

https://studentcafe.co

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12, 15, 20 दिन में करते है। इस काम को खत्म करने में कितना न्यूनतम समय लगेगा। यदि एक दिन में 2 से ज्यादा व्यक्ति काम नही कर सकते है तथा समान युग्म दो लगातार दिनों में कार्य नहीं कर सकते है।

A B C
12 15 20
5 4 3
60

(A+B) 1 day → 9 work

(A+C) 1 day → 8 work

2 days → 17 work

×3 ×3

6 days → 51 work

(A+B) 1 day → 9 work

= 7 days ∴ Complete

Q (A+B) किसी काम को 6 दिन में तथा (A+B+C), 5 दिनों में करते है। (A+C), (B+C) से 2.5 दिन कम लेते है। तो तीनो अलग-अलग कितने दिन में काम पूरा करेंगे।

2.5 कम

A+B A+B+C B+C A+C

6 5 ↓ ↓

5 6 B A

30 Possibility → 1, (2) 4, (3)

$\frac{3q}{B} = 10$ $\frac{3q}{A} = 7.5$

C = 30

2.5 कम

https://studentcafe.co

$A = \frac{30}{3} = 10$, $B = \frac{30}{2} = 15$, $C = \frac{30}{1} = 30$ days

★

A + B	A	B
⇓	⇓	⇓
x days	$(x+a)$ days	$(x+b)$ days

$$\boxed{x = \sqrt{ab}}$$

A	B	A + B
$(x+a)$	$(x+b)$	(x)

$x(x+b)$ | $x(x+a)$ | $(x+a)(x+b)$

$$x(x+a)(x+b)$$

$$x(x+b) + x(x+a) = (x+a)(x+b)$$

$$2x^2 + ax + bx = x^2 + ax + bx + ab$$

$$x^2 = ab$$

$$x = \sqrt{ab}$$

Q A किसी काम को करने मे (A+B) से 4.5 दिन ज्यादा लेता है। जबकि B उसी काम को करने में (A+B) से 8 दिन ज्यादा लेता है, तो (A+B) उस काम को कितने दिन मे करेंगे?

https://studentcafe.co

A+B	A	B
↓	↓	↓
x	x+4.5	x+8

$x = \sqrt{4.5 \times 8} = 6$ days ∎

Q A किसी काम को करने मे (A+B) से $5\frac{1}{3}$ दिन ज्यादा लेता है, जबकि B उसी काम को करने मे (A+B) से $8\frac{1}{3}$ दिन ज्यादा लेता है, तो A और B इस काम को अलग-अलग कितने दिन मे कर सकते है।

$$A+B = \sqrt{\frac{16}{3} \times \frac{25}{3}} = \frac{20}{3}$$

A	B
↓	↓
$\frac{20}{3} + \frac{16}{3} = 12$ days	$\frac{20}{3} + \frac{25}{3} = 15$ days ∎

Q A किसी काम को करने मे B से 24 दिन और C से 32 दिन ज्यादा लेता है। C अकेला उतना काम करता है जितना A और B मिलकर करते है, तो A, B और C तीनो अलग-अलग कितने दिन मे करेगे।

A ←(+24)—	B	C ⇐ (A+B)
↓	↓	↓
x+32	x+8	x

$C = x = \sqrt{32 \times 8} = 16$ days ∎

https://studentcafe.co

$A = 16 + 32 = 48$

$B = 16 + 8 = 24$

Q A किसी काम को करने में B से 5 दिन तथा C से 9 दिन ज्यादा लेता है। C अकेला उतना काम करता है। जितना A और B मिलकर करते हैं, तो B और C मिलकर इस काम को कितने दिन में करेंगे?

A	B	C ∈ (A+B)
↓	↓	↓
x+9	x+4	x
↓	↓	↓
15	10	6

$x = \sqrt{9 \times 4} = 6$

$$B+C = \frac{30}{3+5} = \frac{30}{8} = 3\frac{3}{4} \text{ days}$$

Q A किसी काम को करने में (A+B+C) से 6 घंटे ज्यादा लेता है। जबकि B इसी काम को करने में (A+B+C) से 1 घंटे ज्यादा लेता है। C उसी काम को करने में (A+B+C) से दोगुना समय लेता है, तो (A+B) इस काम को कितने दिन में करेंगे?

1st

A	B	A+B	A+B+C	C
x+6	x+1	2x	x	2x
↓	↓			
2x+(6-x)	2x+(1-x)			

$2x = \sqrt{(6-x)(1-x)}$

$4x^2 = 6 + x^2 - 7x \Rightarrow 3x^2 + 7x - 6 = 0$

2 : 1

$2x \longrightarrow \frac{2x}{A+B} \rightarrow \frac{2x}{1} = 2x$

↓ 1

https://studentcafe.co

$3x^2 + 7x - 6 = 0$

$9 \wedge -2$

$x = 2/3$

$A+B \Rightarrow 2x \Rightarrow 4/3$ days

2nd:

A	B	C	A+B+C
$x+6$	$x+1$	$2x$	x

$$\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{x(x+6)} = \frac{3x+1}{(x+1)2x}$$

$$12x + 12 = 3x^2 + 19x + 6$$

$$3x^2 + 7x - 6 = 0$$

$9 \wedge -2$ $\quad x = 2/3$

$$A+B = \frac{20}{(12+3)} = \frac{20}{15} = 4/3$$

A	B
$20/3$	$5/3$

$3 \quad 20 \quad 12$

https://studentcafe.co

Q (A+B) किसी काम को 15 दिन में खत्म करते हैं, जब A आधा काम करता है तथा B आधा काम करता है तो काम 40 दिन में समाप्त होता है, तो A अकेला कितने दिन में करेगा, यदि A की क्षमता B से अधिक है।

T.W = (A+B) 15

Half work = 7.5 (A+B)

$$\frac{7.5(A+B)}{A} + \frac{7.5(A+B)}{B} = 40$$

$$7.5\left(\frac{B}{A} + \frac{A}{B}\right) = 40 - 15$$

$$\frac{B}{A} + \frac{A}{B} = \frac{25}{7.5} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{B}{A} + \frac{A}{B} = 3 + \frac{1}{3}$$

efficiency → A = 3, B = 1

T.W = (3+1) 15 = 60

$$A = \frac{60}{3} = 20 \text{ days}$$

Q A किसी काम को अकेले उतने समय में करता है, जितने B तथा C मिलकर करते हैं। A और B मिलकर इस काम को 10 दिनों में समाप्त करते हैं, जबकि C अकेला 50 दिन में खत्म कर सकता है, तो B अकेला इस काम को कितने दिन में करेगा?

https://studentcafe.co

A + B → 10 ; C → 50 ; A = (B + C) ; A + B² + C¹ = 6 ; efficiency → 3 ; 3

5 / 1

50

Total work = 50, B = 50/2 = 25 days

Q A 25% काम करता है। और B 75% काम करता है, तो काम 20 दिन में खत्म होता है। यदि A 75% काम करता है और शेष B करता है, तो काम 30 दिन में खत्म होता है। तो A और B मिलकर इस काम को कितने दिन में पूरा करेगा?

A 25% ; B 75% ; 20 दिन

50% Shift

A 75% ; B 25% ; 30 दिन

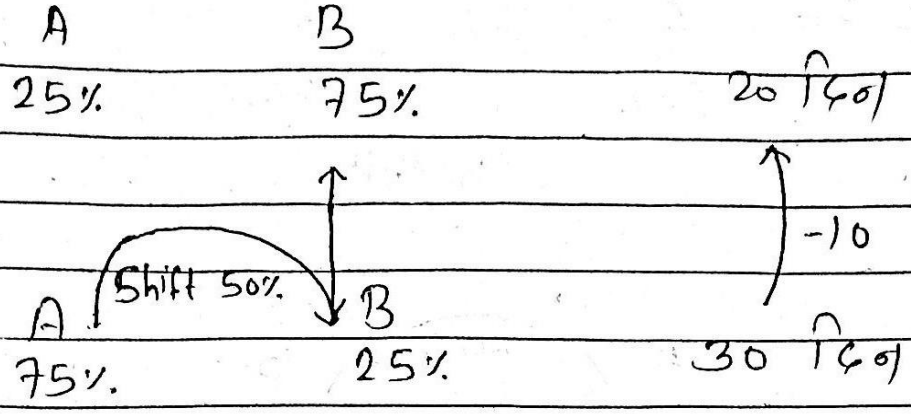
+10

B, A को 50% Work Shift करता है, तो 10 दिन बढ़ जाते हैं

" " " 75% " " " " 15 " "

Total A (100%) → (20+15) दिन → 35 दिन

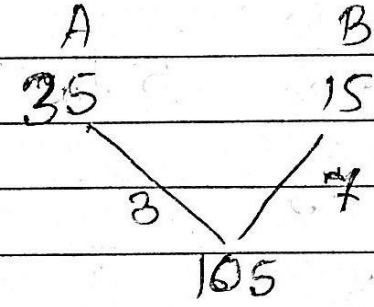
https://studentcafe.co



A, B को 50% work shift करता है, तो 10 दिन घट जाता है

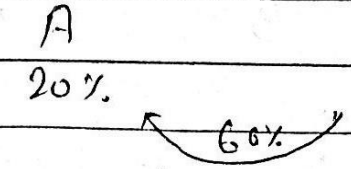
" " " 75% " " " " " 15 " "

total B (100%.) = (30-15) = 15 दिन



$A+B = \frac{105}{10} = 10\frac{1}{2}$ दि

Q A यदि 20% काम करता है और शेष B करे तो काम 20 दिन में खत्म हो जाता है, यदि B 20% काम करे और शेष A करे तो काम 30 दिन में समाप्त हो जाता है, तो दोनों मिलकर काम को कितने दिन में खत्म करेंगे।



80% 20% → 30 दिन

https://studentcafe.co

1st

A 20% B 80% 20 days

60% shift

A 80% B 20% 30 दिन

B, A को 60% → +10
20% → +10/3
80% → 40/3

A 100% = 20 + 40/3 = 100/3

A, B को 60% → −10
20% → −10/3
80% → −40/3

B 100% = 30 − 40/3 = 50/3

A 100/3 B 50/3

3 6

100

A+B = 100/9 days

2nd $\frac{0.2}{A} + \frac{0.8}{B} = 20 \Rightarrow \frac{1}{A} + \frac{4}{B} = 100$] xy

$\frac{0.8}{A} + \frac{0.2}{B} = 30 \Rightarrow \frac{4}{A} + \frac{1}{B} = 150$

$3\frac{15}{B} = 250$ 50

https://studentcafe.co

$B = \frac{3}{50} = \frac{6}{100}$

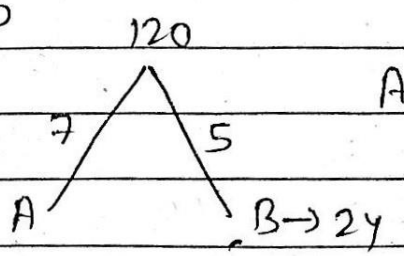
$A = \frac{3}{100}$

efficiency $A+B = \frac{9}{100}$

$A+B = \frac{100}{9}$ days ∎

Q A, B से 40% ज्यादा दक्ष है। यदि B इस काम को 24 दिन में खत्म करते है, तो दोनो मिलकर कितने दिन में खत्म करेंगे?

1st $\frac{A}{B} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$



$A+B = \frac{120}{12}$

$= 10$ days ∎

Q 2nd $\frac{A}{B} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$; $\frac{A+B}{B} = \frac{12}{5}$

time → $\frac{A+B}{B} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{10 \text{ days}}{24}$ ∎

https://studentcafe.co

Q A की कार्यक्षमता B से 40% ज्यादा है और B की कार्यक्षमता C से 20% कम है। यदि A किसी काम को करने में C से 9 दिन कम लेता है, तो बताओ B कितने दिन में करेगी?

1st

	A	B	C
efficiency →	112	80	100
	28	20	25
time →	$\frac{5}{20} \times \frac{5}{25}$	: $\frac{7}{28} \times \frac{5}{25}$	: $\frac{7}{28} \times \frac{4}{20}$

25 : 35 : 28

3 → 9 = 105 days

2nd

		efficiency	time	
$\frac{A}{B}$	$= \frac{140}{100} = \frac{7}{5}$		$\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$	3 → 9
$\frac{B}{C}$	$= \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$		$\frac{5}{4} = \frac{35}{28}$	105

Q A की कार्यक्षमता B की कार्यक्षमता की 3/4 है और B की कार्यक्षमता C की कार्यक्षमता की 80% है। B और C के एक साथ काम करने के लिए गये समय से A 120 दिन अधिक समय लेता है, तो तीनों मिलकर यह काम कितने दिन में समाप्त करेंगे?

https://studentcafe.co

1st

$\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ effiency

$\frac{B}{C} = \frac{4}{5}$

$\frac{B+C}{A} = \frac{9}{3} = \frac{3}{1}$

effiency	Time
1	60
3	2
180	120

A	B+C
180	60
1	3

180

$A+B+C = \frac{180}{4}$

= 45 days

2nd

	A	B+C	A+B+C
effiency →	3	9	12
time →	108 :	36 :	27
	12 :	4 :	3 → 45 days

8 → 120

Q A और B किसी काम को 4 दिन मे कर सकते है। यदि A अपनी कार्यक्षमता 30% घटा ले और B अपनी कार्य क्षमता 10% बढ़ा ले, तो काम 5 दिन मे समाप्त होगा। A अपनी असली क्षमता के साथ और B अपनी क्षमता का 3/2 गुना काम करता है, यदि वे दोनो एक-साथ काम करे, तो काम कितने दिन मे खत्म होगा?

https://studentcafe.co

$$T.W = (A+B)4 = \left(\frac{7A}{10_2} + \frac{11B}{\frac{10}{2}}\right)8 = \left(A + \frac{3B}{2}\right)x$$

$$8A + 8B = 7A + 11B = \left(A + \frac{3B}{2}\right)x$$

$$A = 3B \qquad T.W = 16 = \left(3 + \frac{3}{2}\right)x$$

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{1} \qquad 16 = \frac{9}{2}x$$

$$x = \frac{32}{9} \text{ days}$$

Q A और B की कार्यक्षमता का अनुपात 3:5 है तथा B और C की कार्यक्षमता का अनुपात 2:3 है। यदि A और B 4 दिन काम करते हैं। तथा बचे हुए शेष काम को C 8 दिन में खत्म करता है, तो B अकेले उस काम को कितने दिन में खत्म करेगा?

1st

$$A : B : C$$

$$3 : 5$$

$$2 : 3$$

$$6 : 10 : 15$$

$$(A+B)4 + C \times 8$$

$$T.W = 64 + 120 = 184$$

$$B = \frac{184}{10} = 18.4 \text{ days}$$

2nd

$$\frac{A}{B} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{6}{10}$$

$$\frac{B}{C} = \frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{(A+B)}{4} \quad \frac{C}{8}$$

$$\downarrow \times 16 \qquad \downarrow \times 15$$

$$64 + 120 = 184$$

$$B = \frac{184}{10} = 18.4$$

https://studentcafe.co

Q A किसी काम को करने मे (B+C) से 3 गुनी समय लेता है। जबकि, B उसी काम को करने मे (A+C) से 4 गुना समय लेता है। यदि (A+B+C) मिलकर इस काम को 22 दिन मे कर लेते है, तो अलग-अलग इस काम को कितने दिन मे पुरा करेंगे।

∴ Time efficiency

$\frac{A}{B+C}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ T.W = 22×20 = 440

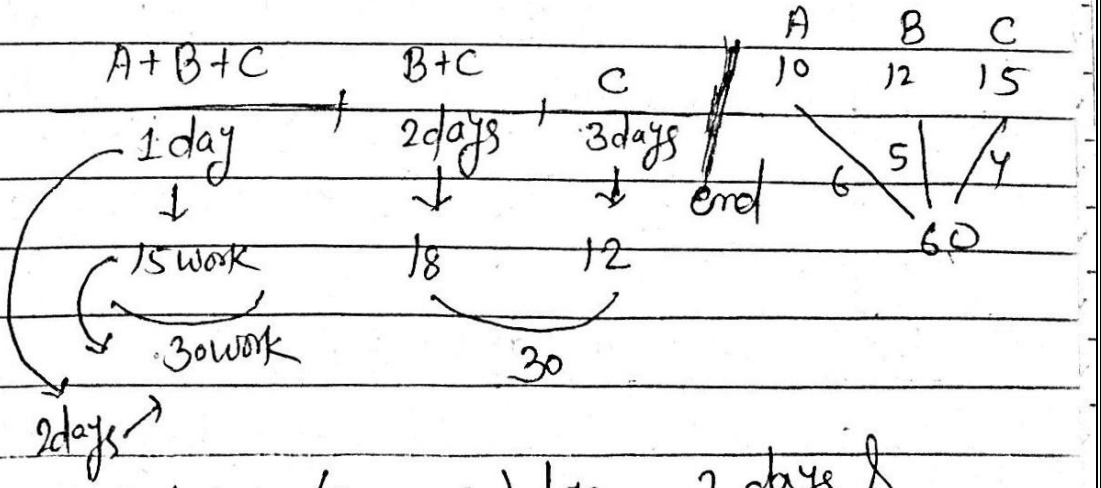
$\frac{B}{A+C} = \frac{4}{1}$ $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$

$A = \frac{440}{5} = 88$

$B = \frac{440}{4} = 110$

$C = \frac{440}{11} = 40$

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 12 दिन और 15 दिन मे कर सकते है। वे एक साथ काम शुरू करते है। A ने काम समाप्ति से पहले 5 दिन पहले छोड़ दिया और उसके 2 दिन बाद B ने छोड़ दिया तो यह काम कितने दिन मे खत्म हुआ?

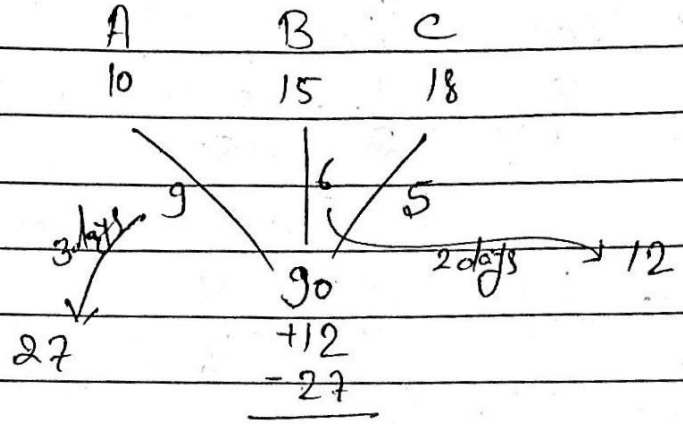


total = (2+2+3) days = 7 days

https://studentcafe.co

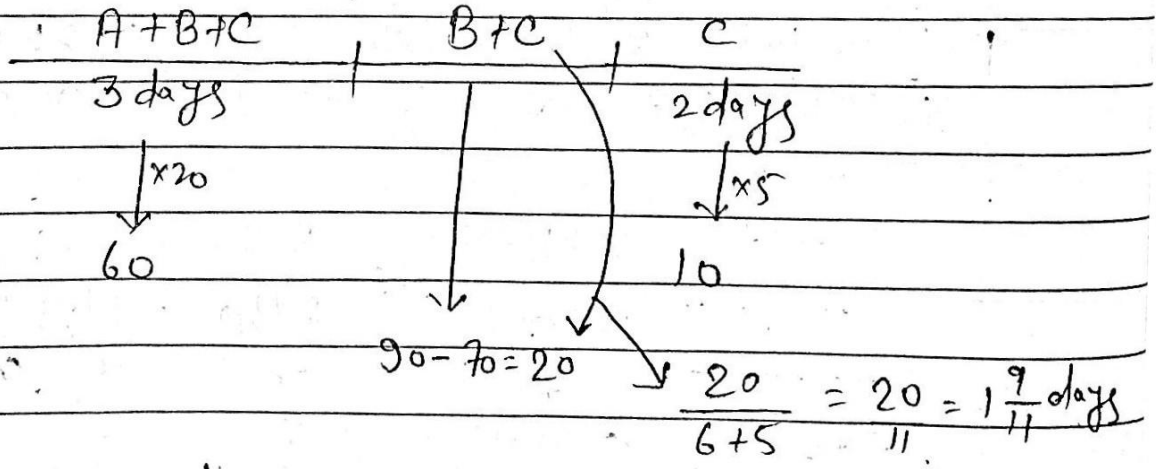
Q A, B तथा C अलग-अलग किसी काम को 10, 15 एवं 18 दिनों में खत्म करता है। तीनों काम शुरू किया और कुछ दिन बाद A छोड़ देता है। B ने काम खत्म होने से पहले छोड़ दिया और शेष काम C ने किया तो काम कितने दिनों में समाप्त हुआ।

1st



$$B+C = \frac{75}{6+5} = \frac{75}{11} = 6\frac{9}{11} \text{ days}$$

2nd



$$\text{total days} = 3 + 1\frac{9}{11} + 2$$

$$= 6\frac{9}{11} \text{ days}$$

https://studentcafe.co

Q B किसी काम को जितने समय मे करता है, उसके 3/4 समय मे A आधा काम करता है। यदि दोनो मिलकर इस काम को 18 दिन मे खत्म कर सकते है तो B कितने दिन मे करेगा?

	A	B
time	$3_{\times 4}$	$4_{\times 3}$
work	$1_{\times 4}$	$2_{\times 3}$
efficency →	4 :	6

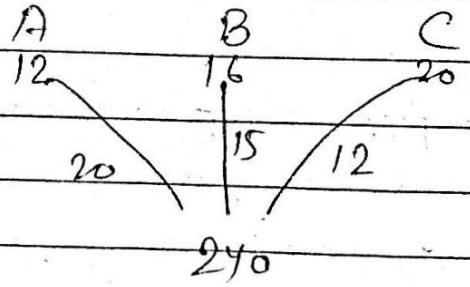
T.W = $18 \times (4+6)$

$= 18 \times 10$

$B = \frac{18 \times 10}{6}$

$= 30$ days

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 12 दिन, 16 दिन और 20 दिन मे कर सकते है। वे एक साथ काम करना शुरू करते है। और प्रत्येक दूसरे दिन B काम पर नही आता है। और प्रत्येक चौथे दिन C काम पर नही आता है, तो काम कितने दिन मे समाप्त हो जायेगा?



1st → (A+B+C) → 47

2nd → (A+C) → 32

3rd → (A+B+C) → 47

4th → A → 20

4 days → 146

1 (A+B+C) → 47

1 (A+C) → 32

15/47 (A+B+C) → 15

= $6\frac{15}{47}$ days

240 Complete work

https://studentcafe.co

Q A, B और C किसी काम को क्रमशः 10 दिन, 12 दिन और 15 दिन में कर सकते हैं। A और B एक साथ काम करना शुरू करते हैं। 1 दिन बाद A काम को छोड़ देता है। और C काम से जुड़ जाता है। 2 दिन बाद B काम छोड़ देता है। और A जुड़ जाता है। (काम करने के लिए) चौथे दिन उनका अवकाश है और यह प्रक्रिया जब तक काम समाप्त नहीं होता तब तक चलती रहती है। तो काम कितने दिनों में समाप्त हो जायेगा?

A	B	C
10	12	15

6 | 5 | 4

60

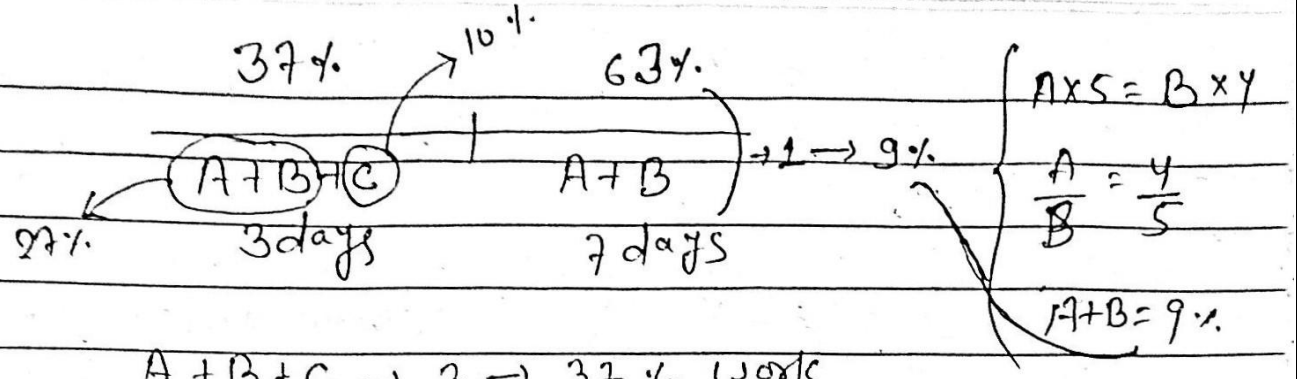
1st day → (A+B) → 11
2nd day → (B+C) → 9
3rd day → (A+C) → 10
4th day → holidays 0

4 day → 30
3 day → 30

Complete work = 7 days

Q A, B तथा C किसी काम को 10 दिन में करते हैं, यदि C केवल शुरुआत के 3 दिन काम करता है। यदि उन तीन दिन में 37% काम खत्म हो जाता है। A का 5 दिन का काम, B के 4 दिन के काम के बराबर है, तो A, B तथा C कितने दिन में करेंगे और तीनों एक साथ काम कितने दिन में करेंगे।

https://studentcafe.co



$A+B+C \rightarrow 3 \rightarrow 37\%$ work

$\frac{300}{37} \rightarrow 100\%$

$= \frac{300}{37}$ days ✓

$C \rightarrow 3 \rightarrow 10\%$

$30 \rightarrow 100\%$ $= 30$ days ✓

$A \rightarrow \frac{100}{4} = 25$ days ✓

$B \rightarrow \frac{100}{5} = 20$ days ✓

Q आशांक एक काम की शुरुआत करता है और 12 दिन बाद छोड़ देता है तथा शेष काम नीतीश 15 दिन में करता है। यदि आशांक 2 दिन पहले काम छोड़ देता है, तो शेष काम को नीतीश 18 दिन में करता है, यदि आशांक अपनी कार्यक्षमता 20% कम कर दे तथा नीतीश अपनी कार्यक्षमता 50% बढ़ा दे तो वे दोनों एक साथ काम कितने दिन में करेंगे?

$S \times 2 = N \times 3$

$\frac{S}{N} = \frac{3}{2}$

https://studentcafe.co

S		N	
12	x3	15	x2

total work = 66

$\frac{S}{N} = \frac{3}{2}$ *80% → 2.4 , *150% → 3

Required ans = $\frac{66}{2.4+3}$

$= \frac{660}{54} = \frac{110}{9}$ days

Q A एक निश्चित काम इस प्रकार करता है, प्रत्येक दिन उसकी कार्यक्षमता पिछले दिन से 19% गिर जाती है। ~~अश्विनीवह~~ पूरे काम को 10 दिन में खत्म कर सकता है। वो यदि अब उसकी कार्यक्षमत प्रत्येक दिन 10% गिरती है तथा काम पहले से 90% ज्यादा है तो काम कितने दिन में समाप्त करेगा?

https://studentcafe.co

Men & Women

Total Work = Men × Day

$W = M_1 D_1 = M_2 D_2$

$M_1 D_1 e_1 = M_2 D_2 e_2$

$M_1 D_1 e_1 h_1 = M_2 D_2 e_2 h_2$

$M_1 D_1 h_1 = M_2 D_2 h_2$

$W_1 = M_1 D_1 \Rightarrow 1 = \frac{M_1 D_1}{W_1}$

$W_2 = M_2 D_2 \Rightarrow 1 = \frac{M_2 D_2}{W_2}$

$\Rightarrow \frac{M_1 D_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2}{W_2}$

$$\boxed{\frac{M_1 D_1 H_1}{W_1} = \frac{M_2 D_2 H_2}{W_2}}$$

Q 30 आदमी जिस काम को 24 दिन मे करते है, तो 36 आदमी उस काम को कितने दिन मे करे?

$$\frac{\cancel{30}^{2} \times \cancel{24}}{\cancel{10}} = \frac{\cancel{36}^{3} \times D_2}{}$$

$D_2 = 20$ days ∎

Q 15 आदमी 20m लम्बाई खाई को 8 घंटे प्रत्येक काम करके 18 दिन मे खोदते है। तो 39 मीटर लम्बी खाई को 6 दिन मे कितने आदमी खोद देंगे यदि वे 9 घंटे प्रत्येक काम करे।

$$\frac{2\ \cancel{15} \times \cancel{8} \times \cancel{18}}{\cancel{20}} = \frac{M_2 \times \cancel{6} \times \cancel{9}^{3}}{39} \Rightarrow M_2 = 78$$ ∎

https://studentcafe.co

Q कुछ आदमी किसी काम को 90 दिनों में खत्म करते हैं। यदि 15 आदमी कम हो जाए तो 10 दिन ज्यादा लगते हैं, तो शुरुआत में कितने आदमी थे?

1st

$$x \times 90 = (x-15) \times 100$$

$$x = 150$$

2nd

Day	Man
90	100
100	90

$\frac{100}{90} = \frac{10}{9}$ → 1 → 15

→ 150

Q कुछ लोग किसी काम को 60 दिन में करते हैं। यदि 8 आदमी ज्यादा होते तो काम 10 दिन कम में खत्म होता तो प्रारम्भ में कितने आदमी थे?

Day	Man
60	50
50	60

$\frac{50}{60} = \frac{5}{6}$ → 1 → 8

→ 40

Q 25 आदमियों ने एक काम को 40 दिन में खत्म करने का निर्णय लिया। 24 दिन बाद पता चला कि केवल 1/3 S.S. ही बनाना है। कितने अतिरिक्त आदमी काम पर लगाए जाए कि समय पर काम खत्म हो जाए।

https://studentcafe.co

$$\frac{25 \times 24}{1/3} = \frac{x \times 12}{2/3}$$

$x = 100$

अतिरिक्त आदमी = 100 - 25 = 75 ✓

Q काम की मात्रा 50% बढ़ गई है। तो कितने % कर्मचारियों की वृद्धि की जाए कि जिससे काम दिए गए समय मे पूरा हो जाए यदि नए कर्मचारियों की कार्य क्षमता पुराने कर्मचारियों की कार्य क्षमता से 25% ज्यादा है।

$25\% = \frac{1}{4}$

eff → 4 : 5

50 (40)

= 40% ✓

Man

पहले काम → 100 | 100

बाद काम → 150 | (150)

+40

100 + 50x

40

= 140

Q एक काम को 56 दिन मे समाप्त होना है। और 104 आदमी काम पर लगा दिए जाते है, जो 8 घंटे प्रतिदिन काम करते है। 30 दिन के बाद 2/5 काम खत्म हो जाता है। कितने अतिरिक्त आदमी काम पर लगाए जाए कि काम समय पर खत्म हो जाए जबकि 9h/Day करे।

Contact Information:-

NEW SUCCESS POINT

Studentcafe

New Success Point

GEOMETRY

[A] Triangle

Triangle formation is possible only if sum of two smaller sides is greater than or bigger side.

Property → 1 $\boxed{a < b+c}$

(7,5,1) Triangle formation is not possible

(7,4,5) Triangle formation is possible

Difference of two sides is always less than 3rd side.

$|(b-c)| < a$

$|c-a| < b$

$|a-b| < c$

Property → 2 $\boxed{b-c < a < b+c}$

Q.1 If sides of triangle are (8, b, 14) then

① $8 < b < 14$

② $14 < b < 19$

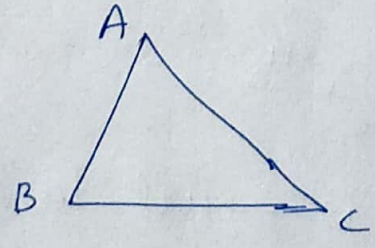
③ $6 < b < 22$ ✓

④ $7 < b < 21$

$14-8 < b < 14+8$

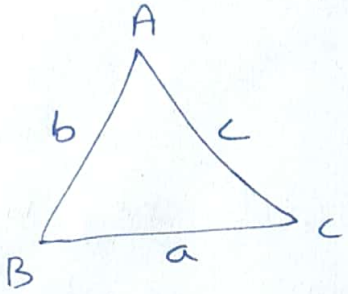
$6 < b < 22$

Property-3



$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

Property 4



if $\angle B = \angle C$ then $b = c$

if $\angle B > \angle C$ then $b > c$

if $\angle B < \angle C$ then $b < c$

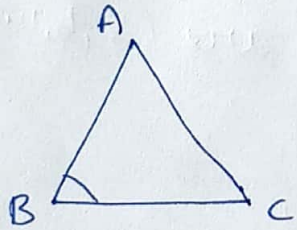
Q.2 In a $\triangle ABC$ $\angle A + \angle B = 145°$, $2\angle B + \angle C = 180°$

then

$AC > AB$

$AC < AB$

$AC = AB$



$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

$2\angle B + \angle C = 180°$

$\angle A + \angle B = 2\angle B$

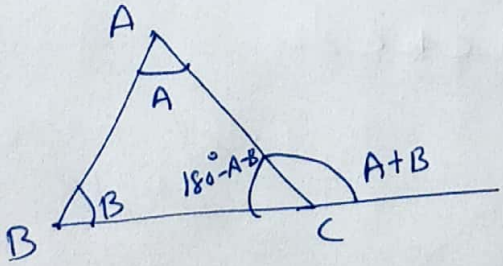
$\boxed{\angle A = \angle B}$

$\angle A = \angle B = 72.5°$

so $\angle B > \angle C$

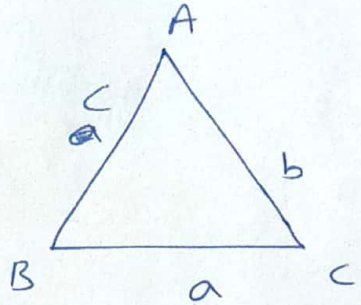
so $AC > AB$

Property_5



exterior angle C is equal to sum of two opposite angles.

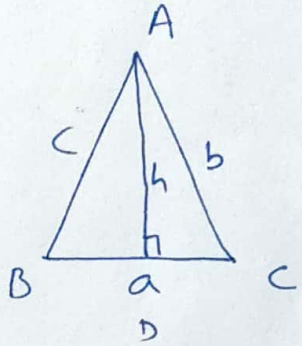
Property 6



$P = a + b + c$

semi perimeter $= \frac{a+b+c}{2}$

$$\text{area} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$



$$\text{area} = \frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{height}$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times h$$

In $\triangle ABD$ $\quad \sin B = \frac{h}{c}$

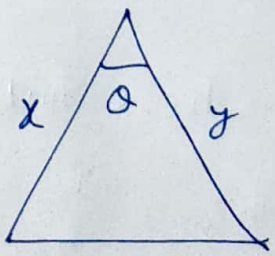
$$\boxed{h = c \sin B}$$

$$\text{area} = \frac{1}{2} ac \sin B$$

$$= \frac{1}{2} ab \sin C$$

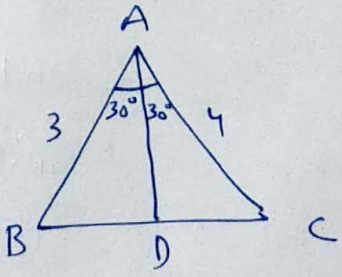
$$= \frac{1}{2} bc \sin A$$

General Formula



$$\text{area of } \Delta = \frac{1}{2} xy \sin\theta$$

Q.3 find the value of x



ABC ∈ Area = Area of ABD + Area of ADC

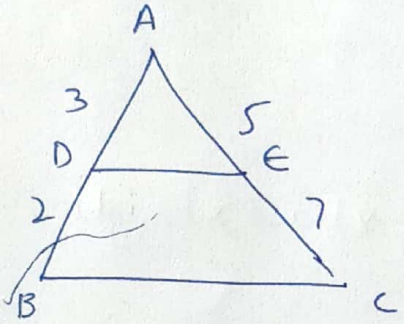
$= 3 \times 4 \times \sin 60^\circ = 3x \sin 30 + 4x \sin 30$

$12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3x \frac{1}{2} + 4x \frac{1}{2}$

$12\sqrt{3} = 7x$

$\frac{12\sqrt{3}}{7} = x$

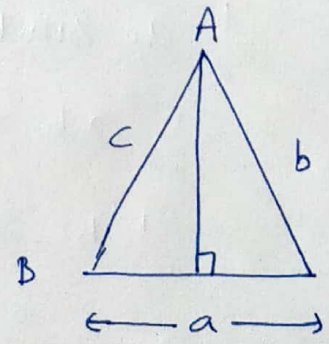
Q.4



$ADE : ABC$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times \sin A} = \frac{15}{5 \times 12} = \frac{1}{4}$$

Sine Rule



$\sin B = \frac{h}{c}$

$h = c \sin B$

$\sin C = \frac{h}{b}$ $\quad h = b \sin C$

$c \sin B = b \sin C$ $\quad \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$\frac{\sin B}{\sin C} =$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Q.5 In a ΔABC $\angle C = 60^\circ$ $\angle B = 90^\circ$ find the ratio of sides

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\frac{1/2}{a} = \frac{1}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2c}$$

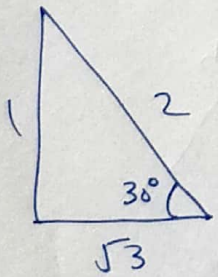
$$\frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{\sqrt{3}}{c}$$

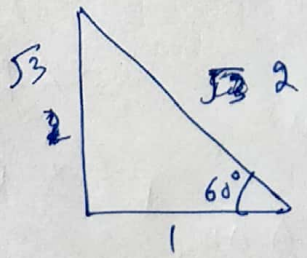
$$1 : 2 : \sqrt{3}$$

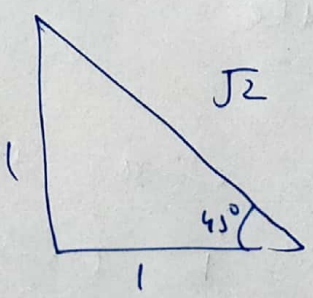
Q.6 In ΔABC $\angle B = 60^\circ$ $\angle C = 45^\circ$ $AB = 12$ cm

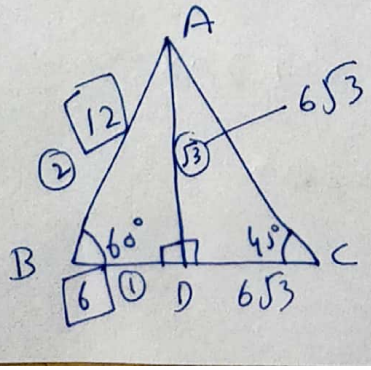
Find area of Δ.

Before that remember









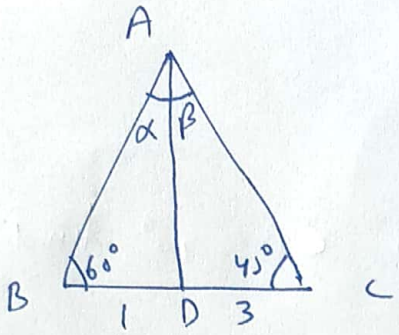
$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3}(6+6\sqrt{3})$$

$$3\sqrt{3}(6+6\sqrt{3})$$

$$= 18(\sqrt{3}+1)$$

Q.7 In ΔABC AD divides BC in 1:3

$\angle B = 60^\circ$ $\angle C = 45^\circ$ find $\dfrac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD}$



In ABD $\dfrac{\sin\alpha}{1} = \dfrac{\sin 60}{AD}$

$AD \sin\alpha = \sin 60^\circ$

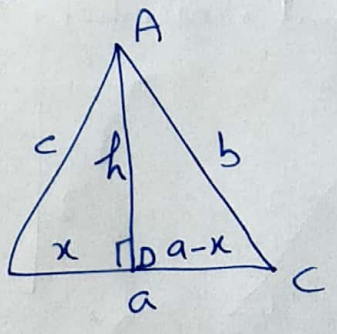
In ACD $\dfrac{\sin\beta}{3} = \dfrac{\sin 45^\circ}{AD}$

$AD \sin B = 3 \sin 45^\circ$

$\dfrac{AD \sin\alpha}{AD \sin B} = \dfrac{\sin 60^\circ}{3 \sin 45^\circ}$

$\dfrac{\sin\alpha}{\sin B} = \dfrac{\sqrt{3}}{2.(3)\frac{1}{\sqrt{2}}} = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$

Cosine Rule



$h^2 = c^2 - x^2$ in ΔABD

$h^2 = b^2 - (a-x)^2$ in ΔADC

$c^2 - x^2 = b^2 - a^2 - x^2 + 2ax$

$a^2 + c^2 - b^2 = 2ax$

$$\cos B = \frac{x}{c}$$

$$x = c\cos B$$

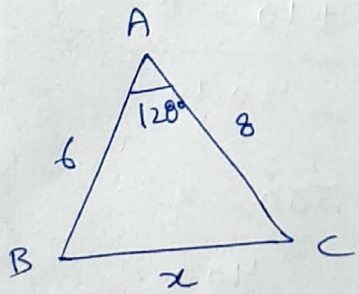
$$a^2 + c^2 - b^2 = 2ac\cos B$$

$$\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \cos B$$

$$\frac{-a^2 + b^2 + c^2}{2bc} = \cos A$$

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \cos C$$

Q.8 In ΔABC $\angle A = 120$ $AB = 6$ $AC = 8$ $BC = ?$



$$\cos 120^\circ = \frac{6^2 + 8^2 - x^2}{2 \times 6 \cdot 8}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{6^2 + 8^2 - x^2}{2 \times 6 \cdot 8}$$

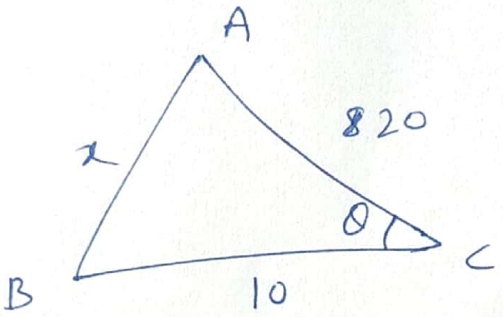
$$-1 = \frac{100 - x^2}{48}$$

$$-48 = 100 - x^2$$

$$x^2 = 148$$

$$x = \sqrt{148} = 2\sqrt{37} \text{ cm}$$

Q.9



area of $\Delta = 80$

find the AB's length = ?

$$\text{Area} = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 \sin\theta = 80$$

$$\sin\theta = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

$$\cos\theta = 3/5$$

$$\cos\theta = \frac{20^2 + 10^2 - x^2}{2.20.10} = \frac{3}{5}$$

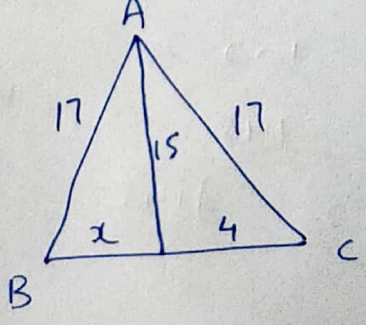
$$\frac{500 - x^2}{400} = \frac{3}{5}$$

$$500 - x^2 = 240$$

$$x^2 = 260$$

$$x = \sqrt{260}$$

Q.10 In ΔABC $AB = AC = 17$ D is a point on BC such that $CD = 4$ $AD = 15$ find $BD = ?$



$\cos B = \cos C \quad [\because AB = AC]$

$$\cos B = \frac{17^2 + (x+4)^2 - 17^2}{2 \cdot 17 \cdot (x+4)}$$

$$\cos C = \frac{17^2 + 4^2 + (-15)^2}{2 \cdot 17 \cdot 4}$$

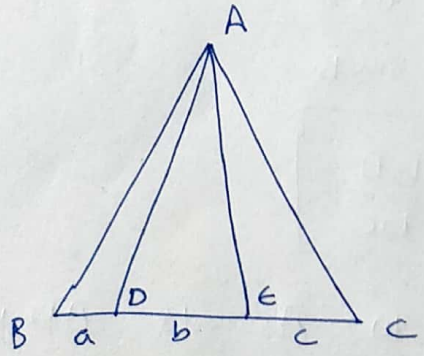
$$\frac{(x+4)^2}{2 \cdot 17 \cdot (x+4)} = \frac{17^2 + 4^2 - 15^2}{2 \cdot 17 \cdot 4}$$

$$x+4 = \frac{8^2 + 4^2}{4}$$

$x + 4 = 20$

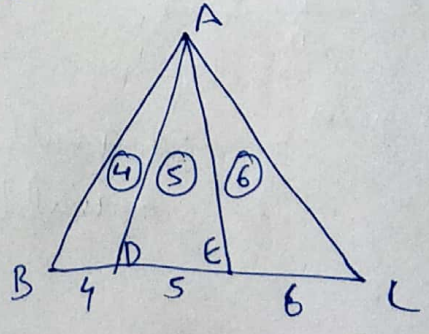
$\boxed{x = 16}$

Note



area will also in a:b:c because sides are in a:b:c

Q.11 In a ΔABC, D and E are two points on BC s.t. BD : DE : EC = 4 : 5 : 6 If the area of $\Delta ADE = 30\ cm^2$ = find area of ΔABC



4 + 5 + 6 = 15 unit

$\Delta ADE = 30\ cm^2$

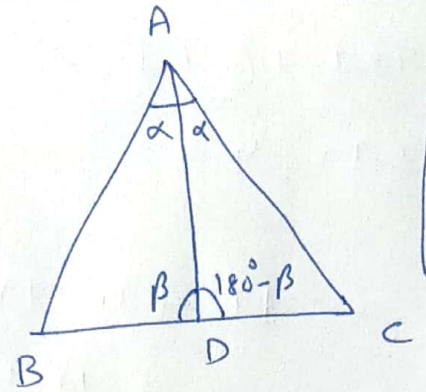
5 unit = 30 cm^2

1 unit = 6 cm^2

15 unit = 90 cm^2 = Area of ΔABC

Bisector theorem

Interior angle bisector theorem



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

ΔABD से

$$\frac{\sin\alpha}{BD} = \frac{\sin\beta}{AB}$$

$$AB \sin\alpha = BD \sin\beta$$

In ΔACD

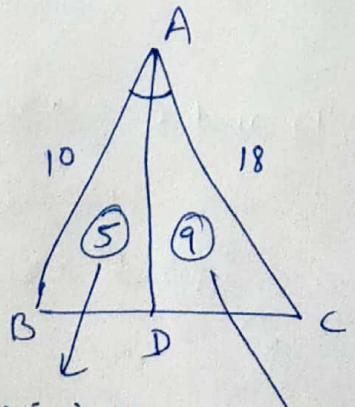
$$\frac{\sin\alpha}{DC} = \frac{\sin(180^\circ-\beta)}{AC} = \frac{\sin\beta}{AC}$$

$$AC\sin\alpha = DC \sin\beta$$

$$\frac{AB\sin\alpha = BD\sin\beta}{AC\sin\alpha = DC\sin\beta}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

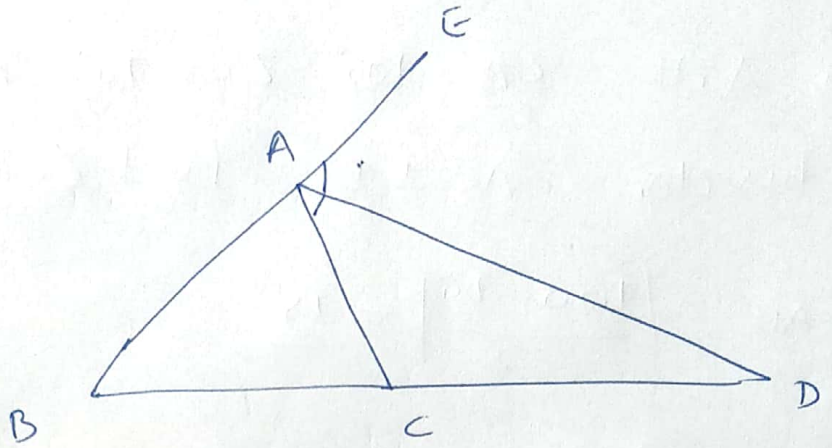
Q.12 in A ΔABC, $AB = 10$ $AC = 18$ AD is angle bisector If area of ΔABD is 25. Find



$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

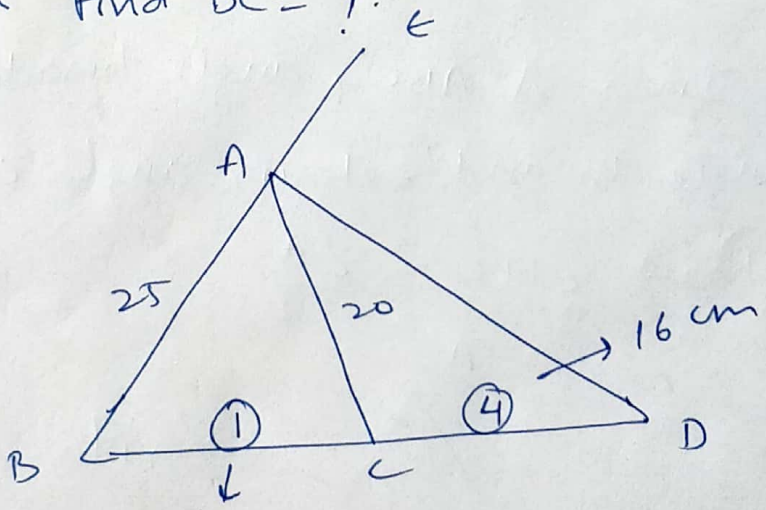
$$\frac{BD}{DC} = \frac{5}{9}$$

exterior angle bisector theorem



$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$$

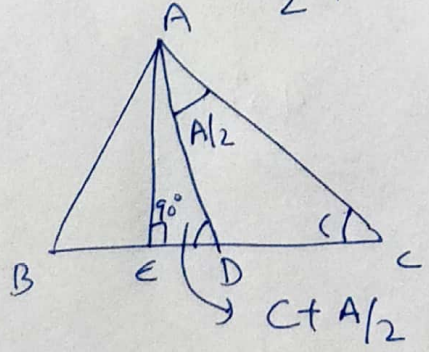
Q.13] In a $\triangle ABC$, angle bisector of exterior angle A intersect BC at D. AD = 25 AC = 20 If length of CD = 16cm find BC = ?



$$\frac{AB}{AC} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{5}{4}$$

Note ABC is a $\triangle$. AD is Angle bisector AE is $\perp$ to BC then $\angle EAD = \frac{1}{2}|\angle B - \angle C|$



$$\angle EAD = 90 - C - \frac{A}{2}$$

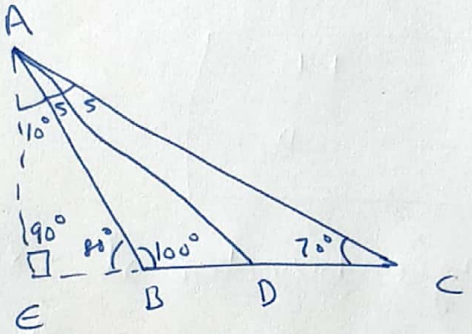
$$= \frac{180 - 2C - A}{2}$$

$$= \frac{A + B + C - 2C - A}{2}$$

$= \frac{1}{2}(B-C)$

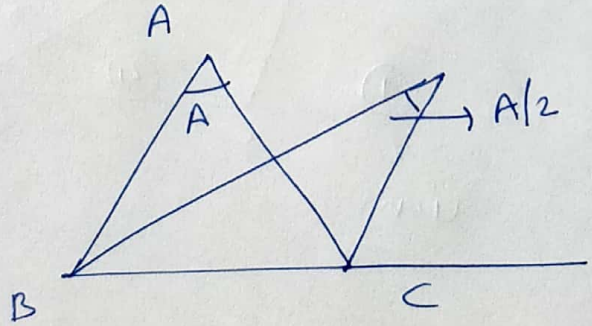
Q.14 In a ΔABC $\angle B = 100°$ $\angle C = 70°$ AD is Angle bisector. $AE \perp BC$. Find $\angle EAD$.

$\angle EAD \quad \left|\frac{100-70}{2}\right| = 15°$.



$\angle EAD = 10 + 5 = 15°$

Note In a ΔABC, angle bisectors of interior angle B and exterior angle C meet at P, then $\angle BPC = \frac{\angle A}{2}$

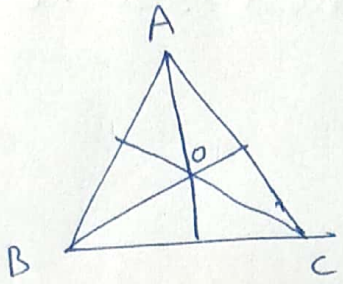


Q.15 ΔABC, angle B and exterior angle C meets at P, ~~then~~ $\angle A = 80$ then $\angle BPC = ?$

$\angle BPC = \frac{\angle A}{2} = 40°$.

Centroid

Intersection Point of all median of a triangle.



O is centroid

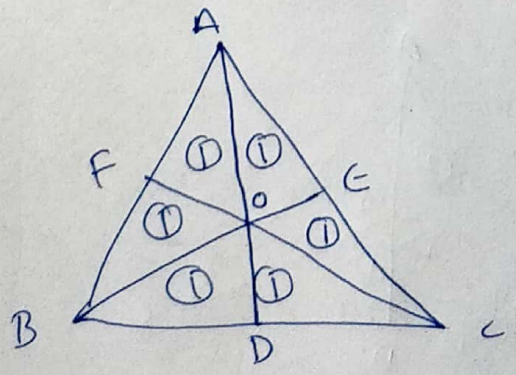
Property-1 Median divides triangle into two equal parts of area.

Property-2 Centroid divides triangle into three equal area part.

Property-3 All three medians divides Δ into 6 equal parts.

Property 4 centroid divides median into 2:1

Q.16 In a ΔABC all three medians AD, BE and CF & intersects at O. If area of ABC is 102 sq units, then find area of Quadrilateral BDOF



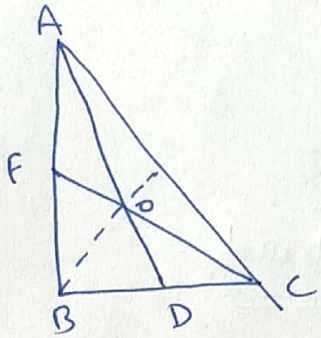
① = 17 sq. units

BDOF = 2 units

= 2 × 17

= 34 sq. units.

Q.17 In a ΔABC $\angle B = 90^\circ$ median AD and CF intersect at O. Find the ratio of area of ΔAOC and Quadrilateral BDOF

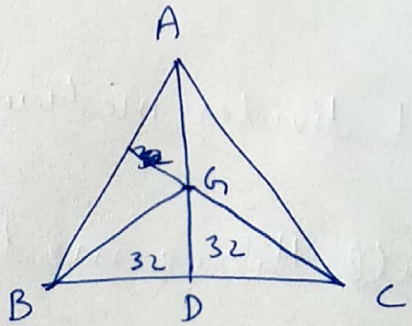


Area of AOC = 2 units

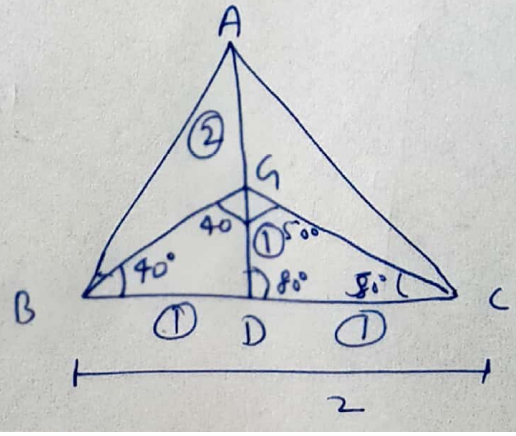
Area of BDOF = 2 units

1:1 Ratio

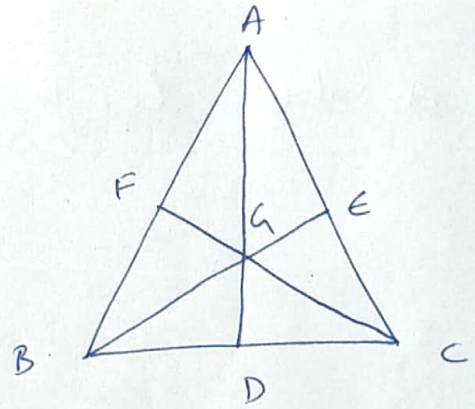
Q.18 In a ΔABC AD is median, G is a Midpoint of AD. If area of ΔAGC is 32 Sq. units find area of ΔBGC



Q.19 In a ΔABC G is centroid $AG = BC$ Find



$\angle BGC = 90^\circ$



$BG + GC > BC$

$AG + BG > AB$

$AG + GC > AC$

$2(AG + BG + GC) > AB + AC + BC$

$AG = \frac{2}{3} AD$

$BG = \frac{2}{3} BE$

$CF = \frac{2}{3} CF$

First Result

$$\frac{4}{3}(AD + BE + CF) > AB + BC + CA$$

$4(AD + BE + CF) > 3(AB + BC + CA)$

$$AB + BC + CA < \frac{4}{3}(AD + BE + CF)$$

Q. 20

$AB + BC + CA < 2(AD + BE + CF)$

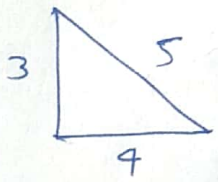
is it true ?

→ Yes.

Second Result → $(AB^2 + BC^2 + CA^2) = \frac{4}{3}(AD^2 + BE^2 + CF^2)$

Area of original Δ $= \frac{4}{3}$ (Area of Δ formed by medians)

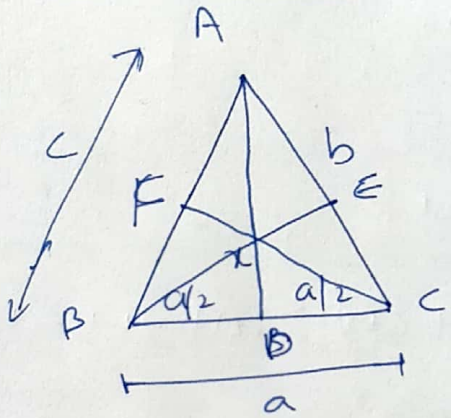
Q.21 Find the area of Δ whose length of median are 3, 4, 5



$$\text{area} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ sq. units}$$

$$\text{Area of original} = \frac{4}{3} \times 6 = 8 \text{ sq units.}$$

How to find length of median



$\cos B = \cos B$

in ABD in ABC

$$\frac{c^2 + \frac{a^2}{4} - x^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot c} = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot 2 \cdot a \cdot c}$$

$$2c^2 + \frac{a^2}{2} - x^2 = c^2 + a^2 - b^2$$

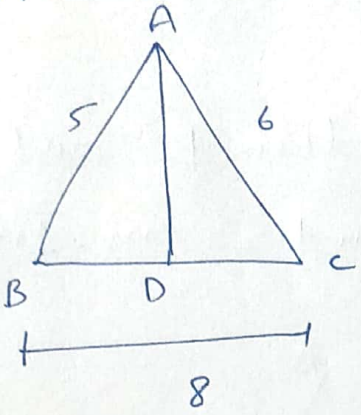
$$AD = x = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$BE = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

$$CF = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

Q.22 find length of AD in ΔABC if

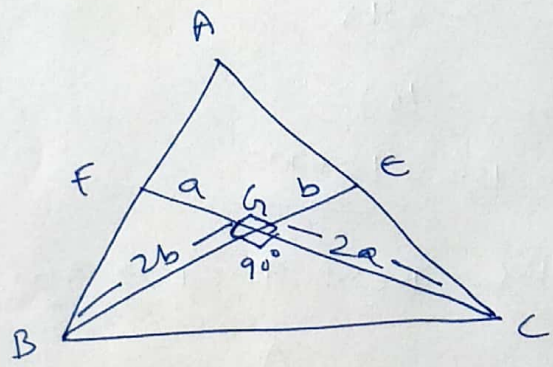
$AB = 5$ $AC = 6$ and $BC = 8$



$$AD = \frac{1}{2}\sqrt{50+72-64}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{58} = \sqrt{\frac{29}{2}}$$

Note → In a ΔABC, median BE and CF intersect at 90°



Applying P.T in ΔGBF

$$BF^2 = (2b)^2 + (a)^2 = a^2 + 4b^2$$

$$(FB)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = \frac{AB^2}{4} = a^2+4b^2 \quad (1)$$

$$(CE)^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \frac{AC^2}{4} = 4a^2+b^2 \quad (2)$$

(1)+(2)

$$5(a^2+b^2) = \frac{AB^2+AC^2}{4}$$

in ΔBGC

$BC^2 = 4a^2+4b^2$

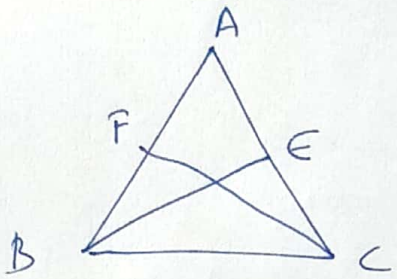
$$5(4a^2+4b)^2 = AB^2+AC^2$$

$5\ BC^2 = AB^2 + AC^2$

$5\ AB^2 = BC^2 + AC^2$

Q.23 In a ΔABC find median BE and CF if AB and AC having length 19 cm and 22 cm. ~~Intersect at 90°.~~

find BC



$5\ BC^2 = AC^2 + AB^2$

$5BC^2 = 19^2 + 22^2$

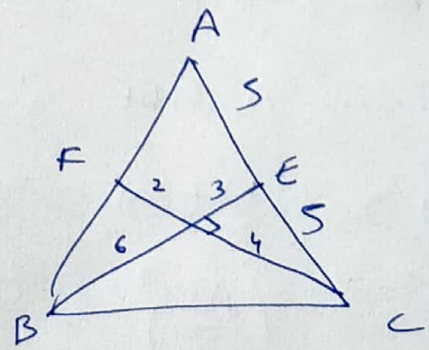
$5\ BC^2 = 845$

$BC^2 = 169$

$BC = 13$ cm

Q.24 In a ΔABC $BE = 9$ $CF = 6$ Intersect at 90°

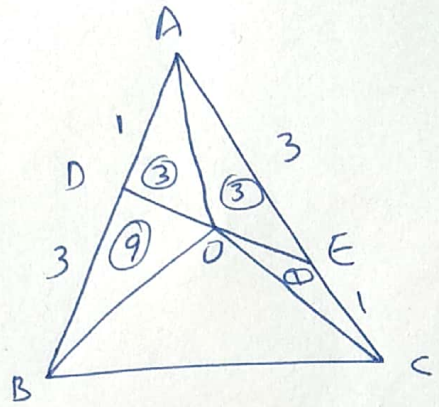
find AC



$AC = 10$ cm

Q.25 In a ΔABC D and E are two points on AB and AC s.t. $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{3}$ $\frac{EC}{EA} = \frac{1}{3}$

O is the mid point of DE find the ratio of area of ΔBOC to ΔABC



$$\frac{\text{Area of } ADE}{\text{Area of } ABC} = \frac{\frac{1}{2} 3 \times 1 \times \sin A}{\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin A}$$

$$= \frac{3}{16}$$

Area of ADE = 3 = but in figure it is 6.

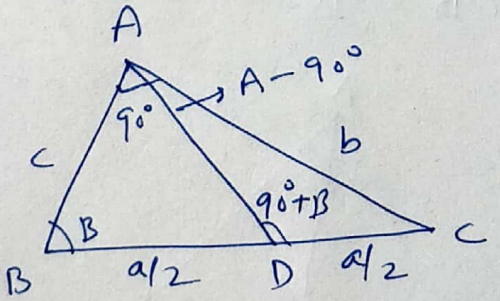
Total = 16 = 32 in figure

Area of BOC = 32 − 16 = 16 units

$$\frac{\text{Area of } \Delta BOC}{\text{Area of } \Delta ABC} = \frac{16}{32} = \frac{1}{2}$$

Q.26 In a ΔABC median AD is $\perp$ to side AB.

Find $\frac{\tan A}{\tan B} = ?$



$$\frac{\sin(A-90^\circ)}{a/2} = \frac{\sin 90^\circ + B}{b} \Rightarrow -2b\cos A = a\cos B$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b}$$

$$b \sin A = a \sin B$$

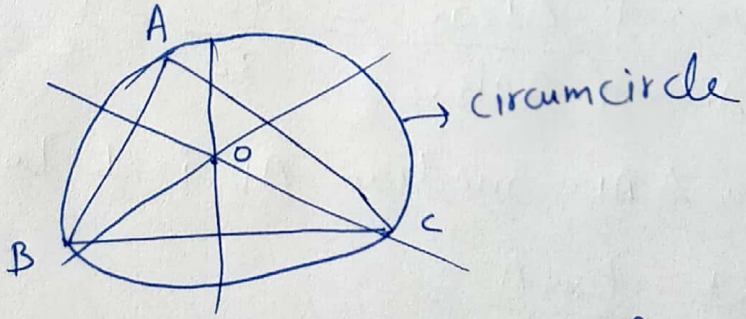
$$\frac{b \sin A}{-2bc \cos A} = \frac{a \sin B}{a \cos B}$$

$$-\frac{1}{2} \tan A = \tan B$$

$$\boxed{\frac{\tan A}{\tan B} = -2}$$

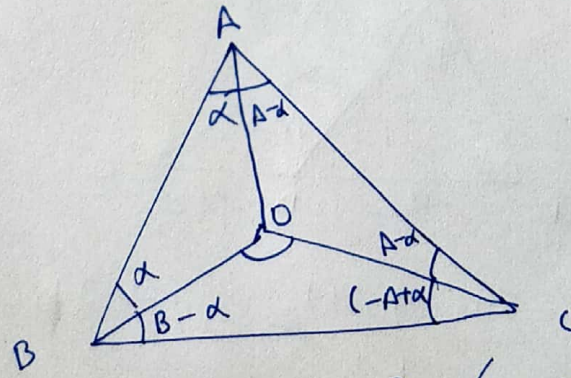
circumcentre

Intersection point of all perpendicular bisector.



OA = OB = OC = radius of circumcircle.

Property 1

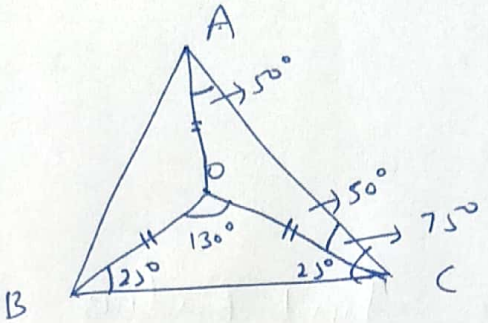


$\angle BOC = 180^\circ - B + \alpha - C + A - \alpha$

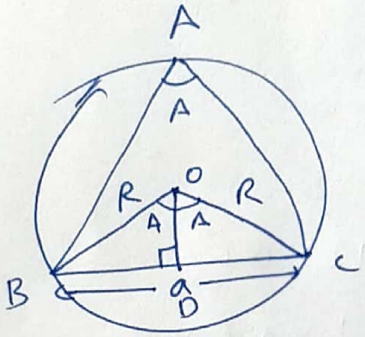
$(180^\circ - B - C) + A = A + A = 2A$

$\angle BOC = 2\angle A$

Q.27 ABC is a Δ, $\angle A = 65^\circ$ $\angle C = 75^\circ$ and O is circumcentre find $\angle OAC$



Note



In Δ ODC

$$\sin A = \frac{a/2}{R}$$

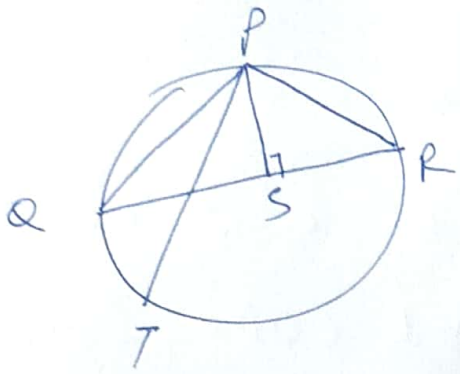
$$R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}$$

$$\text{Area of } \Delta = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$\sin A = \frac{2\Delta}{bc}$$

$$R = \frac{a}{2\,\frac{2\Delta}{bc}} \Rightarrow \boxed{R = \frac{abc}{4\Delta}}$$

Q.28



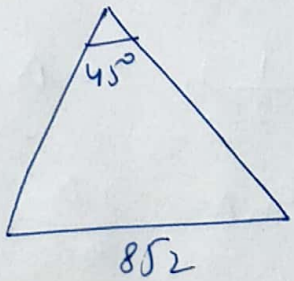
PQ = 24cm
PR = 12cm
PS = 8 cm
PT = diameter find Radius

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$$= \frac{\cancel{24}^{3} \times \cancel{12}^{6} \times QR}{\cancel{4} \times \frac{1}{\cancel{2}} \times QR \times \cancel{8}}$$

$$\boxed{R = 18cm}$$

Q.29 In A Δ ABC $a = 8\sqrt{2}$ $\angle A = 45^\circ$. Find circumcentre.

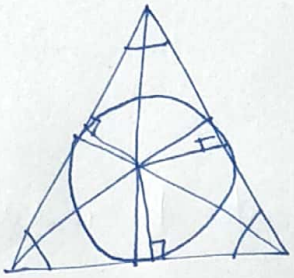


$$R = \frac{8\sqrt{2}}{2\sin 45^\circ}$$

$$= \frac{8\sqrt{2}}{\cancel{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = 8 \text{ cm}$$

Incentre

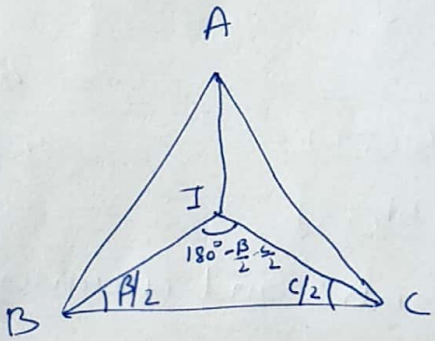
Intersection point of all angle bisectors



Incentre is a point in triangle which is equidistant to all sides.

this equal distance is r, acts as radius of a circle in Δ known as ~~incentre~~. incircle.

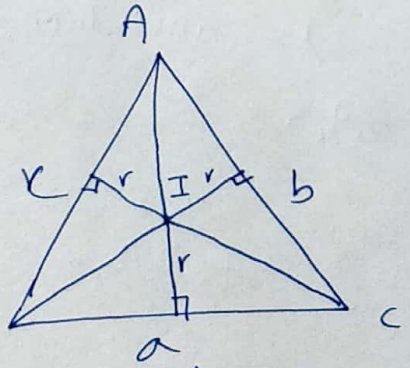
Property - 1



$$180 - \left(\frac{B+C}{2}\right)$$

$$= 180 - \frac{(180° - A)}{2} = 90° + \frac{A}{2}$$

Property - 2



Area of ABC = Area of AIB + Area of BIC + Area of AIC

$$\Delta = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr$$

~~A = A~~ $\Delta = rs$ r = inradius s = semiperimeter

Relation between Incentre and circumcentre

$$R = \frac{abc}{4\Delta}$$

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

Q.30 Find the ratio of circumcentre to inradius if the ratio of sides is 4:5:7.

$$s = \frac{4+5+7}{2} = 8$$

$$\frac{R}{r} = \frac{abc}{4\Delta \cdot \frac{\Delta}{s}} = \frac{abc.s}{4.s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$= \frac{4.5.7}{4.(4)(3)(1)} = \frac{35}{12}$$

Since $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$$\Delta^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$$

Distance between incentre and circumcentre

$$\text{Distance} = \sqrt{R^2 - 2Rr}$$

R = Circumradius

r = inradius

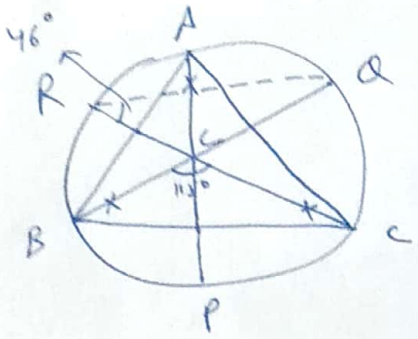
Q.31 Sides given 3, 4, 5

$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{3.4.5}{24.\frac{1}{2}4.3} = \frac{5}{2}$$

$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\text{Distance} = \sqrt{\frac{25}{4} - 2.\frac{5}{2}} = \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{20}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Q.32 In a ΔABC, angle bisector of $\angle A, \angle B, \angle C$ cuts circumcircle at P, Q, R if $\angle A = 50^\circ$ $\angle CRQ = 46^\circ$ $\angle BQR = ?$



Note →
circum centre और centre
के बीच का 2x का
In centre से formation
बनाते हैं

$\angle A = 50^\circ$

Angle at centre

$= 90^\circ + \frac{50}{2} = 115^\circ$

Then $\angle RCQ = 115^\circ$

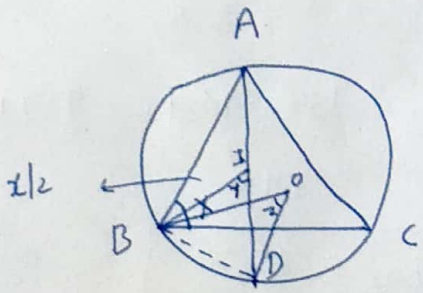
$115^\circ + 46^\circ + \angle BRQ = 180^\circ$

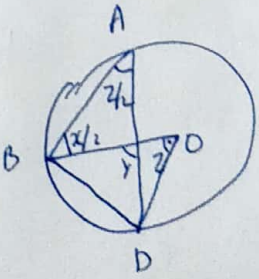
$\angle CRQ = 19^\circ = \angle BRQ$

Q.33 I and O are an incentre and circumcentre of a ΔABC

AI is produced and it intersect the circumcircle at D.

$\angle ABC = x$ $\angle BID = y$ $\angle BOD = z$ $\frac{z+x}{y} = ?$



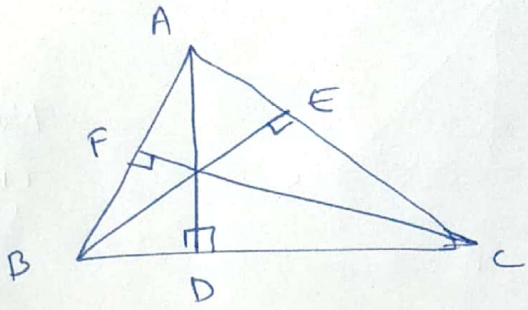


$y = \frac{x}{2} + \frac{z}{2}$

$$\boxed{2 = \frac{x+z}{y}}$$

Orthocentre

Intersection point of hights or altitude of a triangle.



* No circle formed by orthocentre

Property - 1

~~AB > AD~~ AC > AD

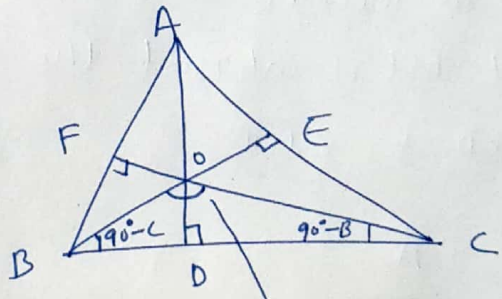
~~BC > CF~~ BC > CF

~~AB > BE~~ AB > BE

$AB+BC+AC > AD+CF > BE$

Sum of sides > sum of ~~sides~~ altitudes

Property - 2



$\angle BOC = 180° - 90° + C - 90° + B$

$= B + C$

$\boxed{\angle A + \angle BOC = 180°}$

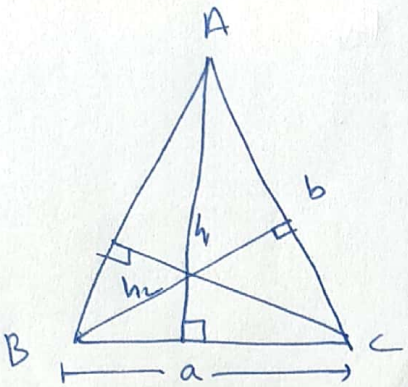
if O is orthocentre

$\boxed{\angle BOC = 180° - A}$

Q.34 In a $\triangle ABC$ O is orthocentre $\angle BOC = 130°$ find $\angle A$

$180° - 130° = \underline{50°}$

Q.35 If the ratio of sides of A Δ are 4:5:6 inradius = 3 cm. Find the largest altitude.



$$\text{area} = \frac{1}{2}ah_1 = \frac{1}{2}bh_2$$

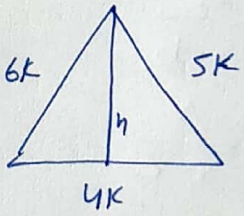
$$\frac{a}{b} = \frac{h_2}{h_1}$$

that's why smallest side will have largest altitude.

Let sides are 4K, 5K and 6K

$\Delta = r.s$

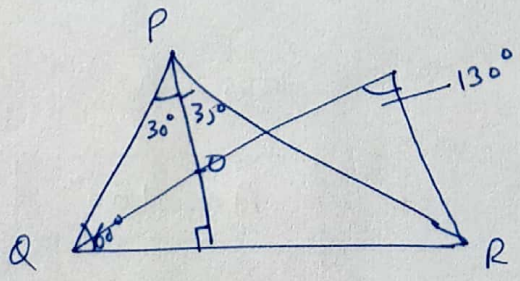
$$\frac{1}{2} \times 4K \times h = 3 \times \frac{15K}{2}$$



$$h = \frac{45}{4}$$

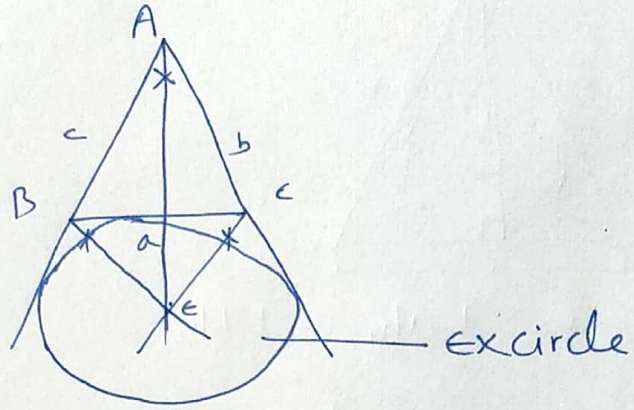
Q.36 O and C are respectively orthocentre and circumcentre of ΔPQR, as P and O are joined to meet side QR at S.

$\angle PQS = 60°$, $\angle QCR = 130°$, $\angle RPS = ?$



Ex centre

Intersection point of one interior angle bisector and two exterior angle bisector.



$$\angle BEC = 90° - \frac{A}{2}$$

$$r_1 = \frac{\Delta}{s-a}$$

$$r_2 = \frac{\Delta}{s-b}$$

$$r_3 = \frac{\Delta}{s-c}$$

Q.37 If in a ΔABC angle bisectors of exterior angle $\angle B$ and $\angle C$ intersect at P. $\angle BPC = 40°$ find $\angle A$.

$$\angle BPC = 90° - \frac{A}{2} = 40$$

$$90° - 40 = \frac{A}{2}$$

$$50° = \frac{A}{2}$$

$$\boxed{A = 100°}$$

Q.38 In a ΔABC $AB = 13, BC = 14, CA = 15$ Find the radius of excentre.

$$r = \frac{\Delta}{s - BC} = \frac{84}{21-14} = 12$$

Q.39 Find the ratio of In radius and exradius in an equilateral triangle.

$$r = \frac{\Delta}{s}$$

$$r_1 = \frac{\Delta}{s-a}$$

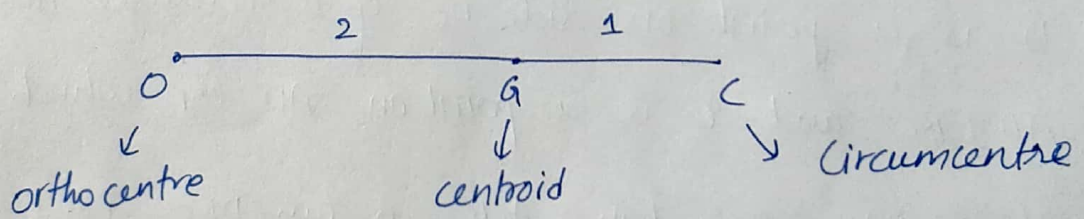
$$\frac{r}{r_1} = \frac{s-a}{s} = 1 - \frac{a}{s}$$

in equilateral triangle $s = \frac{a+a+a}{2} = \frac{3a}{2}$

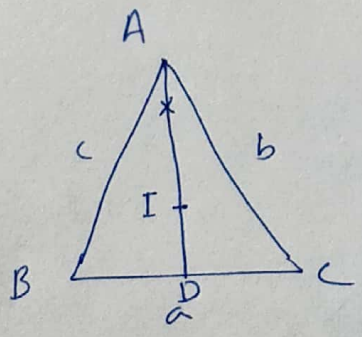
$$\frac{r}{r_1} = 1 - \frac{a}{\frac{3a}{2}}$$

$$= 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Note-1 In any triangle orthocentre, centroid and circumcentre are collinear and centroid divides this line in 2:1

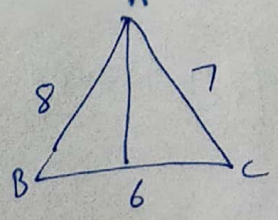


Note 2



$$\frac{AI}{ID} = \frac{b+c}{a}$$

Q:40 In a ΔABC $AB=8$, $AC=7$ $BC=6$ I incentre. Find $\frac{AI}{ID}$.

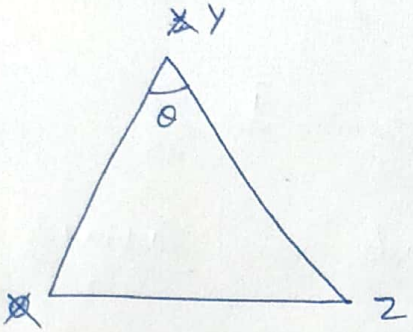


$$\frac{AI}{ID} = \frac{8+7}{6}$$

Q.41 In a ΔXYZ, O, I, C are orthocentre, Incentre and circumcentre of this triangle

$\angle XOZ = 2.5 \angle XCZ$

find $\angle XIZ$



$\angle XOZ = 180° - \theta = 2.5\ 2\theta$

$180° - \theta = 5\theta$

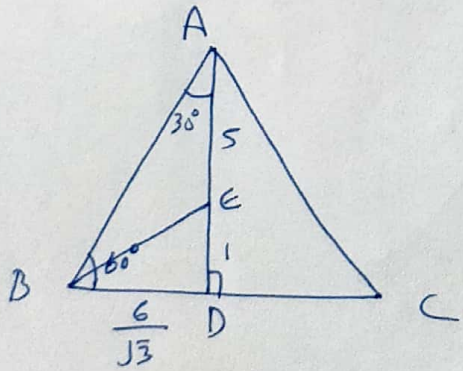
$180° = 6\theta$

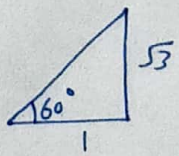
$\theta = 30°$

$\angle XIZ = 90° + \frac{\theta}{2} = 90° + 15 = 105°$

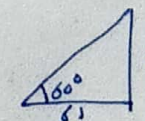
Q.42 D is a point on side BC of a Triangle ABC such that AD ⊥ BC and E is a point on AD for which $\frac{AE}{ED} = \frac{5}{1}$

if $\angle BAD = 30°$ $\tan \angle ACB = 6 \tan \angle DBE$. Find $\angle ACB$.





but in ABC



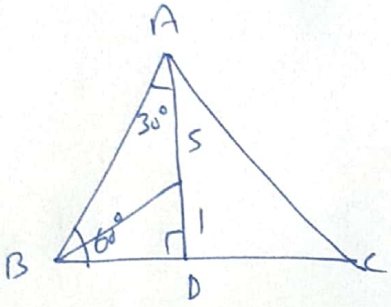
$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$

$1 = \frac{6}{\sqrt{3}}$

$\tan \angle ACB = 6 \quad \frac{1}{\frac{6}{\sqrt{3}}}$

$\tan \angle ACB = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ $\boxed{\angle ACB = 60°}$

Method 2



$\tan \angle ACB = 6 \tan \angle DBE$

$$\frac{AD}{CD} = 6 \frac{ED}{BD}$$

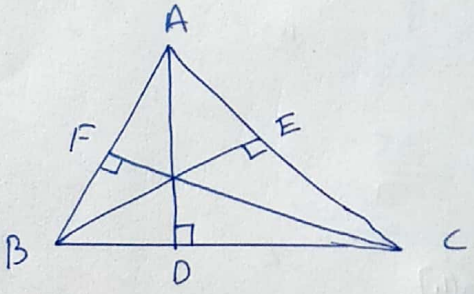
$$\frac{6}{CD} = 6 \cdot \frac{1}{BD}$$

$BD = CD$

$AB = AC$

which results in $\angle B = \angle C = 60°$

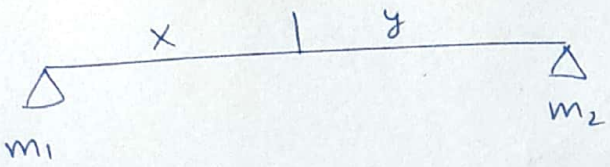
Q43 O is the orthocentre of ΔABC then A will be orthocentre



All the perpendicular cut at A.

A is the orthocentre

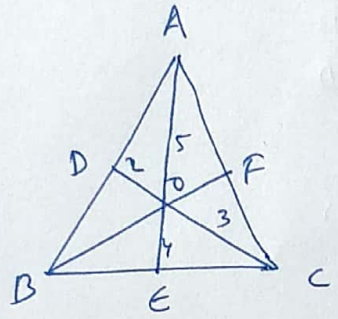
Mass point Theorem



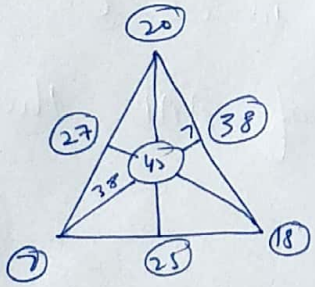
$$m_1 x = m_2 y$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{y}{x}$$

Q.44

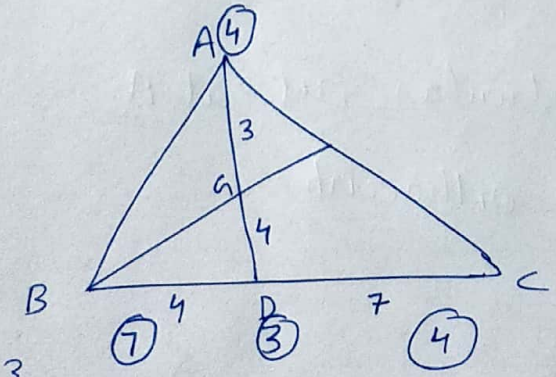


$$\frac{AO}{OE} = \frac{5}{4} \qquad \frac{CO}{OD} = \frac{3}{2}$$



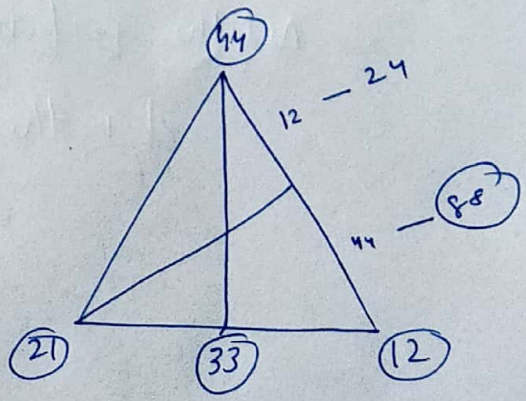
$$\frac{BO}{OF} = \frac{38}{7}$$

Q.45



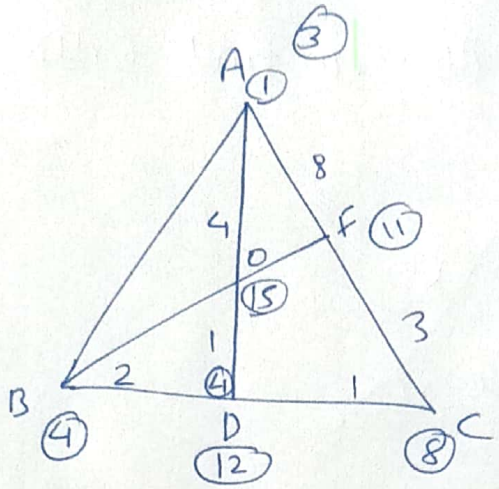
$$\frac{AG}{GD} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{4}{7}$$



88 Answer

Q.46 ABC is a △



$\frac{AO}{OD} = \frac{4}{1}$ $\frac{BD}{DC} = \frac{2}{1}$ $\frac{AF}{FC} = ?$ $\frac{BO}{OF} = ?$

$\frac{BO}{OF} = \frac{11}{4}$ $\frac{AF}{FC} = \frac{8}{3}$

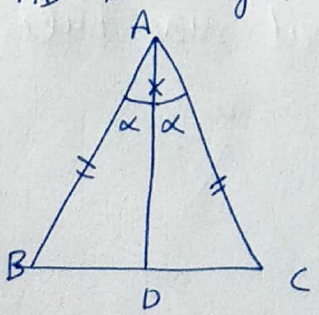
Congruency of a Triangle

Condition for congruency

1. AAS – Angle - Angle - Side
2. SAS – Side - Angle - Side
3. SSS – Side - Side - Side

Implementation of Congruency

Given → ABC is A, AD is angle bisector AB = AC



In △ ABD and △ ADC

$AB = AC$

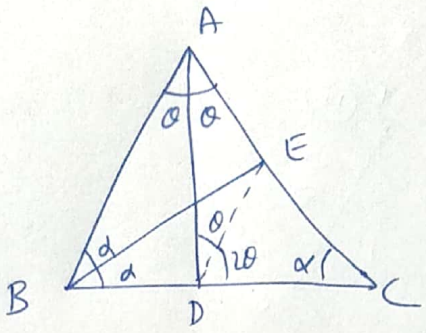
$AD = AD$

$\angle BAD = \angle DAC = \alpha$

$\triangle ABD \cong \triangle ADC$

Result → $\angle B = \angle C$, $BD = DC$, $AD \perp BC$

Q.47 In a ΔABC, $CB = 2CC$ Angle bisector AD and BE intersect at O. $AB = CD$ find $\angle ABC$



$\alpha = \theta$ by congruency

$\alpha+\alpha+\alpha+\theta+\theta = 180°$

$5\alpha = 180°$

$\alpha = \frac{180°}{5}$

$= 36°$

$\angle ABC = 2\alpha = 2 \times 36$

$= 72°$

Proof

$AB = CD$ (given)

$BE = CE$ (angles are equal "α")

$\angle ABE = \angle DCE$

By SAS

$\Delta ABE \cong \Delta CDE$

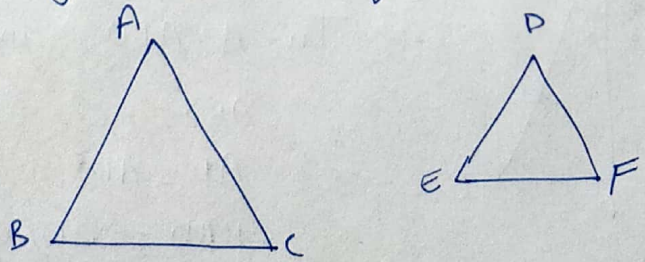
then $AE = DE$

$\alpha+\alpha+\theta = 2\theta+\theta$

$\boxed{\alpha = \theta}$

Similarity of Triangles

Similarity is nothing but sine rule.

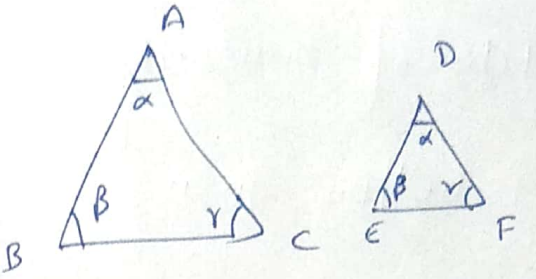


$ABC \sim DEF$

Every corresponding Ratio will be equal

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{M_1}{M_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}}$$

Proof Appying sine rule



in ΔABC

$$\frac{BC}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin\beta} \quad -(1)$$

in ΔDEF

$$\frac{EF}{\sin\alpha} = \frac{DF}{\sin\beta} \quad -(2)$$

1/2

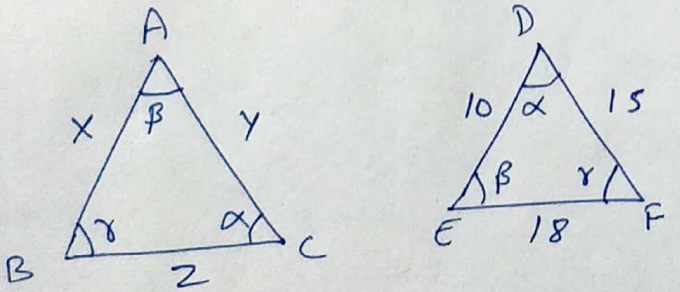
$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

Condition for similarity

(1) AA - Angle - Angle
(2) AAA Angle - Angle - Angle
(3) SSS - Side - Side - side

Every congruent triangles are similar triangles

How to use similarity →



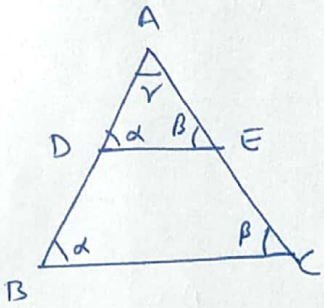
$$\frac{x}{18} = \frac{2}{15} = \frac{y}{10}$$

x : y : 2

18 : 10 : 15

Implementation of similarity →

If $DE \parallel BC$ given



$\Delta ADE \sim \Delta ABC$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

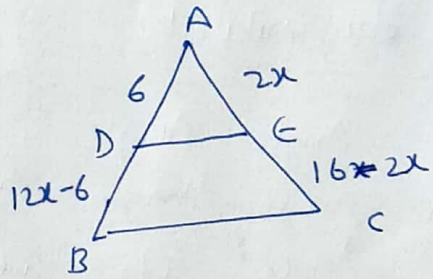
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Q.48 In a ΔABC, D and E are two points on AB and AC such that $DE \parallel BC$

If $AB = 6$ $\quad BD = 12x - 6$

$AE = 2x$ $\quad CE = 16 - 2x$

Find x



$$\frac{6}{12x-6} = \frac{2x}{16-2x}$$

This could be a long so we will take

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

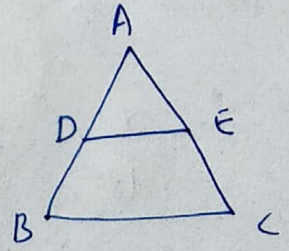
$$\frac{6}{12x} = \frac{2x}{16}$$

$$x \quad 8 \quad 4$$

$$4 = x^2$$

$$\boxed{x = 2}$$

Case-1 D is the mid point and $DE \parallel BC$



$AD = DB$ $\quad \frac{AD}{DB} = 1$

since $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ so $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{1} = 1$

so E is also a mid point.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{DE}{BC}$$

$$\boxed{DE = \frac{1}{2}BC} \qquad \frac{DE}{BC} = \sqrt{\frac{\Delta_1}{\Delta_2}} \qquad \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\text{Area of } ADE = \frac{1}{4} \text{ Area of } ABC}$$

Case 2 D and E are mid point

$$\frac{AD}{BD} = 1 = \frac{AE}{EC}$$

So $ADE \sim ABC$

then $\boxed{DE \parallel BC}$

$$\boxed{DE = \frac{1}{2}BC}$$

$$\boxed{\text{Area of } ADE = \frac{1}{4} \text{ area of } ABC}$$

Q.49 In a ΔABC, $DE \parallel BC$ $AD:BD = 3:5$ find the ratio of area of ADE to Quadrilateral BCDE

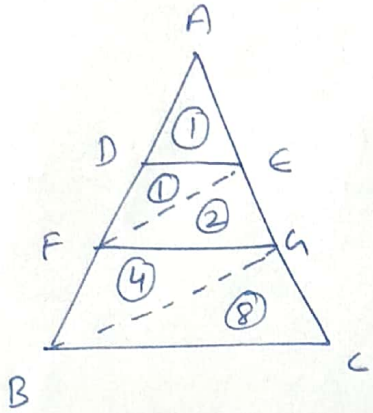
$$AD:AB = 3:8$$

$$\text{ratio of area} = \frac{9}{64}$$

$$\text{so area of } BCDE = 64 - 9 = 55$$

$$\text{Required ratio} = \frac{9}{55}$$

Q.50 $DE \parallel FG \parallel BC$ and $EF \parallel BG$ D is mid point of AF



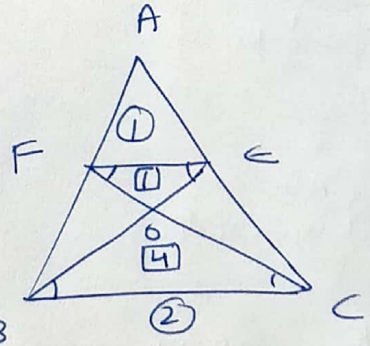
E is mid point so FE is median

F is also median

$$\frac{\text{Area of } EFG}{\text{Area of } BGC} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

Q.51 In a ΔABC median BE and CF intersect at O

ratio of area of $\frac{OFE}{ABC} = ?$



$FE \parallel BC$

$FE = \frac{1}{2} BC$ $\quad\quad$ $OFE \sim OBC$

since centroid divides triangle into 3 equal parts of Area, area of OBC, area of OAB and area of OAC is equal to 4 unit.

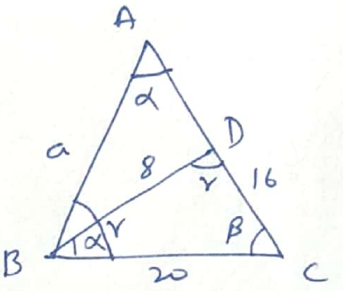
Total area $= 4+4+4 = 12$ unit

$$\frac{\text{Area of } OFE}{\text{Area of } ABC} = \frac{1}{12}$$

Q.52 ABC is a Δ

BD = 8 BC = 20 CD = 16 ∠CBD = ∠CAB

Find perimeter of ABD



In ΔBDC and ΔABC

BC = BC

∠ABC = ∠BDC

triangles are similar

Using sine rule

$$\frac{20}{16} = \frac{a}{8} = \frac{16+b}{20}$$

$$a = \frac{20 \times 8}{16} = 10$$

$$\frac{20}{16_4} = \frac{16+b}{20_5}$$

$$5 \quad \frac{20 \times 5}{4} = 16+b$$

$$25 - 16 = b$$

$$\boxed{b = 9}$$

Perimeter of ABD

$$= 20 + 16 + 8$$

$$= 44 \text{ cm}$$

Types of Triangle

Based on Side
1. Scelene Triangle
2. Isoceles triangle
3. equilateral triangle

Based on Angle
1. Actute angle Δ
2. Right angle Δ
3. Obtuse angle Δ

(A) Based on side

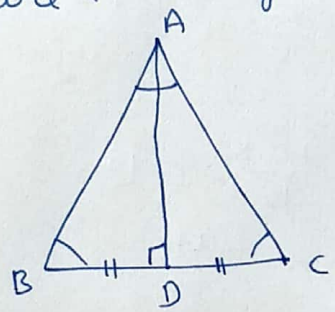
(1) Scelene Triangle

all sides and all angles are different.

(2) Isoceles Triangle

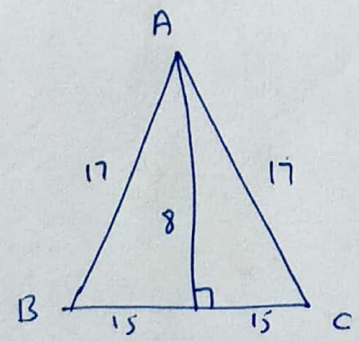
Two sides are two angles are equal

if $AB = AC$
then $\angle B = \angle C$



In this triangle Angle bisector is
(1) median since it divides BC in two equal part
(2) It is also altitude
(3) It is also perpendicular bisector
(4) All centres are collinear.

Q.53 If perimeter of an Isoceles Δ is 64 cm and height is 8 cm. find area.



$= \frac{1}{2} \times 8 \times 30 =$

$= 120 \text{ cm}^2$

Triplets

odd no.

$3 - 3^2 = 9 < \begin{matrix}4\\5\end{matrix}$

$5 - 5^2 = 25 < \begin{matrix}12\\13\end{matrix}$

$7 - 7^2 = 49 < \begin{matrix}24\\25\end{matrix}$

$9 - 9^2 = 81 < \begin{matrix}40\\41\end{matrix}$

even no

$4 - 4^2 = 16 = 8 < \begin{matrix}3\\5\end{matrix}$

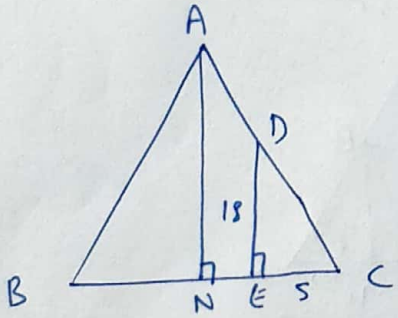
$6 - 6^2 = 36 = 18 = 8, 10$

$8 - 8^2 = 64 = 32 = 15, 17$

Q.54 In a $\triangle ABC$, D and E are two points on AC and BC such that $DE \perp BC$ and $DE = 18$, $EC = 5$

$\tan \angle ABC = 3.6$ find $\frac{AC}{CD} = ?$

(A) $\frac{BC}{2CE}$ (B) $\frac{2BC}{CE}$ (C) $\frac{CE}{2BC}$ (D) $\frac{2CE}{BC}$



$\tan \angle ACB = \frac{DE}{CE} = \frac{18}{5} = 3.6$

$\tan \angle ABC = 3.6$ given

$\angle B = \angle C$ so triangle is isosceles

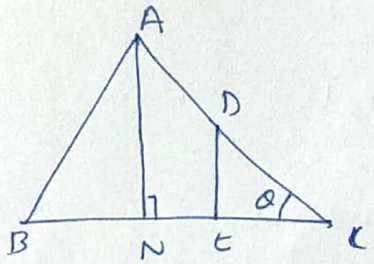
$AB = AC$ and $AN \perp BC$ will divide BC in equal parts

so $ANC \sim DEC$

and $\frac{AC}{DC} = \frac{NC}{CE} = \frac{BC}{2CE}$

$$\frac{AC}{DC} = \frac{BC}{2CE}$$

solution without similarity.



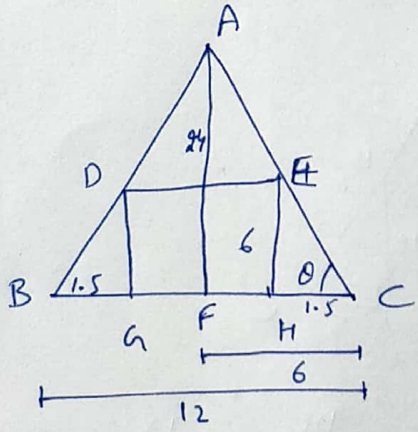
In ΔDEC, $\cos\theta = \frac{CE}{CD}$

In ΔANC $\cos\theta = \frac{NC}{AC}$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{NC}{AC}$$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{NC}{CE} = \frac{2BC}{2.CE}$$

Q.55 ABC is an isosceles Δ with Base $BC = 12$ cm there is a rectangle GHED inside the triangle whose base is GH on side BC. $HC = 6$ cm. F is the mid point of BC. If AF = 24 cm then area of $\square$.



In ΔAFC

$$\tan\theta = \frac{24}{6} = 4$$

In ΔEHC

$$\tan\theta = 4 = \frac{6}{HC}$$

$$HC = 1.5 \text{ cm}$$

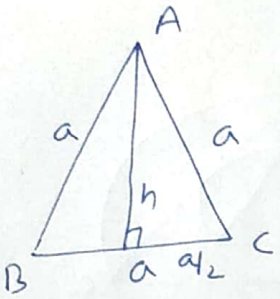
$$HC = BG = 1.5 \text{ cm}$$

$$DE = 12 - (1.5 + 1.5) = 9 \text{ cm}$$

Area of $\square$ $= 9 \times 6 = 54 \text{ cm}^2$

③ equilateral triangle

All sides and all all angles are equal.



$AB = BC = CA = a$

$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$

$P = 3a \quad S = \frac{3a}{2}$

$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

All angle bisector, all median, all ⊥ bisectors and all altitudes are all same

The centre is all 4 centres. All 4 centre lie on a same point.

$R : r = \frac{2}{1}$ in this triangle

$$R = \frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

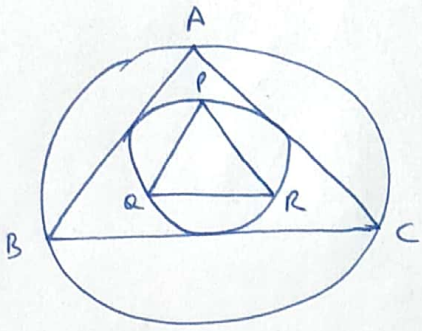
$$r = \frac{a}{2\sqrt{3}}$$

Ratio of Area of circum circle and Incircle is

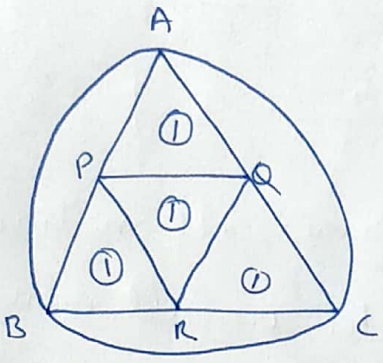
$$\frac{(2)^2}{(1)^2} = 4:1$$

Since $\frac{R}{r}$ was $\frac{2}{1}$

Q.56 Find Ratio of Area of ABC and area of PQR

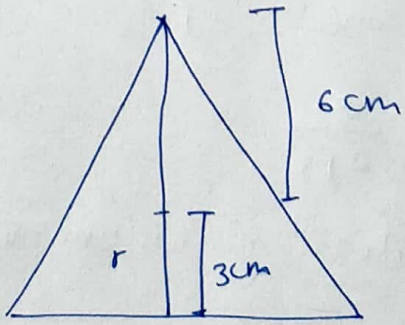


rotate the triangle in circle



$$\frac{\text{Area of ABC}}{\text{Area of PQR}} = \frac{4}{1} = 4$$

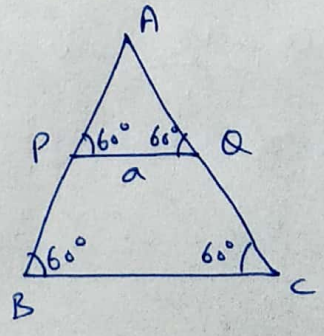
Q.57 If inradius of an equilateral triangle is 3 cm. Find the height of this Δ.



total height = 6+3 = 9cm

Note IF PQ || BC
then APQ is also equilateral Triangle.

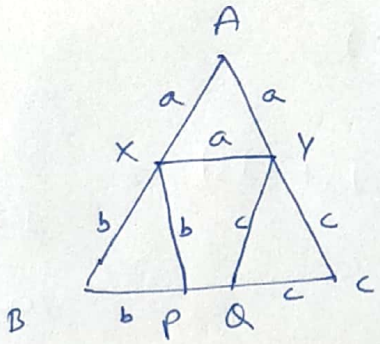
Area = $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$



Q.58 In a equilateral Δ^{ABC} having sides 30 cm

$XY \| BC$, $XP \| AC$, $YQ \| AB$

$XY + XP + YQ = 40$ cm find PQ



$$AB + BC + AC = 90^\circ$$

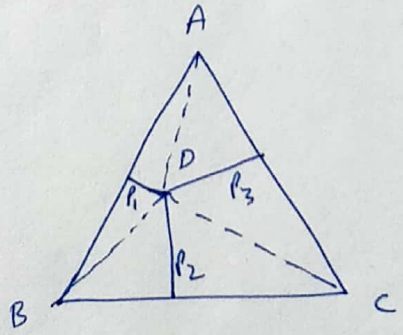
$$a + b + b + PQ + c + c + a = 90^\circ$$

$$2(a + b + c) + PQ = 90^\circ$$

$$2(40) + PQ = 90^\circ$$

$$PQ = 10 \text{ cm}$$

Note If the length of perpendicular on sides from any point D inside the equilateral triangle are P_1, P_2 and P_3. find Side.



$$ABD + BDC + ADC = \Delta$$

$$\frac{1}{2} a (P_1 + P_2 + P_3) = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$\boxed{a = \frac{2}{\sqrt{3}} (P_1 + P_2 + P_3)}$$

Q. 59 Find the area of an equilateral triangle in which length of perpendicular on sides from a point D inside the Δ are $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$ and $5\sqrt{3}$

$$a = \frac{2}{\sqrt{3}}(p_1+p_2+p_3)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}(2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+5\sqrt{3}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 10\sqrt{3}$$

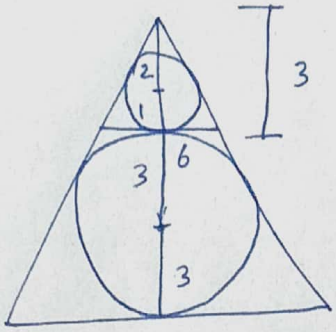
$$= 20$$

$$a = 20$$

$$\text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4}(20)^2 = 100\sqrt{3}\ \text{cm}^2$$

Q. 60 Find the area of triangle (equilateral) in which D is a point inside which is situated from all three vertices at a distant 3, 4, 5

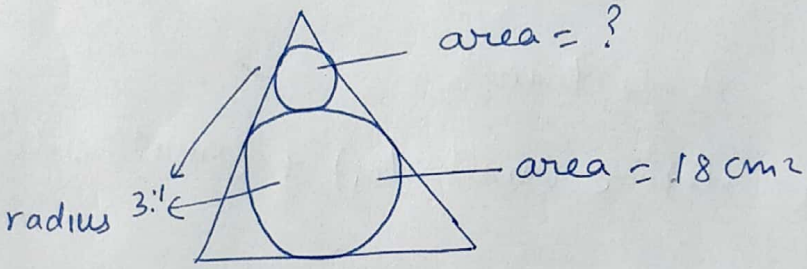
Note



radius of smaller circle = 1

radius of greater is 3

Q.61



ratio of radius = 3:1

ratio of area = 9:1

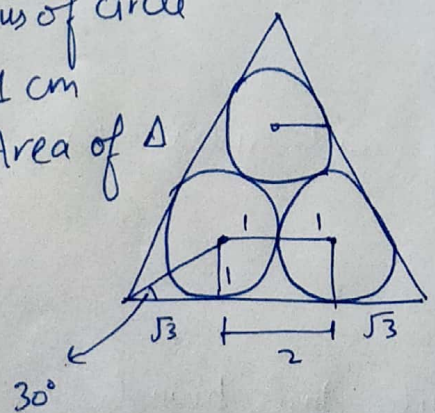
but given $18\ cm^2$

$9 \longrightarrow 18\ cm^2$

$1 \longrightarrow 2\ cm^2$

Q.62 Radius of circle is 1 cm

find Area of Δ



side = $2+2\sqrt{3}$

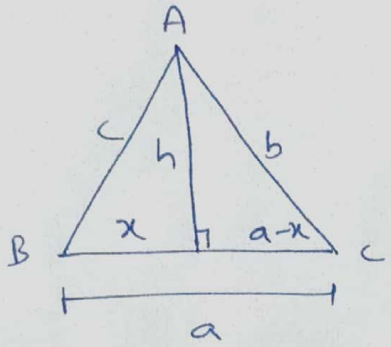
$= 2(\sqrt{3}+1)$

Area of $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4(4+2\sqrt{3})$

$= 6+4\sqrt{3}\ cm^2$

(B) Types of Triangle based on Angle

(1) ~~Acute~~ Acute Angle Triangle



$$h^2 = c^2 - x^2 = b^2 - (a-x)^2$$

$$c^2 - x^2 = b^2 - a^2 - x^2 + 2ax$$

$$a^2 + c^2 = b^2 + 2ax$$

In acute Angle triangle

$$(\text{bigger side})^2 < (\text{small side}_1)^2 + (\text{small side}_2)^2$$

c is largest side

in acute angle Δ

$$c^2 < a^2 + b^2$$

in obtuse angle Δ

$$c^2 > a^2 + b^2$$

in right angle Δ

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Q.63 Find the type of triangle with sides 4, 5, 6 cm.

$$6^2 < 5^2 + 4^2$$

$$36 < 25 + 16$$

$$36 < 41$$

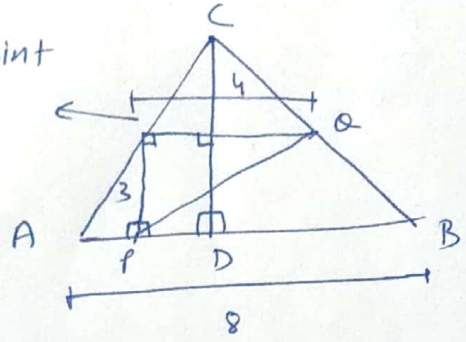
Acute Angle triangle

Note

All four centre lies inside the △

Q.64 Let ABC be an acute angle △ AB is base and equal to 8 cm and CD is altitude of length 6 cm. Find the distance between mid point of BC and AC

P> ₹ mid point
उ३



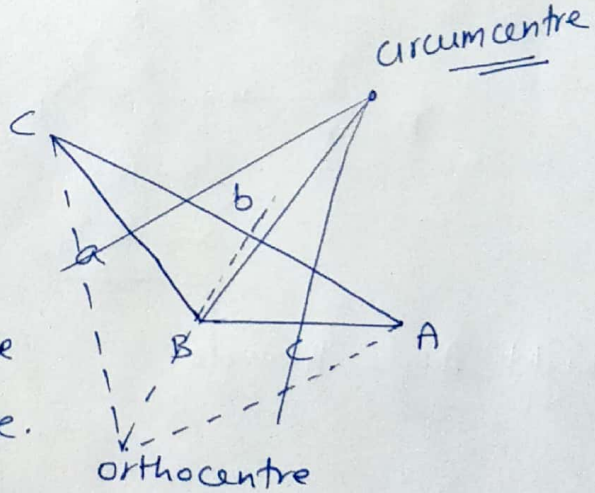
$PQ = \sqrt{4^2+3^2}$

$PQ = 5\,cm$

(2) Obtuse Angle Triangle

One angle > 90°

$b^2 > a^2+c^2$



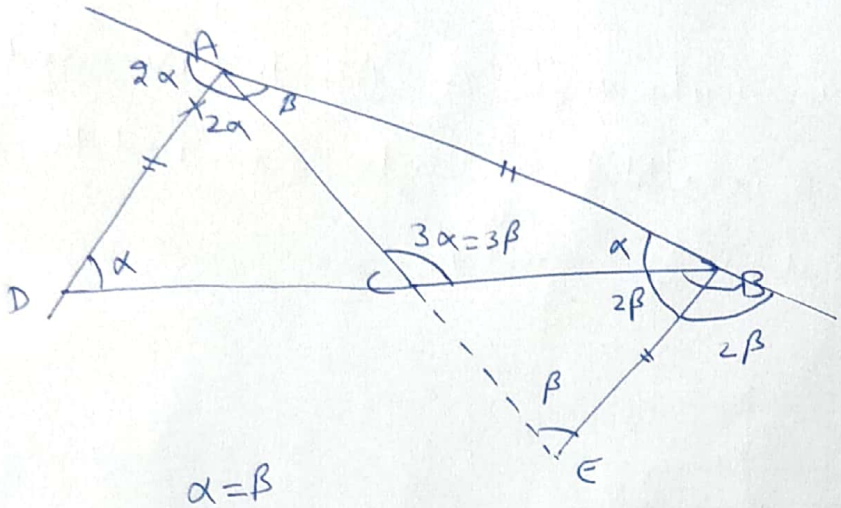
Circumcentre is outside the triangle near biggest side.

Orthocentre is outside the triangle near biggest angle.

Incentre and centroid lies inside the triangle.

Q.65 In a △ABC C is an obtuse angle. The angle bisector of exterior angle a and b meet BC and AC produced at D and A respectively. If AB = AD = AE, Find ∠ACB.

→ When no angle is given answer will be in multiple of 36.



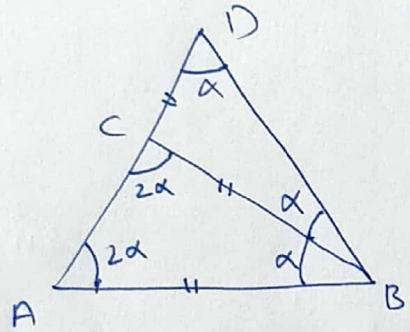
$\alpha = \beta$

$5\alpha = 180^\circ$

$\alpha = 36$

$\angle ACB = 3\alpha = 108^\circ$

Q.66



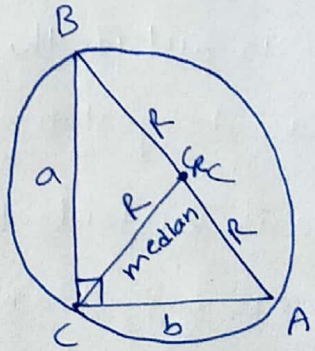
$AB = BC = CD$

$AD = BD$

$5\alpha = 180^\circ$

$\alpha = 36^\circ$

(3) Right Angle Triangle



$\angle C = 90^\circ$

$c^2 = a^2 + b^2$

$\text{Area} = \frac{1}{2}ab$

$S = \frac{a+b+c}{2}$

$R = \text{circumradius} = \frac{c}{2\sin C} = c/2$

Mid point of hypotenuse is a circumcentre (C_R)

Smallest median $= R$

$\Delta = r.s$

$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\frac{1}{2}a.b}{\frac{a+b+c}{2}}$$

$$\boxed{r = \frac{ab}{a+b+c}}$$

$$r = \frac{ab}{a+b+c} \times \frac{a+b-c}{a+b-c}$$

$$r = \frac{ab(a+b-c)}{a^2+b^2+2ab-c^2}$$

$$\boxed{r = \frac{a+b-c}{2}}$$

$$r = \frac{a+b}{2} - \frac{c}{2}$$

$$r = \frac{a+b}{2} - R$$

$$\boxed{2(r+R) = a+b}$$

where a = perpendicular, b = base

$\Delta = r.s$

$$\Delta = \left(\frac{a+b-c}{2}\right)s.$$

$$\Delta = \left(\frac{a+b+c-2c}{2}\right)s$$

$$\Delta = \left(\frac{a+b+c}{2} - c\right)s \Rightarrow \boxed{\Delta = (s-c)s}$$

$$\boxed{\Delta = s(s-2R)}$$

$$\boxed{\Delta = s(s-2M)}$$

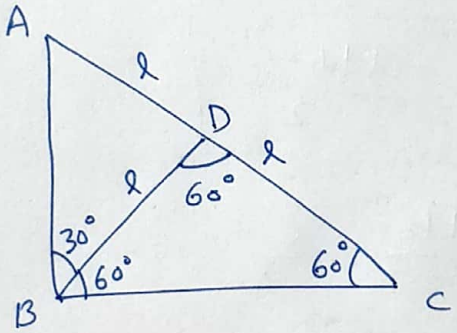
M = shortest median

Q.67 If semiperimeter of a right angle Δ is 126 cm and shortest median is 56. find area.

$$\Delta = s(s-2M)$$
$$= 126(126-2\times56)$$
$$= 126(126-112)$$
$$= 1764\ cm^2$$

Q.68 In a right angled triangle ABC, median BD divides right angle in 2:1. find the area of Δ if BD = ℓ

$\angle B = 90^\circ$



since BD is median, D is a mid point as well as circumcentre.

median divides triangle in equal area.

Area of ABC = 2x Area of BDC

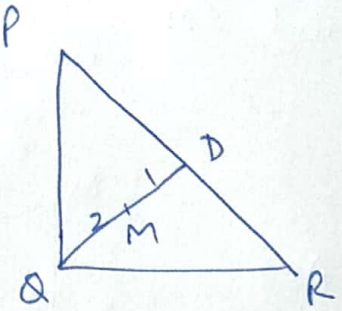
Δ BDC is equilateral triangle.

Area of BDC = $\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^2$

Area of ABC = $2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\ell^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\ell^2$

Q.69 In a ΔPQR, $\angle Q = 90°$, $PQ = 5$, $QR = 12$ find QM if M is centroid.



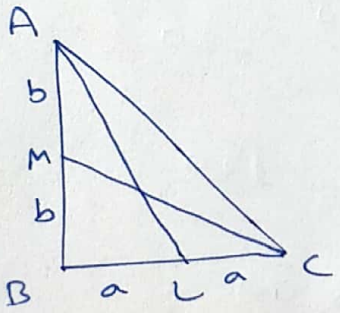
centroid lies on Median and divides median in 2:1

$$QM = \frac{2}{3} QD$$

$$QD = \frac{13}{2}$$

$$QM = \frac{2}{3} \times \frac{13}{2} = 4\frac{1}{3} \text{ cm}$$

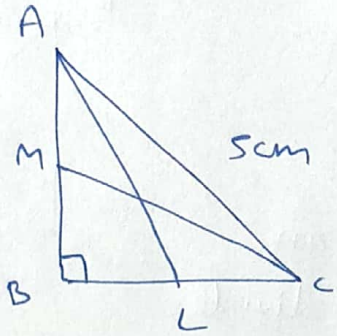
Note



$$AL^2 + CM^2$$
$$= a^2 + 4b^2 + b^2 + 4a^2$$
$$= 5(a^2 + b^2)$$
$$= \frac{5}{4}\left(\frac{a^2 + b^2}{4}\right)$$
$$= \frac{5}{4}(AC)^2$$

when Two medians other than shortest squared and added then the sum is equal to $\frac{5}{4}$ of the value of hypotenuse.

Q.70 In a Δ right angled at B $AC = 5cm$, median $AL = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ find CM.



$$(AL)^2 + (CM)^2 = \frac{5}{4}(AC)^2$$

$$= \left(\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)^2 + (CM)^2 = \frac{5}{4} \times 5 \times 5$$

$$= \frac{45}{4} + (CM)^2 = \frac{125}{4}$$

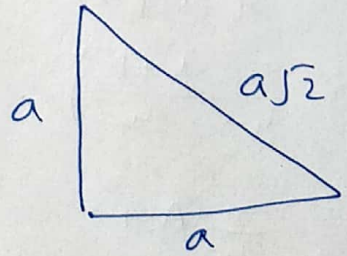
$$(CM)^2 = \frac{125}{4} - \frac{90/2}{4} = \frac{125}{4} - \frac{45}{4}$$

$$(CM)^2 = \frac{80}{4} = 20$$

$$CM = \sqrt{20}$$

$$CM = 2\sqrt{5}\ cm$$

Q.71 ABC is an isosceles right angle Δ. If Perimeter is P find Area.



perimeter

$$P = a + a + a\sqrt{2}$$

$$P = 2a + a\sqrt{2}$$

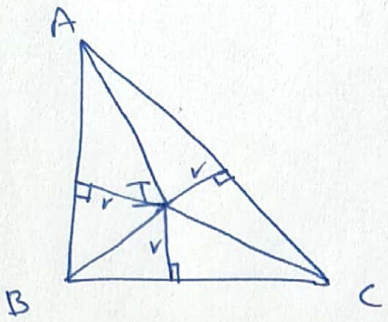
$$P = a(2 + \sqrt{2})$$

$$\frac{P}{2+\sqrt{2}} = a$$

$$\Delta = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2}{(4+2+4\sqrt{2})} = \frac{P^2}{2(6+4\sqrt{2})}$$

$$= \frac{P^2}{4(3+2\sqrt{2})} \Rightarrow \boxed{\frac{P^2}{4}(3-2\sqrt{2})}$$

Q.72 ABC is an isosceles right Angle triangle. I is incentre. find ratio of area of triangle $\triangle AIC$ and $\triangle ABC$



Ratio of area

$AIC : BIC : AIB$

$\sqrt{2} : 1 : 1$

$AIC : ABC$

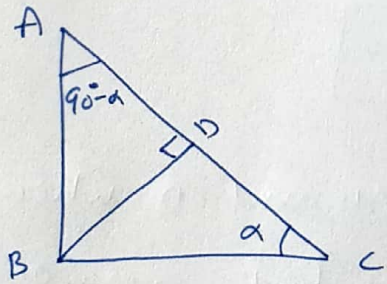
$\sqrt{2} : 2+2\sqrt{2}$

$1 : \sqrt{2}+1$

$\sqrt{2}-1 : 1$

Some Important Results without using Similarity

①



$$\frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} AC \times BD$$

$$\boxed{\frac{AB \times BC}{AC} = BD}$$

② In $\triangle BDC$

$$\tan\alpha = \frac{BD}{CD} \quad -①$$

In $\triangle ABD$

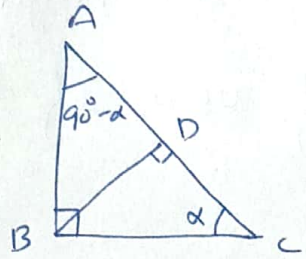
$$\tan(90°-\alpha) = \cot\alpha = \frac{BD}{AD} \quad -②$$

① × ②

$$1 = \frac{BD^2}{AD \times CD}$$

$$\boxed{BD^2 = AD \times CD}$$

(3)



In ΔBDC

$$\cos\alpha = \frac{CD}{BC}$$

In ΔABC

$$\cos\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$$

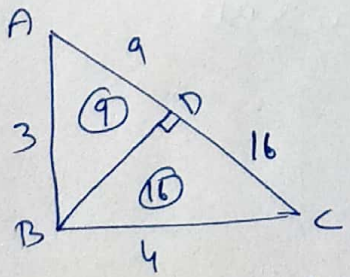
$$BC^2 = CD.AC$$

$$\frac{BC^2}{AC} = CD$$

$$\frac{AB^2}{AC} = AD$$

$$AD : CD = AB^2 : BC^2$$

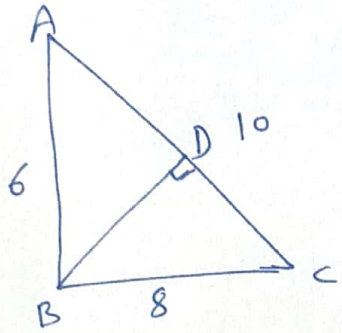
Q.73 Find the ratio of ~~area~~ AD and CD when $AB = 3$ cm $BC = 4$ cm $\angle B = 90°$. Also find area of ΔADB



$$AD : CD = (3)^2 : (4)^2 = 9 : 16$$

$$\text{Area of } \Delta ADB = \frac{9}{25} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4^2 = \frac{54}{25} \text{ sq.cm}^2$$

Q.74

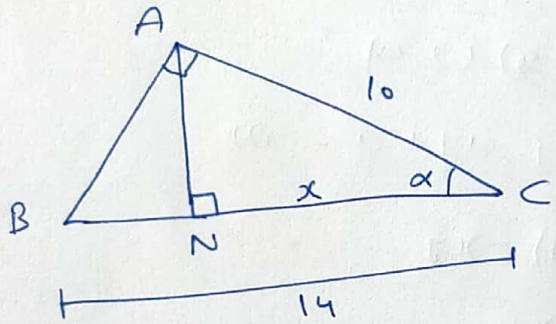


$$CD = \frac{(8)^2}{10} = 6.4 \text{ cm}$$

$$AD = \frac{(6)^2}{10} = 3.6 \text{ cm}$$

$$BD = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8 \text{ cm}$$

Q.75



in Δ ANC

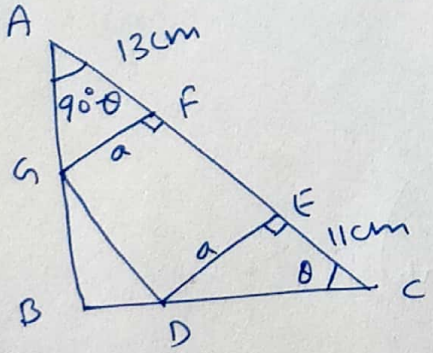
$$\cos\alpha = \frac{x}{10}$$

in Δ ABC, ~~cos~~ $\alpha = \frac{10}{14}$

$$\frac{x}{10} = \frac{10}{14} \frac{5}{7}$$

$$x = \frac{50}{7} \text{ cm}$$

Q.76



In Δ DEC

$$\tan\theta = \frac{a}{11} \quad (1)$$

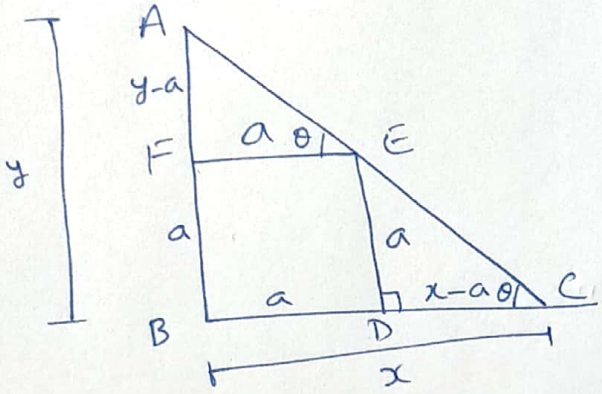
In Δ GAF

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta = \frac{a}{13} \quad (2)$$

(1) × (2)

$$1 = \frac{a^2}{143} \Rightarrow \boxed{a^2 = 143 \text{ cm}^2}$$

Maximum Area of square



In ΔCDE, $\tan\theta = \frac{a}{x-a}$ —(1)

In ΔAFE, $\tan\theta = \frac{y-a}{a}$ —(2)

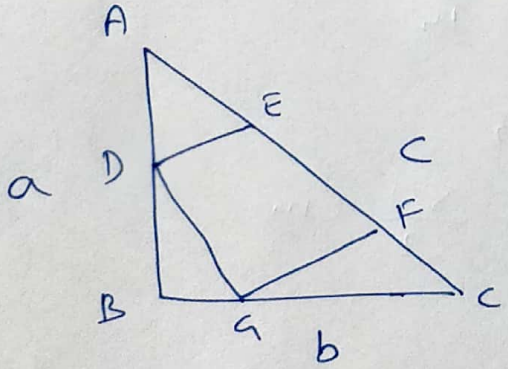
$$a^2 = (x-a)(y-a)$$

$$a^2 = xy - ay + a^2 - ax$$

$$a(x+y) = xy$$

$$a = \frac{xy}{(x+y)}$$

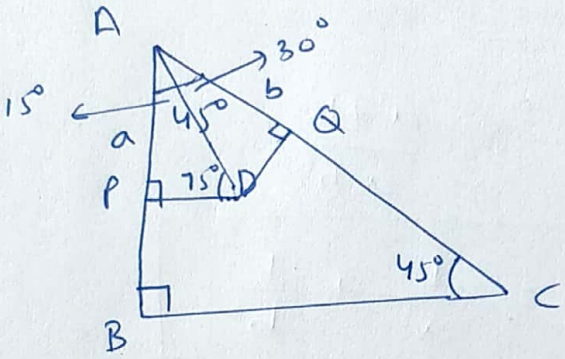
$$a^2 = \left(\frac{xy}{x+y}\right)^2$$



$$\text{Area} = \left(\frac{abc}{a^2+b^2+ab}\right)^2$$

Q.77 In an isosceles right angle triangle ABC (at B) perpendicular are drawn from a point D inside the triangle on side AB and AC meet at P and Q respectively.

$AP = a$ unit, $AQ = b$ unit $\quad \angle PAD = 15^\circ$



$\angle PAD = 15^\circ$

$\angle DAQ = 30^\circ$

in ΔAPD, $\sin 75^\circ = \frac{P}{H} = \frac{a}{AD}$

in ΔADQ

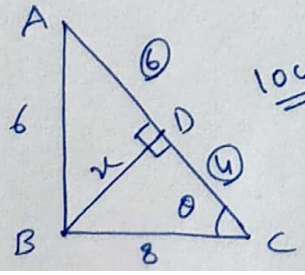
$$\cos 30^\circ = \frac{b}{AD}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{b}{AD}$$

$$AD = \frac{2b}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 75^\circ = \frac{a}{AD} = \frac{a}{\frac{2b}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}a}{2b}$$

Q.78 In right angle ΔABC, BD divides ΔABC into two equal perimeter Δ. Find BD if $AC = 10$ cm, $BC = 8$ cm $\angle B = 90^\circ$



10 cm

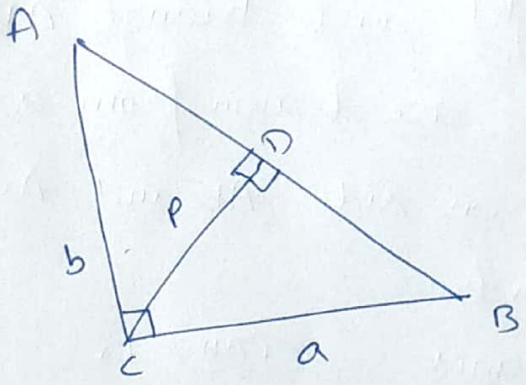
Applying cosine rule in ΔBDC

$$\cos\theta = \frac{4^2 + 8^2 - x^2}{2 \cdot 4 \cdot 8} = \frac{8}{10}$$

$$80 - x^2 = 256/5$$

$$x^2 = \frac{144}{5} \Rightarrow \boxed{x = \frac{12}{\sqrt{5}}}$$

Q.79



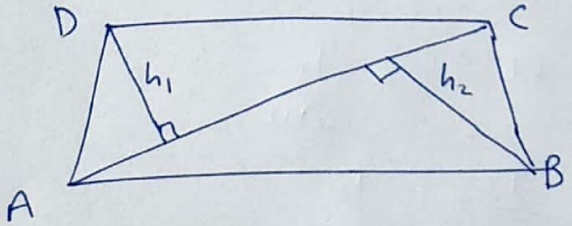
$$P = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{1}{p^2} = \frac{c^2}{a^2b^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$$

$$\boxed{\frac{1}{p^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$$

Quardilateral

Region bounded by 4 lines is called Quardilateral.

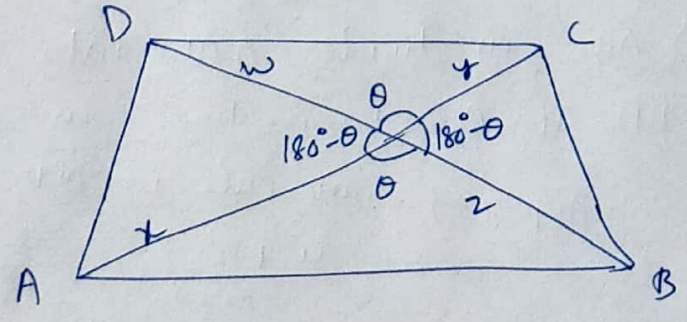


Property ① $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

② Area of ABCD = Area of ACD + ABC

$= \frac{1}{2} AC(h_2 + h_1)$

③



Area of ABCD = Area of ($\Delta OAB + \Delta OBC + \Delta OCD + \Delta OAD$)

$$= \frac{1}{2} x\, 2 \sin\theta + \frac{1}{2} y\, 2 \sin\theta + \frac{1}{2} yw \sin\theta + \frac{1}{2} xw \sin\theta$$

$$= \frac{1}{2} (2(x+y) + w(x+y) \sin\theta$$

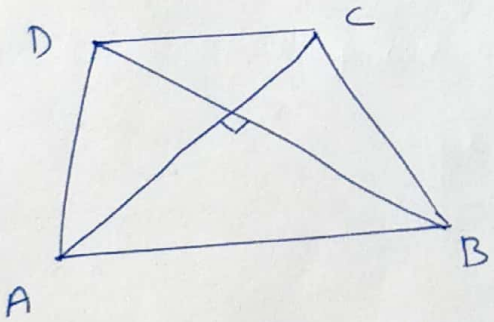
$$= \frac{1}{2} (x+y)(2+w) \sin\theta$$

$x+y = AC = d_1$

$w+z = BD = d_2$

Area of ABCD $= \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\theta$

(4) If diagonal makes or intersect at 90°



then $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$

Q.80 If a quardilateral having sides $AB = 6$, $BC = 7$, $CD = 5$. find AD if diagonal intersect at right angle

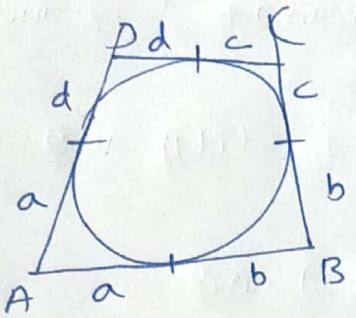
$$AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$$

$$36 + 25 = 49 + AD^2$$

$$AD^2 = 12$$

$$AD = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

Note If a circle touch all the sides of a quardilateral ABCD.



(1) Sum of opposite sides is equal

$$AB+CD = BC+AD$$

Q.81 If a quardilateral is circumscribed of a circle. (ABCD)

$AB = 7.7$ cm, $BC = 8.5$, $CD = 9.2$ find $AD = ?$

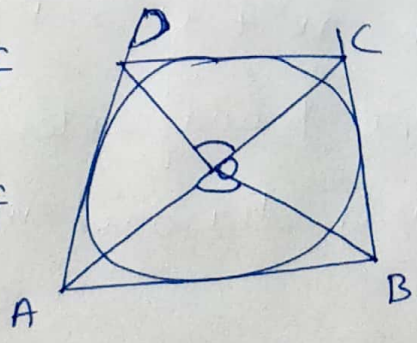
$$AB+CD = BC+AD$$

$$7.7+9.2 = 8.5+x$$

$$\boxed{8.4 = x \text{ cm}}$$

Note →

O is the centre of circle not the intersection point of dragonals



$$\angle AOB + \angle COD = \angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$$

Q.82 If a Quardilateral is circumscribed of a circle. and $\angle AOB$ is 135° find angle COD. O is the centre of circle.

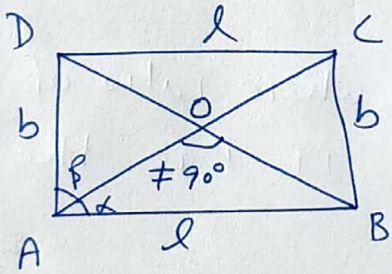
$$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

$$\angle COD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

Types of Quardilaterals

(a) Scelene Quardilateral
(b) Rectangle
(c) Square
(d) Parellogram
(e) Rhombus
(f) Trapezium
(g) Cyclic Quardilateral
(h) Cyclic Trapezium

Rectangle



$AB = CD = l$

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

$AC = BD = \sqrt{l^2+b^2}$

Diagonal bisect each other but not at 90°

Diagonal donot bisect vertex angle $\alpha \neq \beta$

Perimeter $= 2(l+b)$

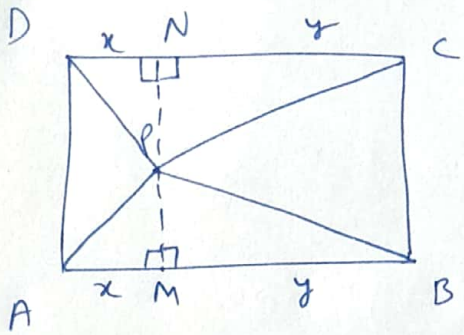
area $= l.b.$

$\Delta ABC = \Delta BCD = \Delta ABD = \Delta ACD = \frac{1}{2} ABCD$

$\Delta OAB = \Delta OBC = \Delta OCD = \Delta OAD = \frac{1}{4} ABCD$

Note If D is a point inside a rectangle ABCD

$AP^2 + CP^2 = BP^2 + PD^2$



Proof →

$PN^2 = PD^2 - x^2$

$PN^2 = PC^2 - y^2 = PD^2 - x^2$ — (1)

$PM^2 = PA^2 - x^2 = PB^2 - y^2$ — (2)

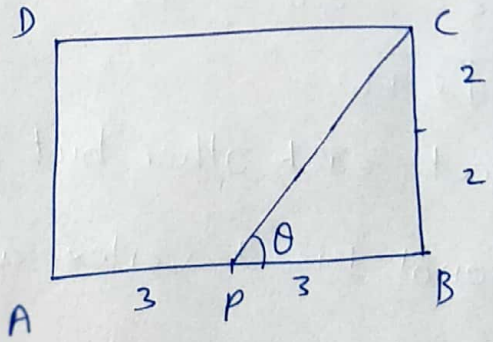
from (1) and (2) (1) − (2)

$PC^2 - y^2 - PB^2 + y^2 = PD^2 - x^2 - PA^2 + x^2$

$$PC^2 + PA^2 = PB^2 + PD^2$$

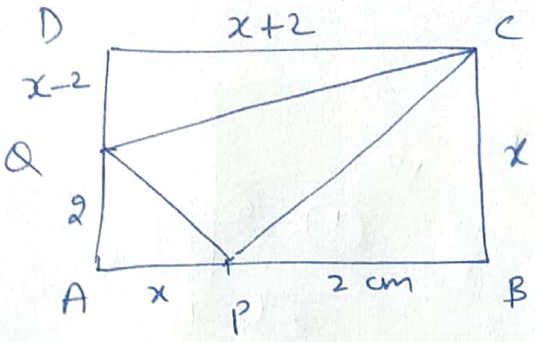
Q.83 ABCD is a rectangle where ratio of the length of AB and BC is 3:2. If P is the mid point of AB. Find Sin ∠CPB.

3 : 2
6 : 4



$\text{Sin} \angle CPB = \text{Sin}\,\theta = \frac{P}{H} = \frac{4}{5}$

Q.84 ABCD is a rectangle. P and Q are two point on AB and AD s.t. area of ΔAPQ, ΔPBC and $\angle CQQ$ are equal. If BP = 2 cm. Find AP.



from ΔQCD = from ΔAPQ

$$\frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}x.2$$

$$x^2-4 = 2x$$

$$x^2-2x = 4$$

$$x^2+1-2x = 4+1$$

$$(x-1)^2 = 5$$

$$x-1 = \sqrt{5}$$

$$\boxed{x = \sqrt{5}+1}$$

Q.55 If l, b, P are length breadth and parameter of a rectangle and b, l, P are in G.P. $\frac{l}{b} = ?$

If a, b, c are in G.P

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow b^2 = ac$$

Now b, l, P are in G.P

$$\frac{b}{l} = \frac{l}{P}$$

$$l^2 = bP$$

$$l^2 = b\,2(l+b)$$

$$l^2 = 2lb + 2b^2$$

$$l^2 - 2lb = 2b^2$$

$$l^2 - 2lb + b^2 = 2b^2 + b^2$$

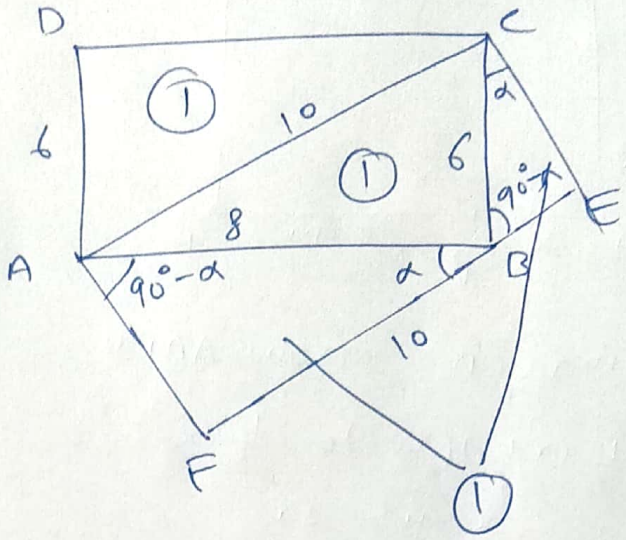
$$(l-b)^2 = 3b^2$$

$$l-b = \sqrt{3}\,b$$

$$l = (\sqrt{3}+1)b$$

$$\boxed{\frac{l}{b} = \sqrt{3}+1}$$

Q.86



$$\frac{ABCD}{AFEC}$$

$$= \frac{2}{2} = \boxed{1}$$

$$\frac{AF}{BE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

AFB : BCE

16 : 9 (25)

$6 \times 8 = 48\,cm^2 \Rightarrow \frac{48}{2} = 24\,cm^2$ triangle

$\Rightarrow$ Area

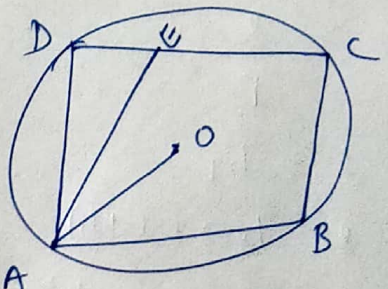
Area of AFB

$\frac{24}{25} \times 16$ sq cm^2

Area of BCE = $9/25 \times 16\ cm^2$

Q.87 ABCD is a rectangle

AB > BC

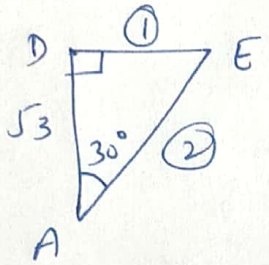


Area $\frac{\text{Circle}}{\text{rectangle}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$

$\angle OAB = \angle EAD$ $\quad \frac{AE}{AD} = ?$

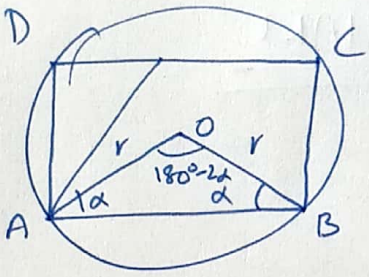
$\angle EAD = 30°$

$\angle OAB = 30°$



$$\frac{AE}{AD} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Proof of $\alpha = 30°$



Area of $OAB = \frac{1}{2} r.r. \sin(180° - 2\alpha)$

$= \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha$

Area of $OAB = \frac{1}{4}$ Area of ABCD

Area of $ABCD = 4 . \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha$

$= 2r^2 \sin 2\alpha$

$$\frac{\text{Circle}}{\text{Rectangle}} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \quad \text{(given)}$$

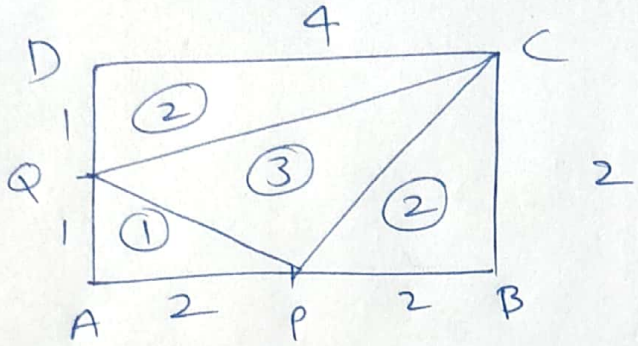
$$\frac{\pi r^2}{2r^2 \sin 2\alpha} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60°$$

$$2\alpha = 60°$$

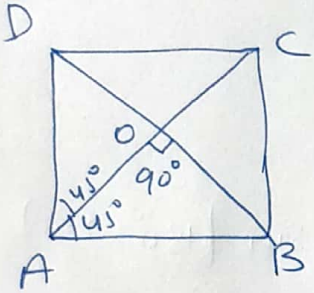
$$\boxed{\alpha = 30°}$$

Note



$$\frac{\text{Area of } CPQ}{\text{Area of } ABCD} = \frac{3}{8}$$

SQUARE



$AB = BC = CD = DA = a$

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$

$P = 4a$

$\text{area} = a^2$

Diagonal $AC = BD = \sqrt{2}a$

Bisect each other @ 90°

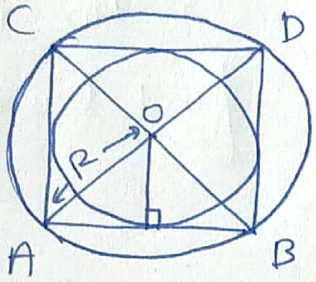
O is the mid point of both diagonal

Area of ABC = Area of ACD = Area of BCD

= Area of ABD $= \frac{1}{2}a^2$

$\Delta OAB = \Delta OBC = \Delta OCD = \Delta OAD = \frac{1}{4}a^2$

Circumcircle in square pass through All vertices.



Circumradius $R = \frac{\text{diagonal } AC}{2}$

$= \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{a}{\sqrt{2}}$

Inradius (r) $= \frac{\text{side } BC}{2}$

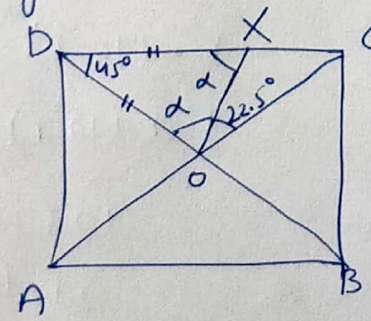
$= \frac{a}{2}$

$\frac{R}{r} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ $\qquad \frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{2}{1}$

Q.88 If side of a square is 10 cm. Find Ratio of area of circumcircle and Incircle

$\frac{\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{2}{1}$

Q.89 ABCD is a square, O is the intersection point of diagonal. X is a point on CD s.t. DO = DX



$2\alpha + 45^\circ = 180^\circ$

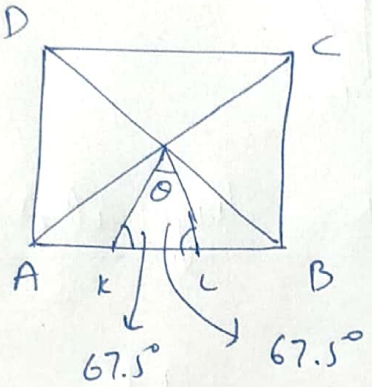
$2\alpha = 135$

$\alpha = 67.5^\circ$

$\angle XOC = 22.5^\circ$

$\frac{\angle DOX}{\angle XOC} = \frac{67.5^\circ}{22.5^\circ} = \frac{3}{1}$

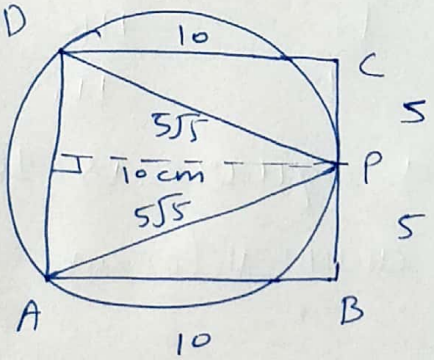
Q.90 ABCD is a square. L and K are two point on AB s.t. $BO = BK$, $AO = AL$, O is the intersection point of diagonal. If $\angle LOK = \theta$ find $\tan\theta$



$\theta = 45°$

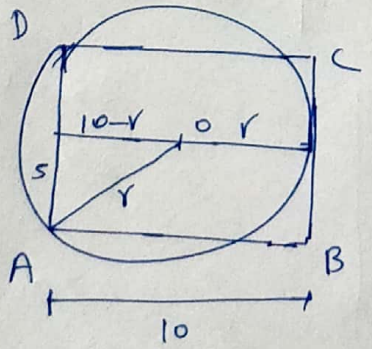
$\tan\theta = \tan 45° = 1$

Q.91 ABCD is a square of side 10 cm. BC is the tangent. Find the radius of circle.



$$R = \frac{abc}{4\Delta} = \frac{10 \times 5\sqrt{5} \times 5\sqrt{5}}{4 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 10} = \frac{25}{4} = 6.25 \text{ cm.}$$

Another method



$r^2 - (10-r)^2 = 5^2$

$r^2 - (r+10-r)(r-10+r) = 25$

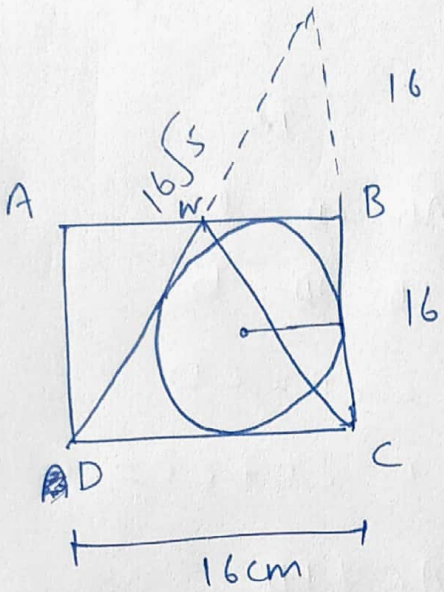
$10(2r-10) = 25$

$2r - 10 = 2.5$

$2r = 12.5$

$r = \frac{12.5}{2} = 6.25$

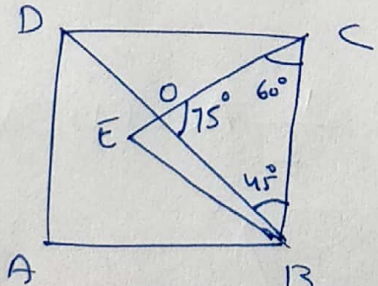
Q.92 ABCD is a square. W is the mid point of AB. side of square is 16 cm. Find the radius of circle in figure.



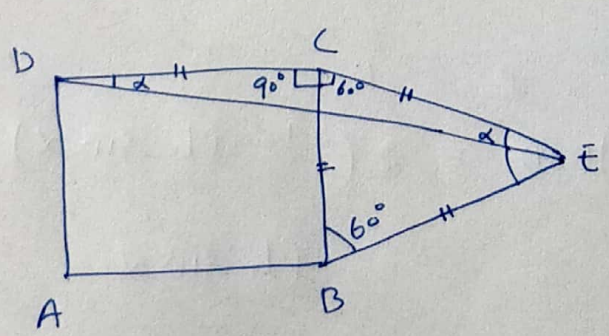
$$r = \frac{\Delta}{s} = \frac{\frac{1}{2} \times 16 \times 32}{\frac{16+32+16\sqrt{5}}{2}} = \frac{16 \times 32}{16(1+2+\sqrt{5})}$$

$$= \frac{32}{3+\sqrt{5}} \text{ cm}$$

Q.93 ABCD is a square. BCE is a equilateral Δ inside square. CE intersect diagonal BD at O. Find $\angle BOC$.



Q.94 ABCD is square. BCE is equilateral Δ outside. Find $\angle DEC$

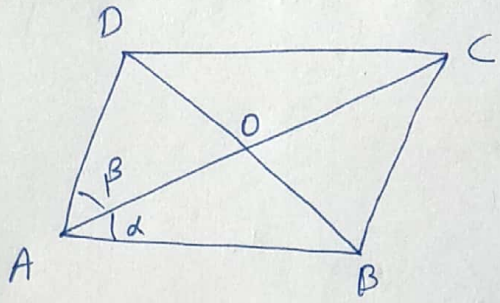


$2\alpha + 150^\circ = 180^\circ$

$2\alpha = 30^\circ$

$\boxed{\alpha = 15^\circ}$

Parallelogram



$AB \| CD$, $AB = CD = l$

$CB \| AD$, $CB = AD = b$

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

$\angle A + \angle B = \angle B + \angle C = \angle C + \angle D = \angle D + \angle A = 180^\circ$

diagonal $AC \neq BD$

but bisect each other at O

O is midpoint of AC and BC

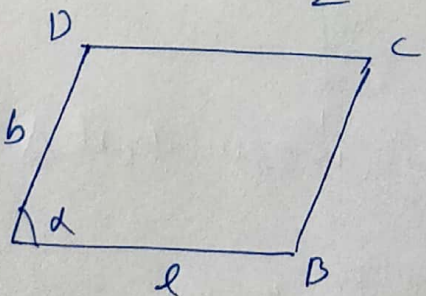
$\angle AOB \neq 90^\circ$

$\angle \alpha \neq \angle \beta$

Area of $\Delta ABC = BCD = ABD = ACD = \frac{1}{2} ABCD$

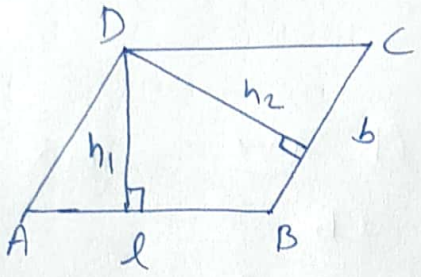
Area of $OAB = OBC = OCD = ODA = \frac{1}{4} ABCD$

Area of $ABCD = \frac{1}{2} AC . BD . \sin\theta$



Area of $ABCD = 2\left(\frac{1}{2} lb \sin\alpha\right)$

$= lb \sin\alpha$



area $= lh_1 = bh_2$

h_1 = ⊥ distance b/w longer sides

h_2 = ⊥ distance between shorter sides

h_1 = Altitude on bigger side

h_2 = Altitude on smaller side.

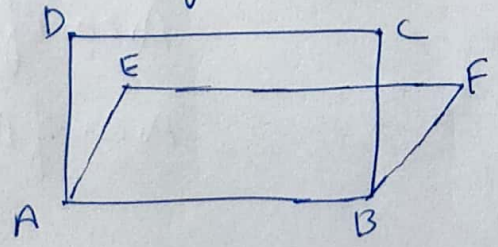
Q.95 Area of a parellogram is 800 cm^2 and ratio of length and breadth is 5:4. If distance b/w bigger side is 20 cm. find the distance between smaller side

l : b
5 4

$$\frac{l}{b} = \frac{h_2}{h_1} = \frac{5}{4}$$

$h_1 : h_2$
4 : 5
20 ↙ so $h_2 = 5 \times 5 = 25$ cm

Q.96 If length (base) and perimeter of a parellogram and rectangle is same find the ratio of area of parallelogram to area of Rectangle.



parellogram has less area.

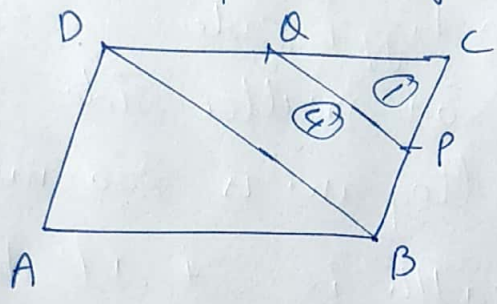
Alternative Method

$$\frac{\text{Area of } \parallel\text{gram}}{\text{Area of Rectangle}} = \frac{lb \sin\alpha}{lb} = \sin\alpha$$

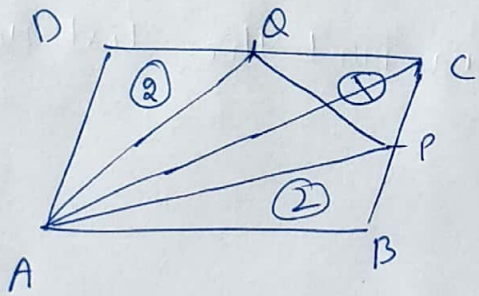
$\sin\alpha < 1$

$\therefore$ Area of rectangle > Area of parallelogram

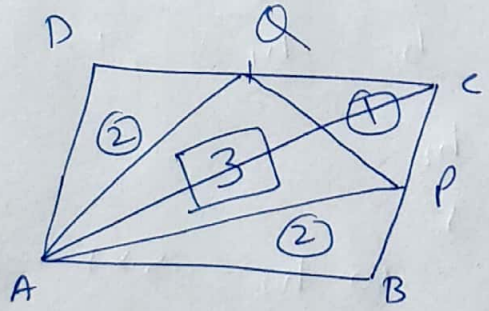
Note ABCD is a parallelogram, P and Q are mid points of BC and CD respectively.

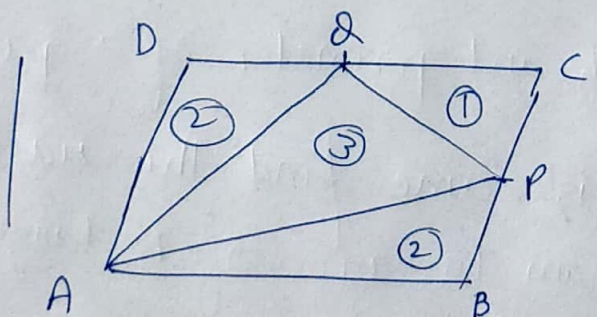


Total 4+4
= 8 units area



ACD = 4 units
2

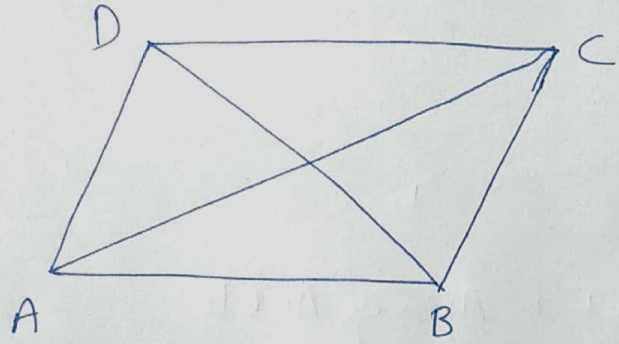




$$\frac{\text{Area of APQ}}{\text{Area of ABCD}} = \frac{3}{8}$$

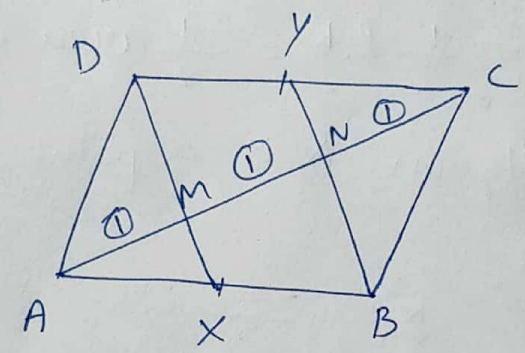
$$\frac{\text{Area of APQ}}{\text{Area of ABC}} = \frac{3}{4}$$

Note



$$2(AB^2+BC^2) = AC^2+BD^2$$

Note ABCD is a ||gram. X and Y are midpoint of AB and CD respectively. DX and BY and intersect diagonal AC at M and N then MN = ?

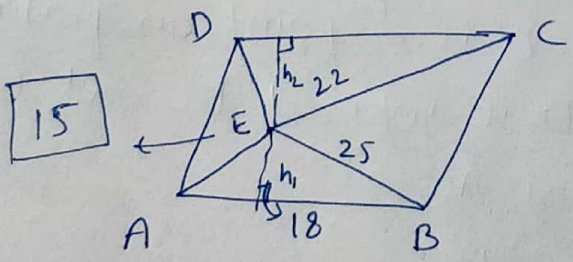


N is also a midpoint of MC similarly M is midpoint of AN.

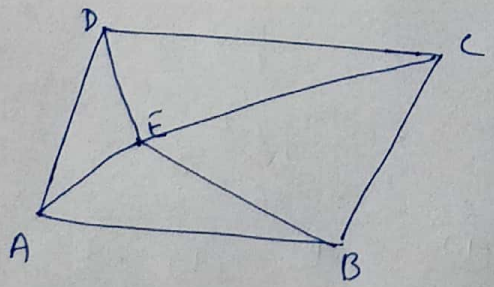
$MN = \frac{1}{3}AC$

Q.97 ABCD is a parallelogram. E is a point inside parallelogram. Area of $\Delta EAB = 18\,cm^2$, $EBC = 25\,cm^2$, $ECD = 22\,cm^2$ find Area of EAD

15



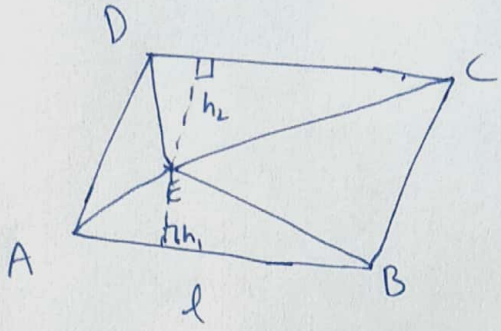
Note



Area of ΔAEB + Area of ΔDEC

= Area of ΔECB + Area of ΔEAD

Proof



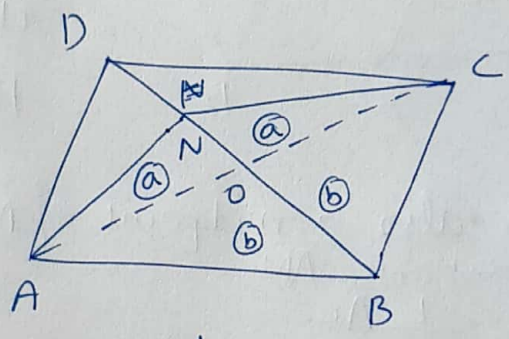
Area of AEB + Area of ΔCED

$= \frac{1}{2}\ell h_1 + \frac{1}{2}\ell h_2$

$= \frac{1}{2}\ell(h_1 + h_2)$

$= \frac{1}{2}\ell.h = \frac{1}{2}$ area of //gram ABCD

Q.98 ABCD is a //gram. N is a point on BD. $\Delta ANB = 19.5\ cm^2$

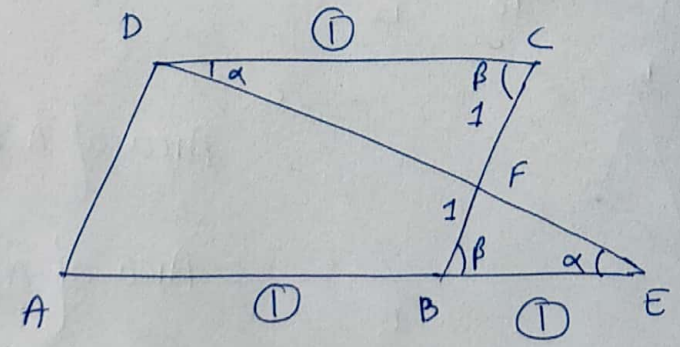


Area of $\Delta ANB = a+b$

Area of $\Delta BNC = a+b$

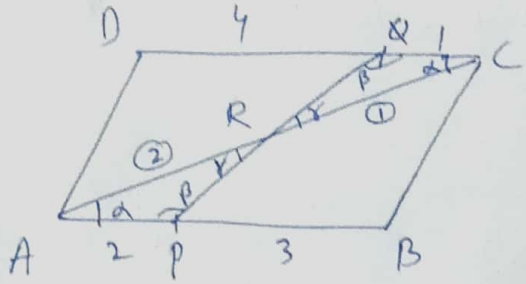
so area of $\Delta BNC = 19.5\ cm^2$

Q.99 ABCD is a //gram. E is a point on produced side AB on joining E and D it intersect BC at F. f is the mid point of BC. find AE = ?



$AE = \frac{BA \times 2}{2}$

Q.100 ABCD is a ||gram. P and Q are two points on AB and CD such that AP : PB = 2 : 3 , DQ : QC = 4 : 1

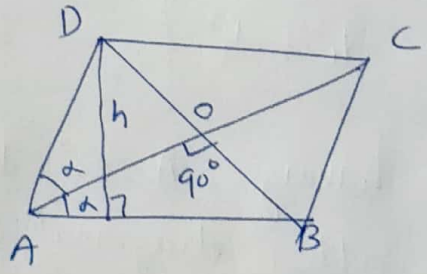


$\triangle APR \sim \triangle CQR$

AR is 2 when AC is 3

$$\frac{AR}{AC} = \frac{2}{3}$$

Rhombus



AB = BC = CD = DA

∠A = ∠C , ∠B = ∠D

∠A + ∠D = ∠B + ∠C = ∠C + ∠D = ∠A + ∠B = 180°

AC ≠ BD but bisect each other at 90°

Diagonal bisect vertex angle $\boxed{\alpha = \alpha}$

Perimeter = 4a

Area = a.h

Area = $\frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\theta = \frac{1}{2} d_1 d_2 = \frac{1}{2}(AC)(BD)$

$[\because \theta = 90°]$

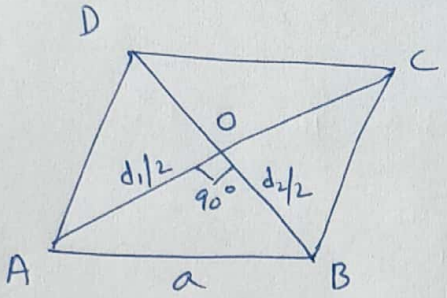
Area = 2.(ΔABD)

$= 2.\left(\frac{1}{2} a.a \sin\theta\right) = a^2 \sin\theta$

$\triangle ABC = \triangle BCD = \triangle ACD = \triangle ABD = \frac{1}{2}$ ABCD

$\triangle OAB = \triangle OBC = \triangle OCD = \triangle OAD = \frac{1}{4}$ ABCD

Note →



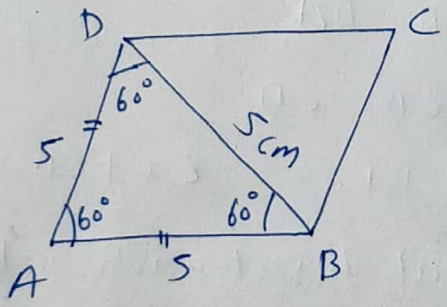
$(AB)^2 = (OB)^2 + (OA)^2$

$$a^2 = \frac{d_1^2}{4} + \frac{d_2^2}{4}$$

$(2)^2 a^2 = d_1^2 + d_2^2$

$$4a^2 = d_1^2 + d_2^2$$

Q.101 If A Rhombus having $\angle A = 60°$. Diagonal BD = 5 cm find area and other diagonal.



other diagonal $4(5)^2 = (5)^2 + (AC)^2$

$100 = 25 + (AC)^2$

$75 = (AC)^2$

$5\sqrt{3} = AC$

Area $= a^2 \sin 60°$

$= 25 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25}{2}\sqrt{3}$ cm^2

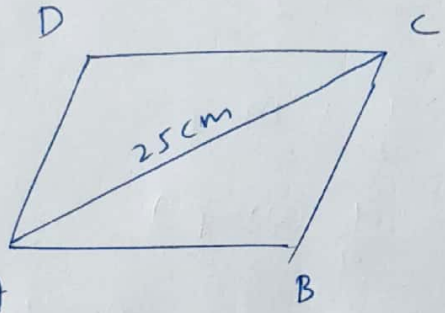
Alternative method

$$\text{Area} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$5 \cancel{25} \frac{\sqrt{3}}{\cancel{4}} = \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{5} \times d_2$$

$$d_2 = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Q.102 If perimeter of a Rhombus is 150 cm. If one diagonal is 25 cm find other diagonal and Area.



$$2a = 75$$

$$(2a)^2 = d_1^2 + d_2^2$$

$$(75)^2 = (25)^2 + d_2^2$$

$$(75)^2 - (25)^2 = d_2^2$$

$$(75+25)(75-25) = d_2^2$$

$$100 \times 50 = d_2^2$$

$$10\sqrt{50} = d_2$$

$$\boxed{d_2 = 10\sqrt{50} \text{ cm}}$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$= \frac{1}{\cancel{2}} \times 25 \times \cancel{10}\sqrt{50}$$

$$= 125\sqrt{50} \text{ cm}^2$$

Q103 If sum of diagonals of a rhombus is m, and parameter is 2P. find area.

$4a = 2p$

$2a = p$

$d_1 + d_2 = m$

$d_1^2 + d_2^2 + 2d_1d_2 = m^2$

$2d_1d_2 = m^2 - p^2$

$d_1d_2 = \frac{m^2 - p^2}{2}$

area $= \frac{1}{2} d_1d_2$

$= \frac{1}{2}\frac{1}{2} m^2 - p^2$

$= \frac{1}{4}(m^2 - p^2)$

Q.104 If adjacent angle of a Quadrilateral in the ratio 2:7:2:7 then Quadrilateral.

(a) //gram
(b) Rectangle
(c) Rhombus
(d) square

2:7:2:7

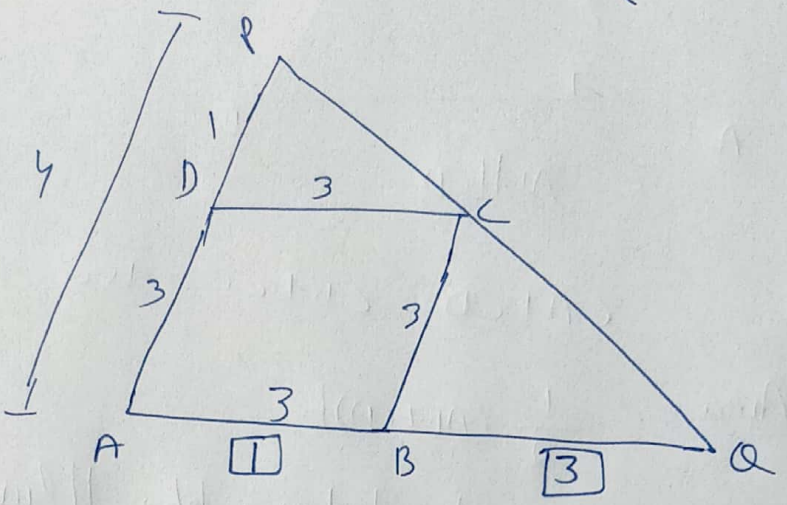
total 18

$18 \Rightarrow 360^\circ$

$2 - 40^\circ$
$7 - 140^\circ$
$2 - 40^\circ$
$7 - 140^\circ$

parallelogram.

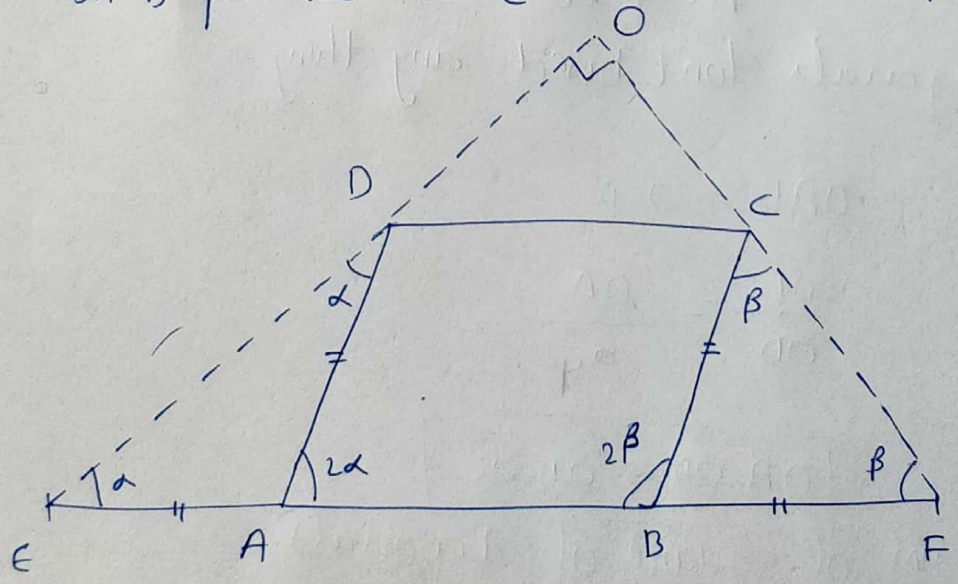
Q105 ABCD is a Rhombus. A line passing through C cut extended line AD and AB at P and Q respectively. If $DP = \frac{1}{3} AB$ $\frac{AB}{BQ} = ?$



ΔAPQ and ΔBCQ

1 : 3

Q.106 ABCD is a Rhombus. AB is produced to F and BA is produced to E s.t. AB = AE = FB



In ΔEOF

$\alpha + \beta + \angle EOF = 180°$

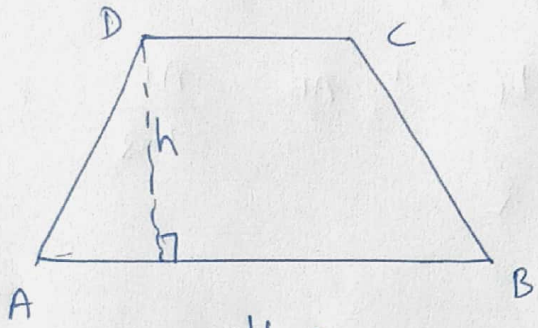
$\alpha + \beta = 90°$

$\angle EOF = 180° - 90° = 90°$

$\therefore 2\alpha + 2\beta = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$

Trapezium

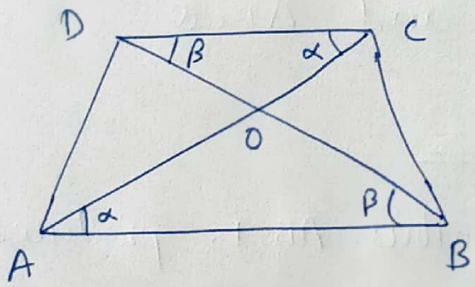


$AB \parallel CD$

$$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{Area} = \frac{1}{2}(AB+CD)h$$

h = distance b/w $\parallel$ lines.



$AC \neq BD$

diagonals don't bisect any thing

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD$$

$$\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$$

$$\boxed{OA \cdot OD = OB \cdot OC}$$

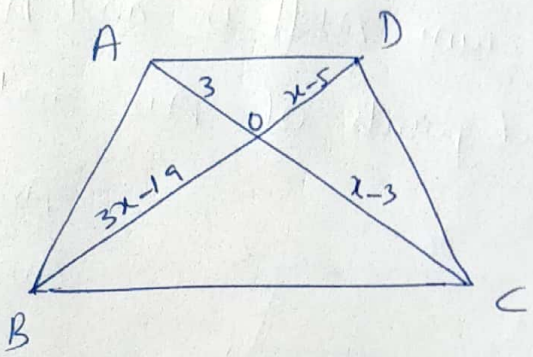
Sum of square of diagonals

$$\boxed{AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2\,AB \cdot CD}$$

Q.107 ABCD is trapezium in which BC || AD BC = 16
AD = 12. Distance b/w || lines = 10 cm find area.

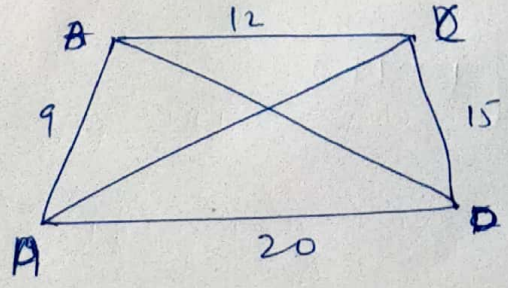
$$\frac{1}{2}(16+12)\times 10 = \frac{1}{2}\times 5\times 2\times 28 = 140\ cm^2$$

Q.108 ABCD is a trapezium in which AD || BC, Diagonal AC and BD intersect at O, AO = 3 CO = x-3
BO = 3x-19, DO = x-5



$$3(3x-19) = (x-3)(x-5)$$
$$9x-57 = x^2+15-8x$$
$$x^2-17x+72=0$$
$$x = 8, 9$$

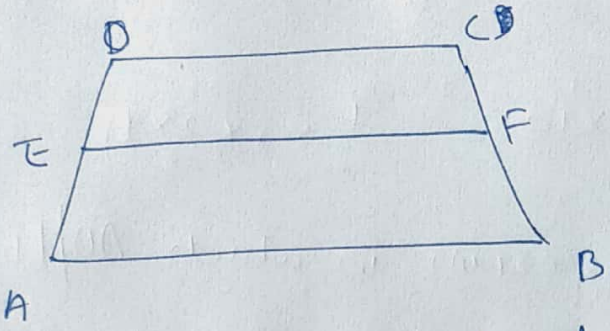
Q.109 ABCD is a trapezium in which AD || BC, AB = 9cm
BC = 12cm, CD = 15cm DA = 20 cm find the sum of diagonals's square



$$AC^2+BD^2 = 9^2+15^2+2\cdot 12\cdot 20$$
$$= 289+480 = 786$$
306

225
81
306

Mid point Segment



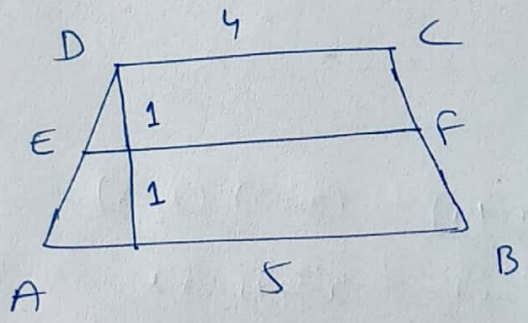
E and F are mid points of AD and BC respectively

$$EF = \frac{1}{2}(AB + CD)$$

Q110 ABCD is a trapezium. $AB \parallel CD$ and $AB : CD = 5 : 4$

E and F are mid points of AD and BC

$$\frac{\text{Area of } ABFE}{\text{Area of } EFCD} = ?$$



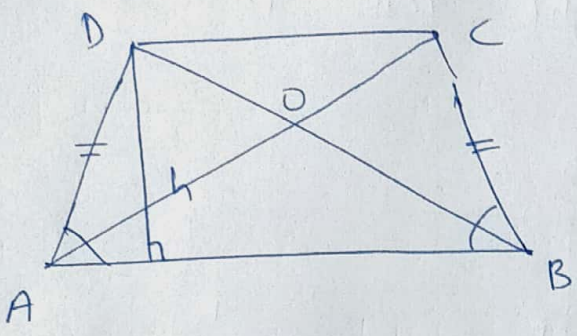
$$EF = \frac{1}{2}(5+4) = 4.5$$

$$\frac{\text{Area of } ABFE}{\text{Area of } EFCD} = \frac{\frac{1}{2}(5+4.5) \times 4}{\frac{1}{2}(4+4.5) \times 4}$$

$$= \frac{9.5}{8.5} = \frac{95}{85} = \frac{19}{17}$$

19:17

Isoceles Trapezium



$AB \parallel CD \quad \angle A = \angle B$

$AD = BC$

Diagonal $AC = BD$ but don't bisect

$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\angle A + \angle C = \angle B + D = 180^\circ$

↙

This result shows that it is a cyclic quadrilateral.

Every Cyclic Trapezium is isoceles trapezium

$\text{area} = \frac{1}{2}(AB+CD).h$

$OA.OD = OB.OC$

$OA = OB$, $OC = OD$

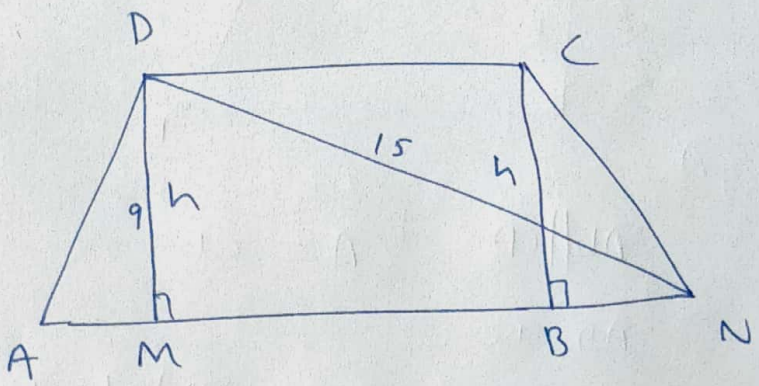
sum of square of diagonals

$$AC^2 + BD^2 = AD^2 + BC^2 + 2AB.CD$$

$$2AC^2 = 2AD^2 + 2AB.2D$$

$$\boxed{AC^2 = AD^2 + AB.CD}$$

Q111 If ABCD is an isoceles trapezium. Diagonal BD = 15cm, height = 9cm find it area AB || CD

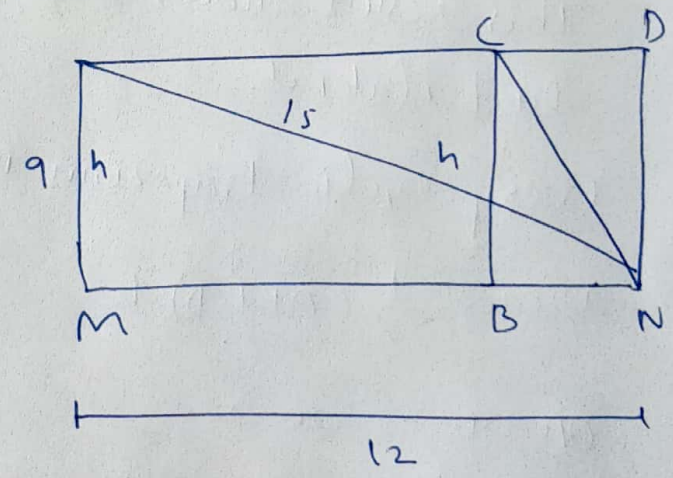


$DM = CN = h$

$AM = BN$

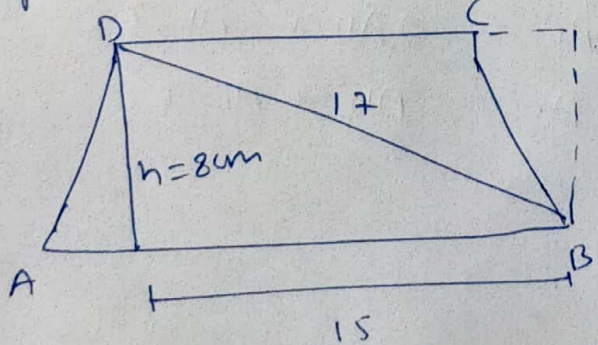
$\Delta AMD = \Delta BNC$

cut AMD and paste on Right side



Area = $12 \times 9 = 108 cm^2$

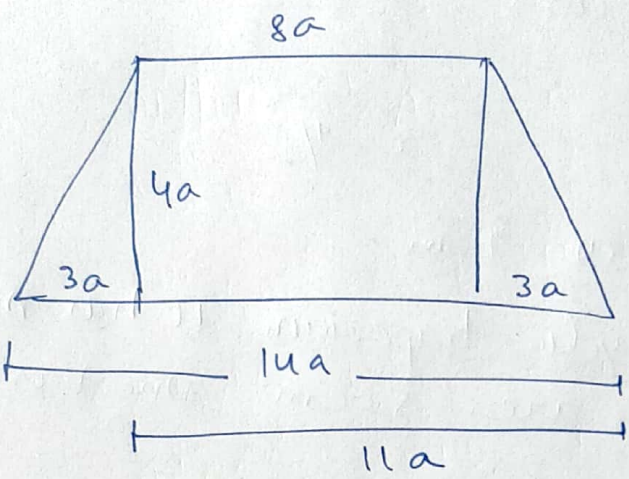
Q112 If area of An Trapezium (isoceles) is $120 cm^2$. Height = 8cm find its diagonal.



Q113 If area of an isoceles trapezium is $176\,cm^2$ Ratio of $\parallel$ sides is 7:4. Height is equal to $\frac{2}{11}$ of sum of $\parallel$ sides find its diagonal

7:4

14:8



$$h = \frac{2}{11}(14+8) = \frac{2}{11} \times 22 = 4a$$

$$\text{Area} = 44a^2$$

$$44a^2 = 176$$

$$a^2 = 4$$

$$\boxed{a = 2}$$

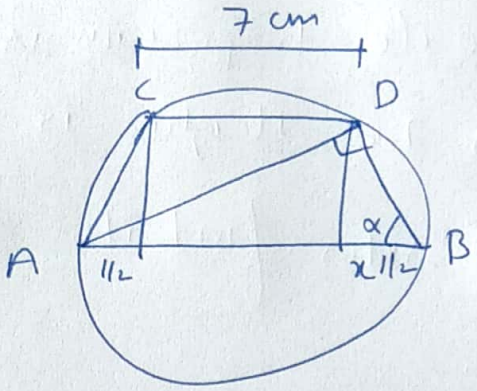
$$\text{Diagonal} = \sqrt{(11a)^2 + (4a)^2}$$

$$= \sqrt{121a^2 + 16a^2}$$

$$= \sqrt{137a^2}$$

$$= 2\sqrt{137}\ cm$$

Q:114 ABCD is a cyclic trapezium $AB \parallel CD$. AB is diameter $BC = 2\,cm$, $AB = 8\,cm$ $CD = ?$

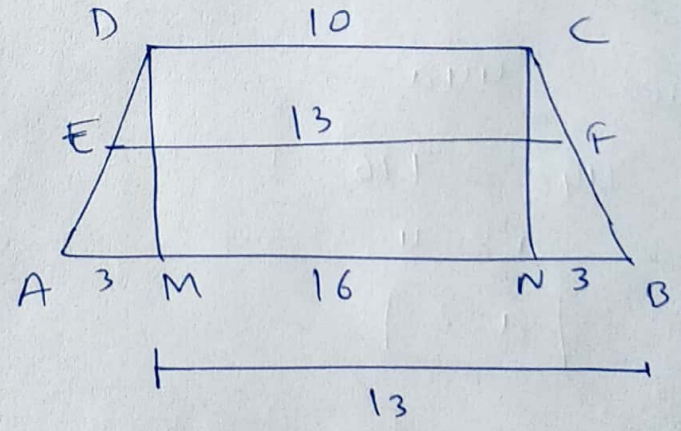


$$\cos\alpha = \frac{x}{2} = \frac{2}{8}$$

$$x = 1/2$$

$$CD = 7\text{ cm}$$

Q115 There is a cyclic trapezium. It has mid point segment = 13cm. It's area 52 cm^2. One base is 10cm find its perimeter.



$$52 = 13 \times h$$

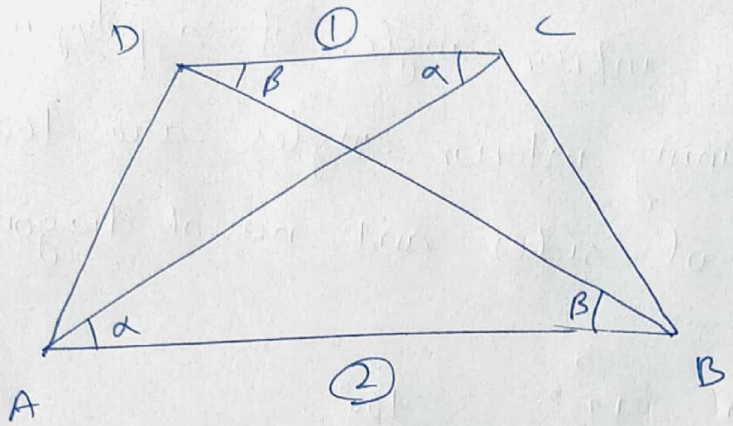
$$\boxed{h = 4\text{ cm}}$$

$$AD = CB = 5\text{cm}$$

perimeter $= 16 + 10 + 5 + 5 = 36\text{ cm}$

→ by pythagorus thm in $\triangle ADM$ and $\triangle BCN$

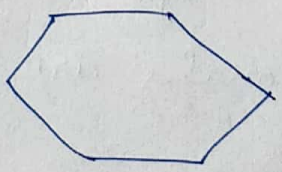
Q116 ABCD is an isoceles trapezium. AB // CD
AB = CD diagonal intersect at O.
area of AOB = 84 cm² find area of ΔCOD



Ratio of sides 1:2
Ratio of area = 1:4
↓ 84 given
so 1 = 21 cm²

Polygens

Region bounded by many lines.



sum of all interior angles = $(n-2)\,180^\circ$
n = no. of sides

sum of exterior angles = $180n - (\alpha+\beta+\gamma \ldots)$
$= 180.n - (n-2)\,180^\circ$
$= 180n - 180^\circ n + 360^\circ$

sum of exterior angles of a polygen	$= 360^\circ$

No. of diagonals from a single vertex = $n-3$

Total no. of diagonals = $\frac{n(n-3)}{2}$

Q117 ~~Sum of~~ five interior angles of a polygen is 172° each. and remaining interior angles are 160° each. Find no. of sides and no. of diagonals

	5	?
Interior	172°	160°
Exterior	8°	20°
	$8\times5=40°$	$20\times18=360°$

~~$8\times 18+5=21$ sides~~

$16+5=21$ sides

Total no. of diagonals = $\frac{n(n-3)}{2} = \frac{(21)\times 18^{9}}{\cancel{2}}$

$= 189$

Q118 Find the each exterior angle of a polygen if total no. of diagonals are ~~90~~ 90 and all angles are equal

$$\frac{n(n-3)}{2} = 90°$$

$$n(n-3) = 180°$$

$$n = 15$$

each exterior angle $= \frac{360°}{15} = 24°$

Regular Polygon

All sides and all angles are equal

each side = a

no. of sides = n

sum of all interior angles = $(n-2)180°$

each interior angle = $\frac{(n-2)180°}{n}$

sum of all exterior angle = $360°$

each exterior angle = $\frac{360°}{n}$

Area = $\frac{na^2}{4}\cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

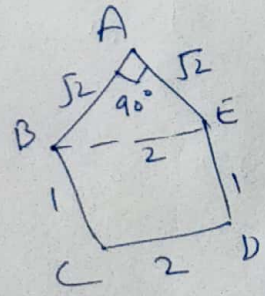
Circumradius $(R) = \frac{a}{2}\operatorname{Cosec}\left(\frac{\pi}{n}\right)$

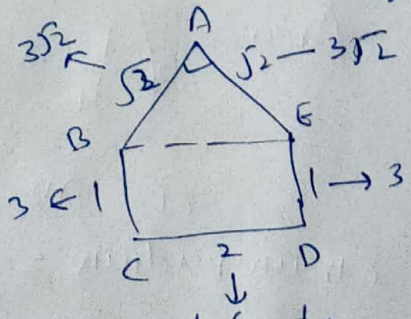
Inradius $(r) = \frac{a}{2}\cot\left(\frac{\pi}{n}\right)$

Pentagon

Sum of all interior angles = $(5-2)180°$
$= 540°$

Q119 ABCDE is a Pentagon. Ratio of sides AB : BC : CD : DE : EA $\sqrt{2} : 1 : 2 : 1 : \sqrt{2}$. If $\angle A = 90°$ find its area if longer side is 6.

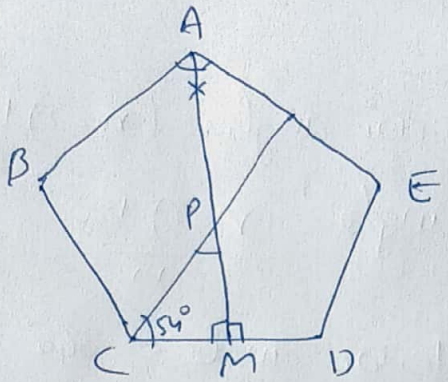




Area of ABCDE = $(6\times3) + \left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\right)$

$= 18 + 9 = 27\,cm^2$

Q120 ABCDE is a regular pentagon. Angle bisector of $\angle BAE$ meets CD at M. Angle bisector of $\angle BCD$ meets AM at P. Find the $\angle CPM = ?$



$\angle PCM + \angle CMP + \angle MPC = 180°$

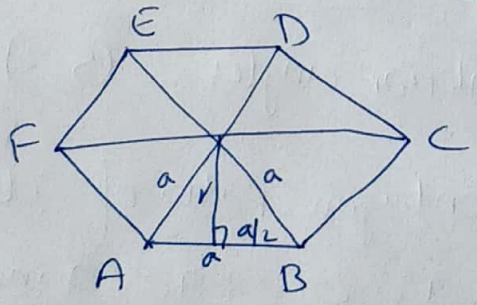
$54 + 90° + \angle CPM = 180°$

$\angle CPM = 34°$

Regular Hexagon

sum of all interior angles $= (6-2)\,180° = 720°$

each interior angle $= \frac{720}{6} = 120°$

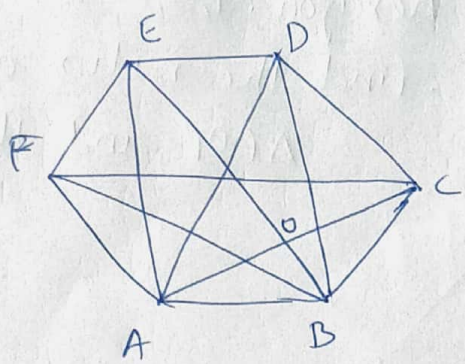


$$\text{Area} = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$

$CF = AD = BE = 2a$

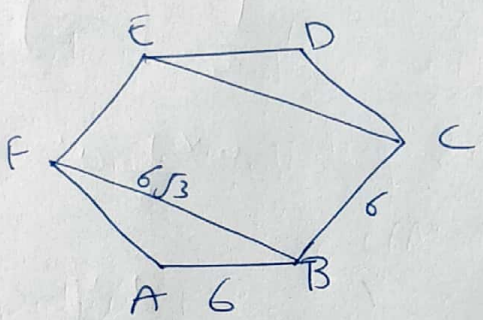
Circumradius $= a$

Inradius $r = \frac{\sqrt{3}}{2}a$



$BF = BD = AE = AC = a\sqrt{3}$

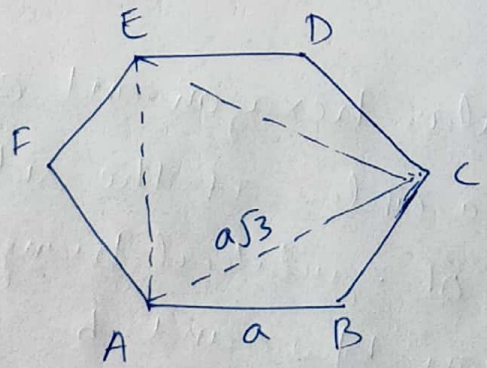
Q121 If ABCDEF is a regular hexagon of side 6 cm. Find the area of □ BCEF



Area of BCEF $= 6 \times 6\sqrt{3}$

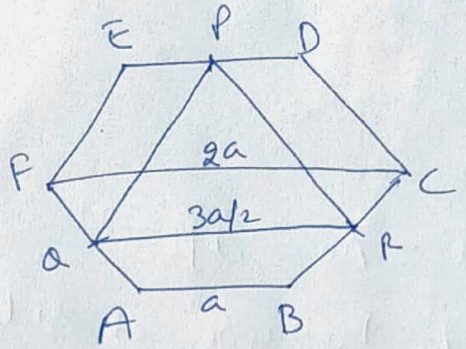
$= 36\sqrt{3}$

Q122 If ABCDEF is a regular hexagon. Find the ratio of Area of ΔACE to area of hexagon ABCDEF



$$\frac{\text{Area of } AEC}{\text{Area of } ABCDEF} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}(a\sqrt{3})^2}{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{3a^2}{6a^2} = \frac{1}{2}$$

Q123 ABCDEF is a regular hexagon. P, Q, R are mid points of side DE, AF and BE. find the ratio of Area of ΔPQR and Hexagon.



$$QR = \frac{3a}{2}$$

$$\frac{\text{area of PQR}}{\text{area of ABCDEF}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{3a}{2}\right)^2}{6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2}$$

$$= \frac{9a^4}{4 \cdot a^2 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

ACE : ABCDEF = 1 : 2 ⇒ 4 : 8

PQR : ABCDEF = 3 : 8 ⇒ 3 : 8

PQR : ACE

3 : 4

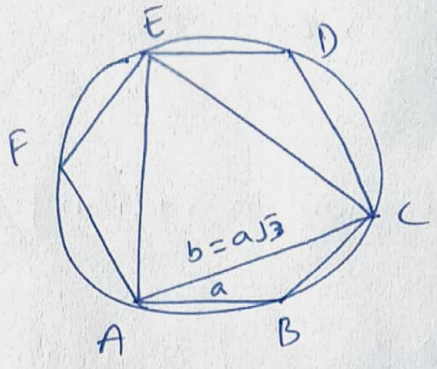
Q124 There is a regular hexagon and equilateral triangle inside a circle. If the side of the hexagon is a and side of equilateral triangle is b. Find the relation b/w a and b

(1) $a^2 = 3b^2$

(2) $b^2 = 3a^2$

(3) $a^2 = 2b^2$

(4) $b^2 = 2a^2$



$b = a\sqrt{3}$

$$\boxed{b^2 = 3a^2}$$

Regular Octagon

Area of Regular octagon = $2(\sqrt{2}+1)a^2$

Q.125 If area of regular octagon is $18(\sqrt{2}+1)$. find its side

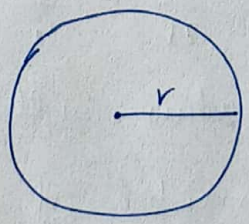
$$2(\sqrt{2}+1)a^2 = 18(\sqrt{2}+1)$$

$$a^2 = 9$$

$$\boxed{a = 3}$$

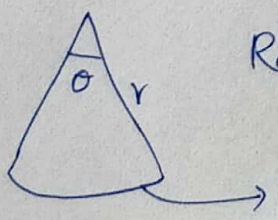
Circle

Circle is a locus of a point which is equidistant to a certain point.



Circumference $\rightarrow 2\pi r$

Area $= \pi r^2$



Radial Segment / segment

Length of arc $= 2\pi r \times \frac{\theta}{360^\circ}$ (θ is in degree)

in radian $\frac{180}{\pi} \times \frac{2\pi r}{360} \times \theta$

$\underline{l = r\theta}$ [θ is now in radian]

Area of sector $= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$ [θ is in degree]

Area of sector in Radians $= \frac{180}{\pi} \times \frac{\pi r^2}{360} \times \theta$

$= \frac{1}{2} r(r\theta)$

$= \frac{1}{2} l.r$ [$\because l = r\theta$]

Q.126 There are two circle. The length of arc make angle at the centre 60° and 75°. If the length of arcs are is same then find the ratio of their radius.

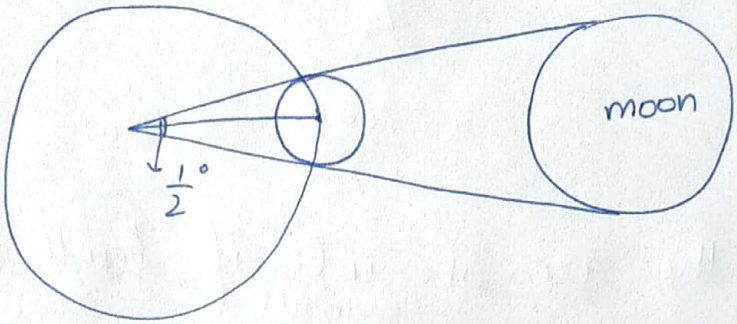
$l = r\theta$

if l is constant, with the increase in value of r, θ will decrease

$\text{Angle} = \frac{60}{75} = \frac{4}{5}$

ratio of radius will be $\frac{5}{4}$

Q.127 The angular diameter of a moon is 30 minute. At what distance a coin of diameter 2.2 cm should be placed so that moon will be fully covered.



when the angle is very small the arc becomes straight.

$$l = \frac{2\pi r}{360} \times \theta$$

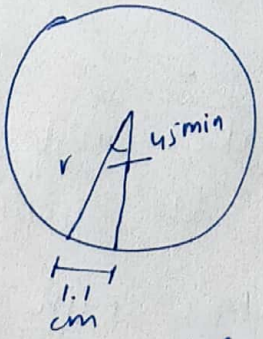
$$2.2 = \frac{2 \times 22 \times r}{7 \times 360} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{22}{14} \times \frac{360}{22} \times 7 = r$$

$$252 = r$$

$$r = 252 \text{ cm}$$

Q.128 There are many points on the circumference of a circle such that distance between each consecutive point is 1.1 cm and time taken to move from one point to next is 45 minutes. Find the radius of circle and no. of points.



$$45 \text{ min} = \frac{3}{4}°$$

$$l = \frac{2\pi r}{360} \times \theta$$

$$1.1 = 2 \cdot \frac{22}{7} \times \frac{r}{360} \times \frac{3}{4} \times 2$$

$$\frac{11}{14} = \frac{11}{120} \times r$$

$$r = 84 \text{ cm}$$

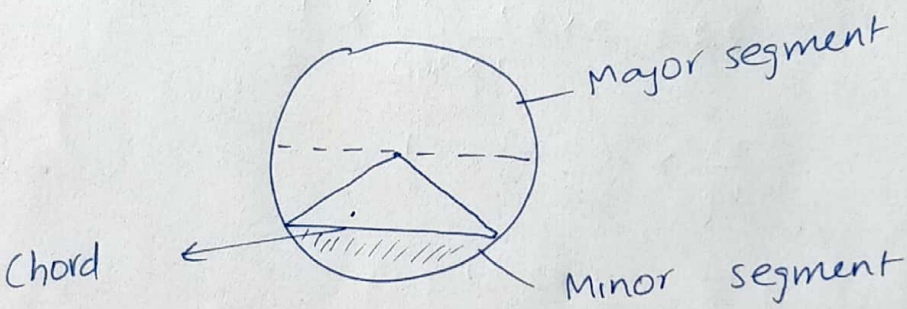
No. of points $= \frac{360^\circ}{3/4}$

$= \frac{360}{3} \times 4 = 480$

Q129. Find the area of circle (segment) if length of arc is 10 cm and radius = 9 cm

$\text{area} = \frac{1}{2} lr$

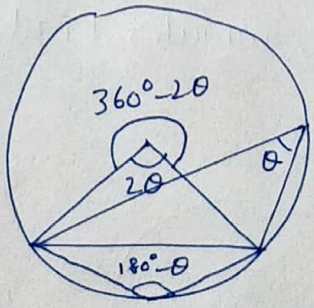
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 9 = 45 \text{ cm}^2$



Area of minor sector = Area of sector − Area of Δ

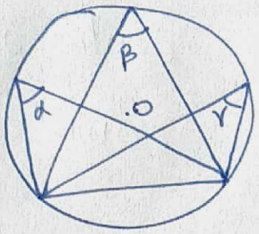
$= \pi r^2 \times \frac{\theta}{360} - \frac{1}{2} r^2 \sin\theta$

Property 1



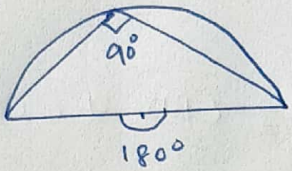
If a chord makes angle 2θ at centre it will make θ at circumference in same segment

Property 2 Any chord makes same angle at circumference in same segment.

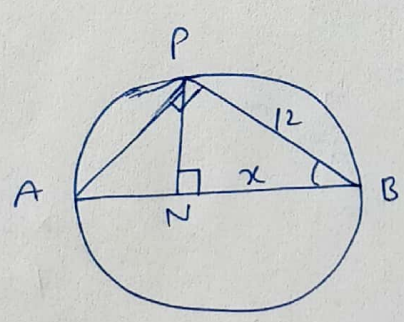


$\angle\alpha = \angle\beta = \angle\gamma$

Property 3 Angle in semi circle is 90°



Q130 There is a circle of AB diameter equal to 14cm There is a point p on circumference such that chord PB=12. PN⊥AB find BN



in ΔPND

$$\cos B = \frac{\text{Base}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{x}{12}$$

in ΔAPB

$$\cos B = \frac{12}{14}$$

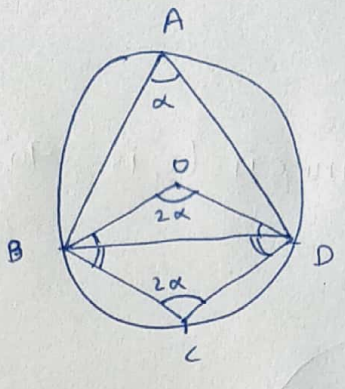
$$\frac{x}{12} = \frac{12}{14}\ \frac{6}{7}$$

$$x = \frac{72}{7}\text{ cm}$$

$$x = 10\frac{2}{7}\text{ cm}$$

Q131 A, B, C and D are 4 points on the circumference of the circle and O is the centre of circle.

$\angle OBD - \angle CBD = \angle BDC - \angle ODB$ Find $\angle A$.

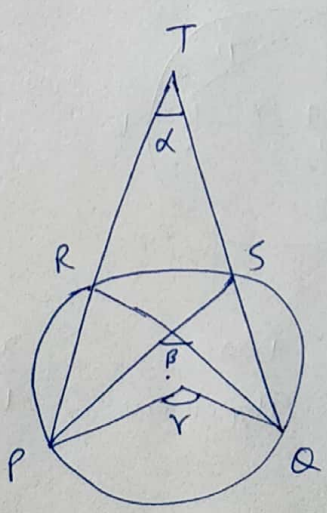


$$\angle OBD + \angle ODB = \angle BDC + \angle CBD$$

$$\alpha + 2\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

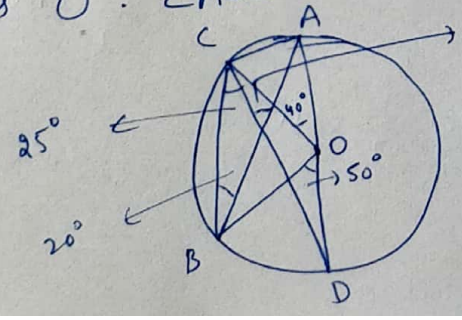
Q132



$\alpha = 50^\circ$
$\beta = 80^\circ$
$\gamma = ?$

$\gamma = \alpha + \beta = 50 + 80 = 130^\circ$

Q133 Two chords AB and CD intersect at E. The centre of circle is O. $\angle AOC = 40^\circ$ $\angle BOD = 50^\circ$ Find $\angle AEC$



$20^\circ + 25^\circ = 45^\circ$

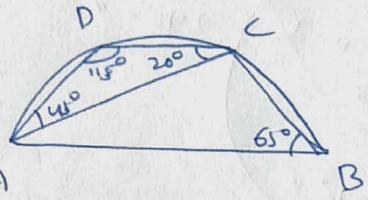
Q.134

AB is diameter

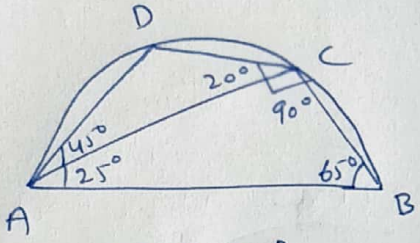
$\angle ABC = 65^\circ$

$\angle CAD = 45^\circ$

$\angle DCA = ?$



Alternative method



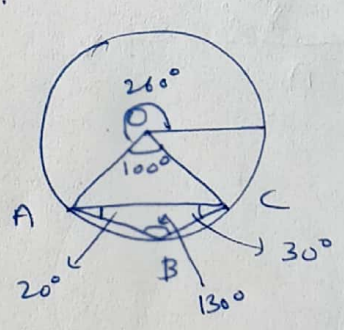
$\angle DCA = 20^\circ$

Q135

$\angle CAB = 20^\circ$

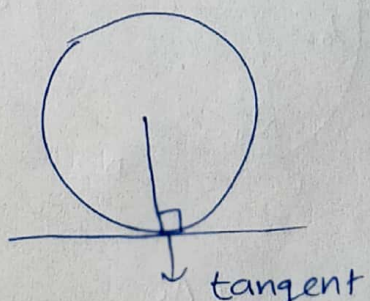
$\angle ACB = 30^\circ$

$\angle AOC = ?$

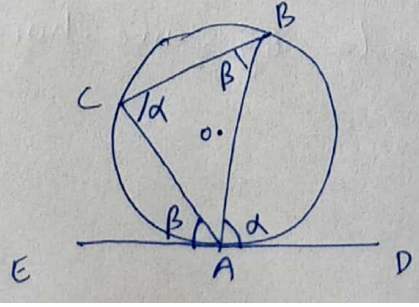


$\angle AOC = 100^\circ$

Tangent →



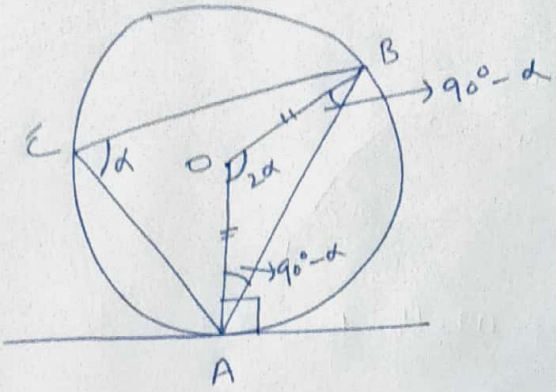
Property 1



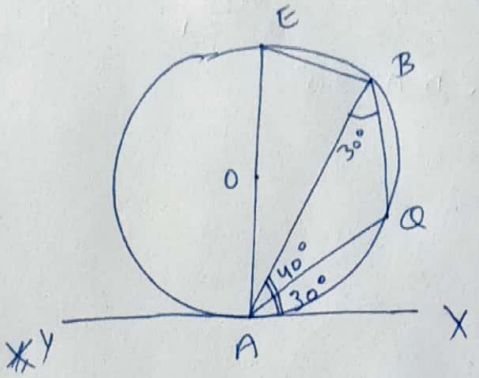
$\angle DAB = \angle ACB$

$\angle ABC = \angle BAE$

Proof



Q136



$\angle BAX = 70°$

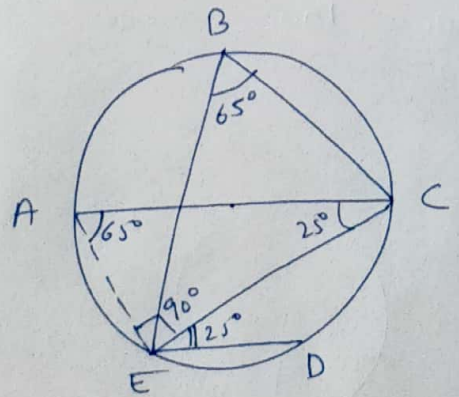
$\angle BAX = 40°$

$\angle ABX = ?$

Q:137 $ED \parallel AC$

$\angle CBE = 65°$

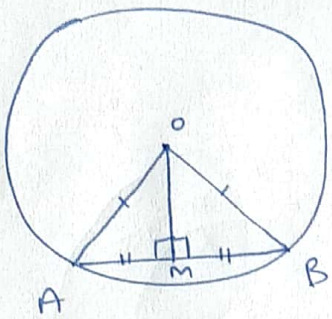
$\angle DEC = ?$



$\angle EBC = \angle EAC$

Angle made by same chord.

Property 2



In $\triangle OAM$ and $\triangle OMB$

$OM = OM$

$\angle OMA = \angle OMB$

$OA = OB$

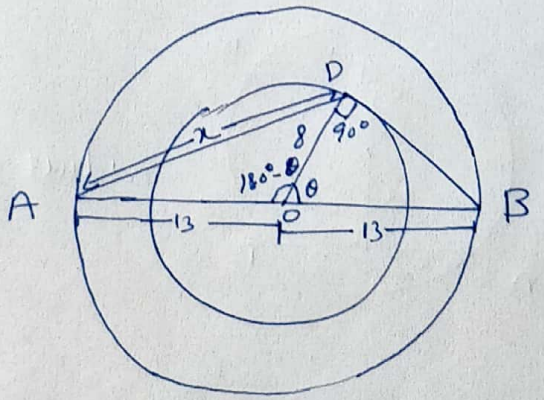
$\therefore \triangle OAM \cong \triangle OMB$

then $OM \perp AB$

M will be midpoint

$\boxed{AM = MB}$

Q138 There are two concentric circle of radius 8 and 13 cm. AB is the diameter of bigger circle. There is a tangent BD on smaller circle. Find the length of AD.



$$\cos(180°-\theta) = \frac{8^2+13^2-x^2}{2.18.13} \Rightarrow -\cos\theta = \frac{64+169-x^2}{2.8\times 13}$$

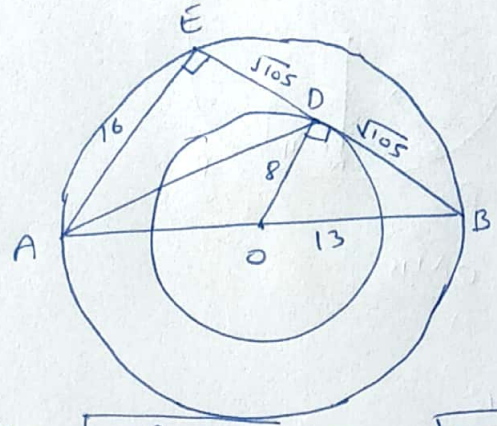
In $\triangle ODB$ $\cos\theta = \frac{8}{13}$

$$-\frac{8}{13} = \frac{64+169-x^2}{2.8.13}$$

$x^2 = 361$

$x = 19$ cm

Alternative Method



$BD = \sqrt{(13)^2 - (8)^2} = \sqrt{169-64} = \sqrt{105}$ cm

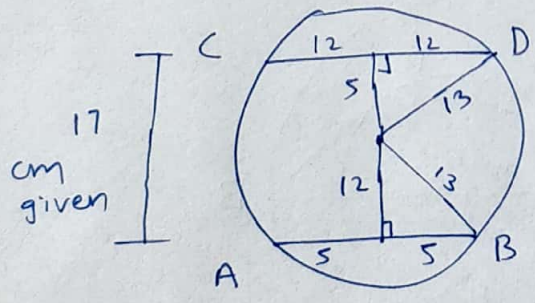
$(AD)^2 = (\sqrt{105})^2 + (16)^2$

$= 105 + 256$

$= 361$

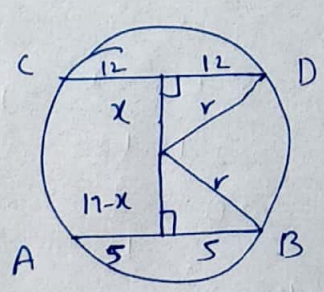
$AD = 19$ cm

Q139 There are two chords AB and CD of length 10 cm and 24 cm respectively both chords are opposed to centre If the distance between chords is 17 cm. Find radius.



radius = 13 cm

Alternative method



$r^2 = (12)^2 + (x)^2$

$r^2 = (17-x)^2 + (5)^2$

$144 + x^2 = (17-x)^2 + 25$

$(12)^2 - (5)^2 = (17-x)^2 - x^2$

$= 17 \times 7 = 17(17-2x)$

$7 = 17 - 2x$

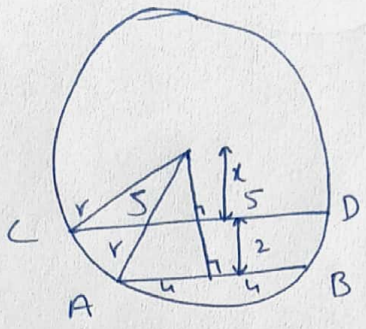
$2x = 10$

$x = 5$

$r = \sqrt{12^2 + 5^2}$

$r = 13$ cm

Q. 140 AB and CD are 2 chords of circle such that AB = 8cm, (105)
CD = 10cm Distance b/w chord is 2 cm, If chords are same side find radius



$r^2 = 5^2 + x^2$

$r^2 = 4^2 + (x+2)^2$

$5^2 + x^2 = 4^2 + x^2 + 4x + 4$

$25 = 16 + 4 + 4x$

$5 = 4x$

$\frac{5}{4} = x$

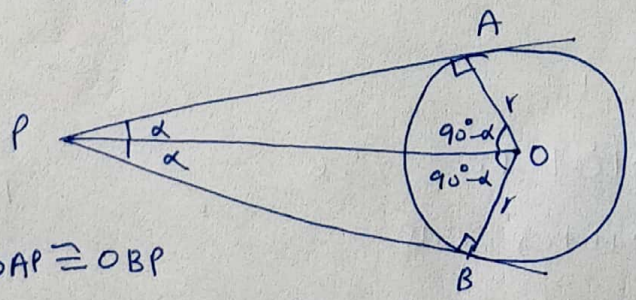
$r^2 = 5^2 + x^2$

$r^2 = 5^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 5^2\left(1 + \frac{1}{16}\right)$

$r^2 = 5^2\left(\frac{17}{16}\right)$

$r = \frac{5}{4}\sqrt{17}$ cm

Tangent drawn from External point.



$\triangle APO \cong \triangle BPO$

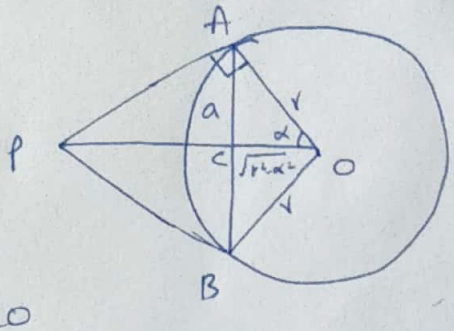
$PA = PB$

$\angle APO = \angle BPO$

$\angle AOP = \angle BOP$

OAPB is a cyclic Quadrilateral

$AB = 2a$
radius $= r$



In $\triangle ACO$

$$\tan\alpha = \frac{a}{\sqrt{r^2-a^2}}$$

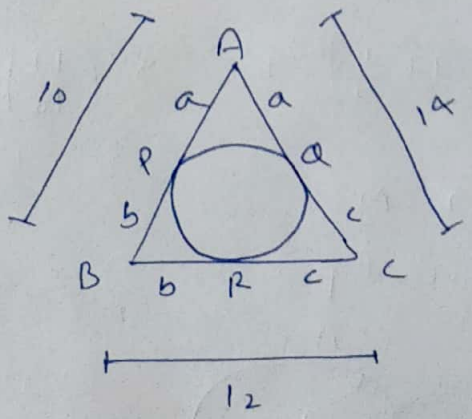
in $\triangle PAO$

$$\tan\alpha = \frac{PA}{r}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^2-r^2}} = \frac{PA}{r}$$

$$PA = PB = \frac{ar}{\sqrt{a^2-r^2}}$$

Q.141 A circle touch sides of $\triangle ABC$ i.e. AB, BC, AC at P, Q, R respectively Length of side AB, BC and CA are 10, 12 and 14. Find AP



$a+a+b+b+c+c = 36$

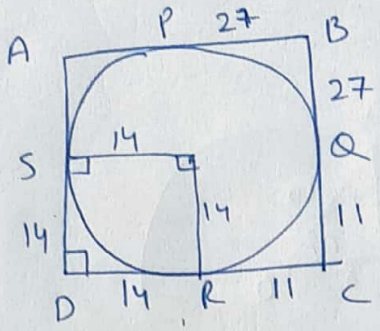
$2(a+b+c) = 18$

$a+b+c = 18$

$a = 6 \quad b = 4 \quad c = 8$

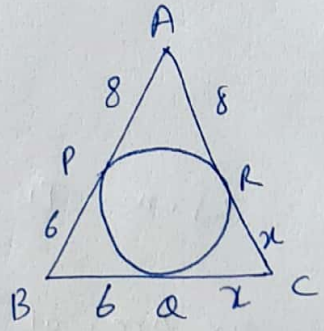
$AP = 6$ cm

Q.142 ABCD is a quadrilateral $\angle D = 90°$. A circle touch the side AB, BC, CD, DA at P, Q, R and S respectively $BC = 38\,cm$ $CD = 25\,cm$ $PB = 27\,cm$ Find Radius



radius $= 14\,cm$

Q143 A circle touch sides of a ΔABC i.e AB, BC, AC at P, Q, R $AP = 8\,cm$ $PB = 6\,cm$ Find other sides if radius is 4 cm.



$$s = \frac{2(8+6+x)}{2} = 14+x$$

$$\Delta = r.s = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$r^2 s^2 = s(s-a)(s-b)(s-c)$$

$r = 4$, $s = 14+x$

$$16.(14+x) = (x)(8)(6)^3$$

$$x + 14 = 3x$$

$$14 = 2x$$

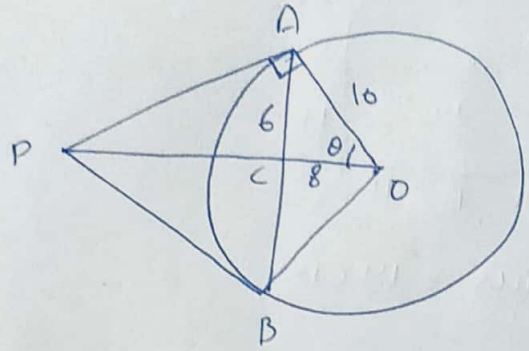
$$x = 7$$

$BC = 13$

$AC = 15$

$AB = 14$

Q.144 There is a chord AB of length 12 cm and radius r =10cm. Two tangent are drawn from external point P to A and B. Find (i) PA, PB (ii) Area of quadrilateral (iii) Area of Δ PAB



in ACO

$$\tan\theta = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

in PAO

$$\tan\theta = \frac{PA}{10}$$

$$\frac{3}{4}\ \frac{6}{8} = \frac{PA}{10}$$

$$\frac{30}{4} = PA = 7.5\text{ cm} = PB$$

Area of OAPB = 2 × Area of OAP

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times 7.5 \times 10$$

$$= 75\text{ cm}^2$$

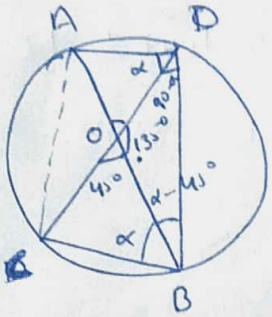
Area of Δ PAB = Area of OAPB − Area of OAB

$$= 75 - \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

$$= 75 - 48$$

$$= 27\text{ cm}^2$$

Q145



AB is diameter

C and D are such points that CD = BD

AB and CD intersect at O

$\angle AOD = 45°$

$\angle BOD = 180° - 135 - 90° + \alpha$

$= \alpha - 45°$

$\angle CBD = \alpha + \alpha - 45°$

$= 2\alpha - 45°$

$BD = CD$

so $\angle DCB = 2\alpha - 45°$

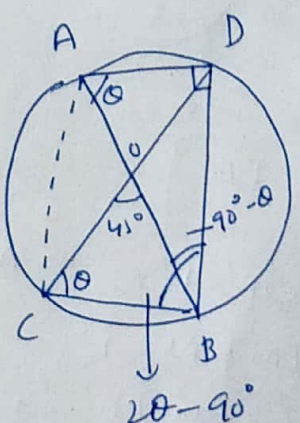
in ΔBOC

$45° + 2\alpha - 45° + \alpha = 180°$

$3\alpha = 180°$

$\alpha = 60°$

Alternative Method



$BD = CD$

$\angle DCB = \angle DBC$

ΔBOC

$\theta + 2\theta - 90° + 45° = 180°$

$3\theta = 225$

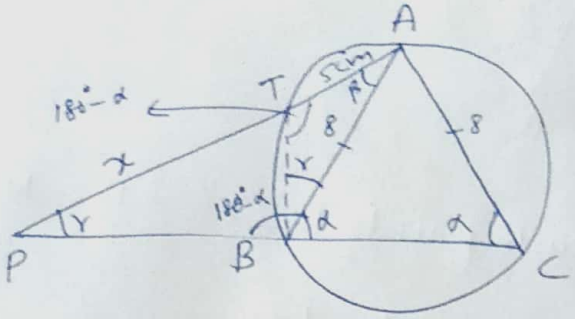
$\theta = 75°$

$\angle ADC = 2\theta - 90°$

$= 2(75) - 90°$

$= 60°$

Q.146 There are two chords AB and AC of equal length 8cm. CB is produced to P. AP cuts circle at T s.t. ~~80~~ AT = 5cm. find PT



$\Delta ABT, \Delta ABA$

$\angle ABP = \angle BTA$

β common angle

$\gamma = \gamma$

ΔABT and ΔABP are similar

Using sine rule

$$\frac{x+5}{8} = \frac{8}{5}$$

$$5x + 25 = 64$$

$$5x = 39$$

$$x = \frac{39}{5}$$

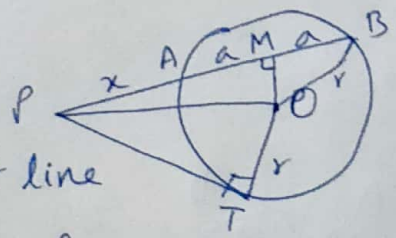
$$\frac{AP}{AB} = \frac{AB}{AT}$$

$AP = AT + PT$, $AB = AC$

$(AT + PT)\,AT = AB \cdot AC$

$AT^2 = AB\,AC - PT \cdot AT$

Note



PT- tangent line

PAB= Secant line

$$\boxed{PT^2 = PA \cdot PB}$$

Proof $PT^2 = OP^2 - r^2$ in Δ OPT

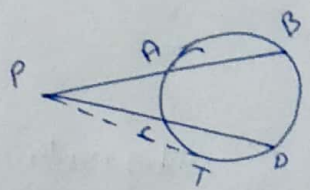
$= PM^2 + OM^2 - r^2$

$= (x+a)^2 + r^2 - a^2 - r^2$

$= (x+2a) \cdot x$

$= PB \cdot PA$

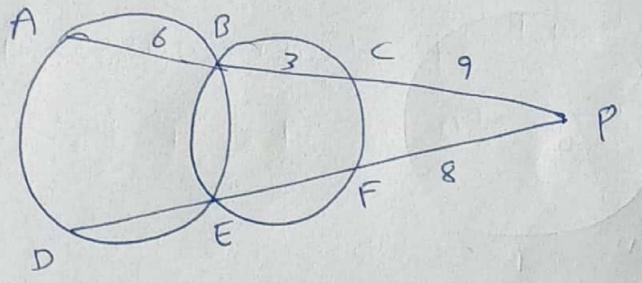
Note



$PT^2 = PA \times PB$

$= PC \times PD$

Q147 PC = 9, PB = 12, PA = 18, PF = 8 DE = ?



$PC \times PB = 8 \times PE$

$9 \times 12 = 8 \times PE$

$PE = 13.5$

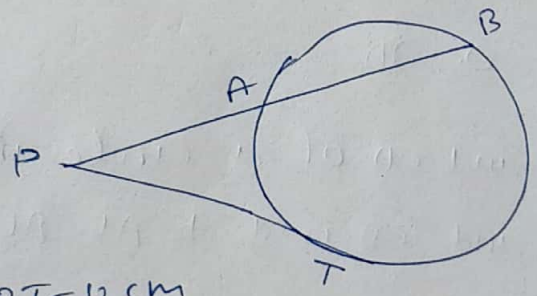
$PB \times PA = PE \times PD$

$12 \times 18 = \frac{27}{2} \times PD$

$16 = PD$

$ED = 16 - 13.5 = \underline{2.5\ cm}$

Q148



$PT = 12\ cm$

$PA = 9\ cm$

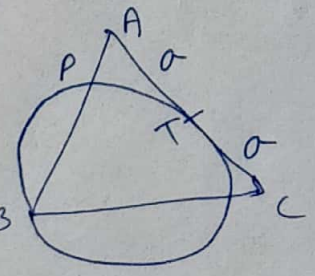
$(PT)^2 = PA \cdot PB$

$144 = 9 \cdot PB$

$\frac{144}{9} = PB = 16\ cm$

$AB = PB - PA = 16 - 9 = \underline{7\ cm}$

Q149 ABC is an isoceles Δ AB = AC. A circle passing through B touch AC At Mid point and cut AB at P. Find $\frac{AP}{AB} = ?$



Solution AC = AB = 2a

$AT^2 = AP \cdot AB$

$a^2 = AP(2a)$

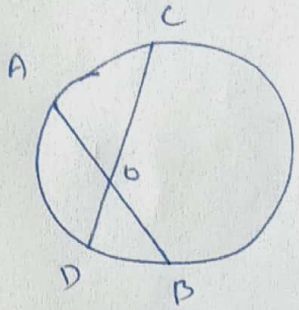
$AP = \frac{a}{2}$

$PB = 2a - \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$

$\frac{AP}{AB} = \frac{a/2}{2a}$ **1 : 4**

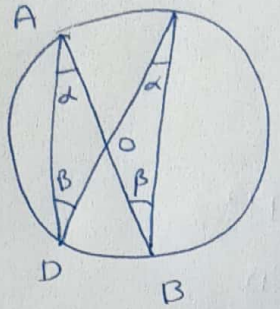
$\frac{AP}{PB} = \frac{a/2}{3a/2}$ **1 : 3**

Note



$$OA.OB = OC.OD$$

Proof



$\Delta OAD \sim \Delta OBC$

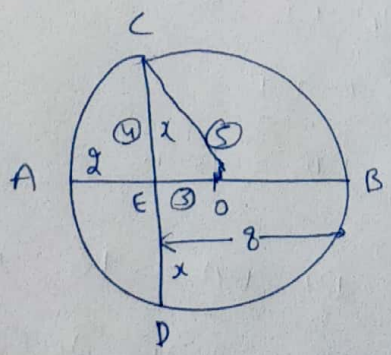
$$\frac{OD}{OB} = \frac{OA}{OC}$$

$$OA.OB = OC.OD$$

Q.150 Two chords AB and CD of a circle intersect at A

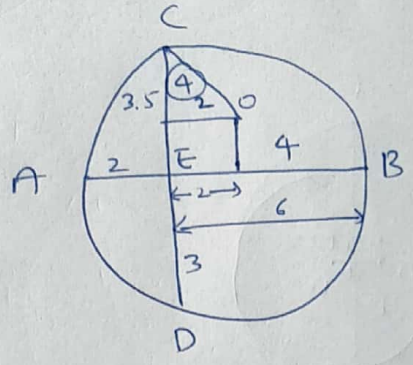
AB is the diameter and CD is ⊥ to AB. AE = 2 cm

AB = 10 cm ED = ?



$x.x = 2 \times 8$ $x^2 = 16$ $x = 4$

Q.151 Two chord AB and CD of a circle intersects at E and ⊥ to each other. Segment EA, AB and AD are of length 2, 6 and 3 cm. Find diameter.



$EA \cdot EB = ED \cdot EC$

$EC = 4$

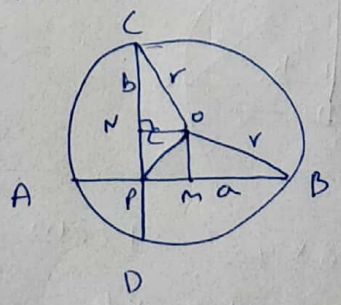
$r^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 + (2)^2$

$\pm \frac{49}{4} + 16$

$r = \frac{\sqrt{65}}{2}$ cm

$D = \sqrt{65}$ cm

Q.152 Two chords of a circle of length 2a and 2b are mutually perpendicular if the distance of the point at which the chord intersect from the centre of the circle is c. find radius r.



$OB = r$

$MB = AM = a$ [$\because AB = 2a$]

$OM = \sqrt{r^2 - a^2}$

$ON = \sqrt{r^2 - b^2}$

$PM = \sqrt{r^2 - b^2}$, $OM = \sqrt{r^2 - a^2}$

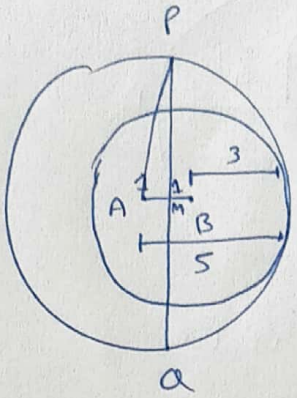
In ΔOMP

$\leftarrow \quad c^2 = r^2 - a^2 + r^2 - b^2$

$a^2 + b^2 + c^2 = 2r^2$

$\sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}} = r$

Q.153 There are two circle of centre A and B having radius 5 and 3 cm touch each other internally perpendicular bisector of AB cut the bigger circle at P and Q. Find the length of PQ.



In Δ APB

$$PM^2 = (5)^2 - (1)^2$$

$$PM = \sqrt{24}$$

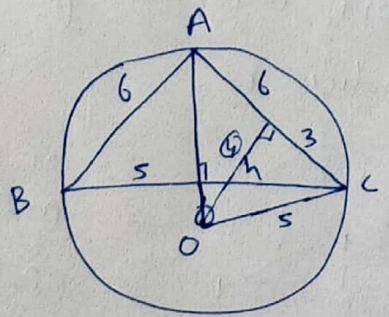
$$PQ = 2PM$$

$$= 2\sqrt{24}$$

$$= 2.2\sqrt{6}$$

$$= 4\sqrt{6} \text{ cm}$$

Q.154 There is a circle of radius 5 cm. There are two chords AB and AC of equal length = 6 cm. Find the length of chord BC.

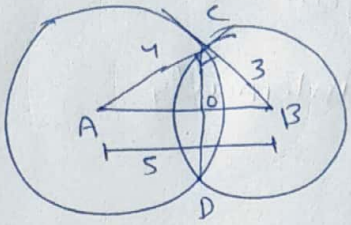


Area = $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 =$ ~~12 cm²~~

$\frac{1}{2} \times 5 \times h$ $\quad h = 4.8$

$BC = 4.8 + 4.8 = 9.6$ cm

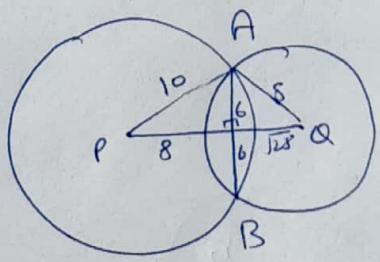
Q155 Two circle with centres A and B of radius 3 cm and 4 cm respectively. Intersect at two points C and D s.t AC and BC are two tangent find. Common chord CD



$$CO = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4$$

$$CD = 2.4 \times 2 = \underline{4.8 \text{ cm}}$$

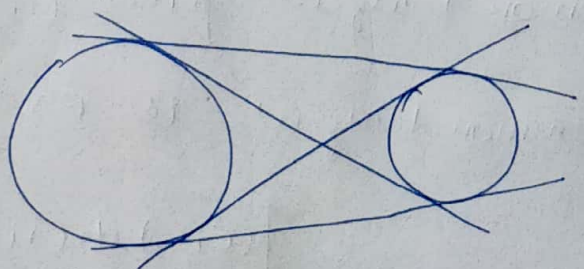
Q.156 Circle of radius 10 cm and 8 cm intersects at A and B. AB = 12 find the distance b/w centres.



$$PQ = 8 + \sqrt{28}$$

$$= 8 + 2\sqrt{7}$$

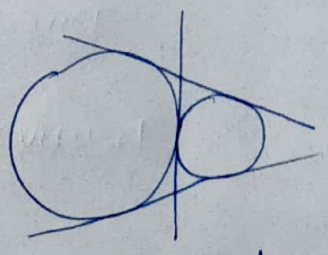
Note



when two circles are away

Max. tangents = 4

Min tangents = 0

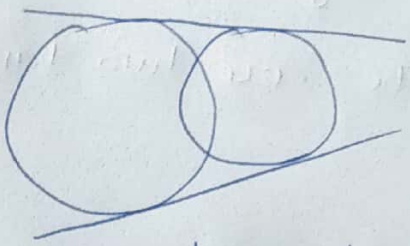


when circle externally touch

Max. tangent = 3

Min tangent = 1

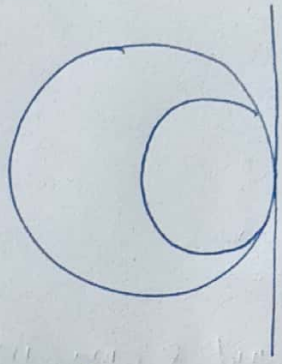
when two circle cut each other



Max. tangent = 2

Minimum tangent = 0

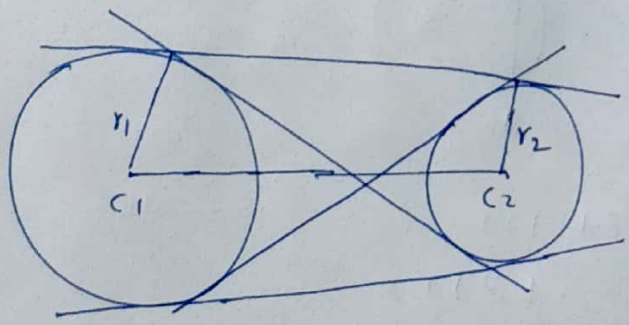
when two circle touch internally



Maximum tangent = 1

Minimum tangent = 1

Length of Tangent



Direct common tangent $= \sqrt{(C_1C_2)^2 - (r_1 - r_2)^2} = AB = CD$

Transverse common tangent $= PQ = RS$

$= \sqrt{(C_1C_2)^2 - (r_1 + r_2)^2}$

Q.157 Two circles of radius 4 and 3 cm are at some distance s.t. length of the transversal common tangent and length of direct common tangent are in the ratio 1:2. Find the distance b/w centres.

Let Distance b/w centre = x

$$= \frac{\sqrt{x^2-(4+3)^2}}{\sqrt{x^2-(4-3)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{x^2-49}{x^2-1} = \frac{1}{4}$$

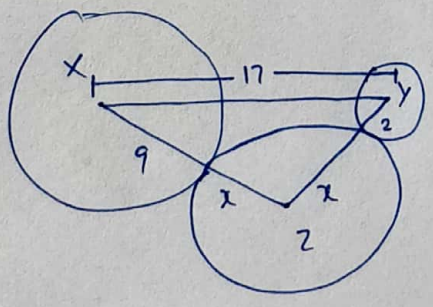
$$4x^2-196 = x^2-1$$

$$3x^2 = 195$$

$$x^2 = 65$$

$$x = \sqrt{65} \text{ cm}$$

Q.158 X and Y are centres of circles of radius 9 and 2 cm respectively. XY = 17 Z is the centre of a circle of radius r cm which touch circle externally Given than $\angle XZY = 90^\circ$. Find the value of r of Z.



~~5, 8, 17~~

8, 15, 17

9 + x = 15

2 + x = 8

x = 6

PIPE & CISTERN ABHINAY MATHS NOTES

Credit : New Success Point

https://studentcafe.co

ABHINAY PUBLICATIONS
ABHINAY MATHS

Motivation | Entertainment | Teaching

ARITHMETIC

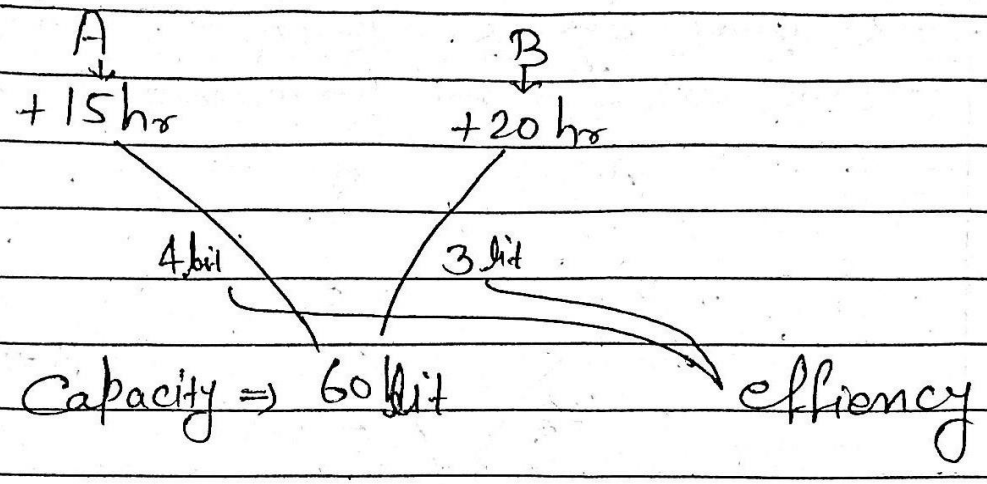
वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

PRACTICE SET

Abhinay Sharma

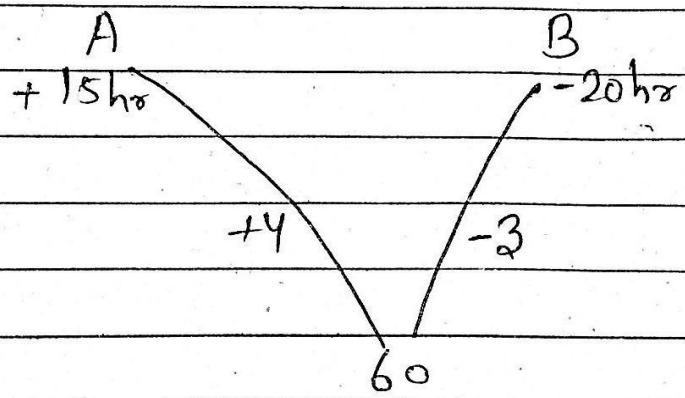
https://studentcafe.co

Pipe & Cistern



$A + B \xrightarrow[1\ hr]{} (4+3)\ lit = 7\ lit$

$A + B \longrightarrow \frac{60}{7}\ hr$

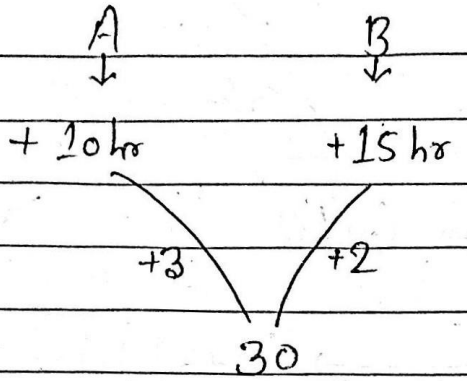


$A + B \xrightarrow[1\ hr]{} \{4 + (-3)\}\ lit = 1\ lit$

$A + B \longrightarrow \frac{60}{1} = 60\ hr$

https://studentcafe.co

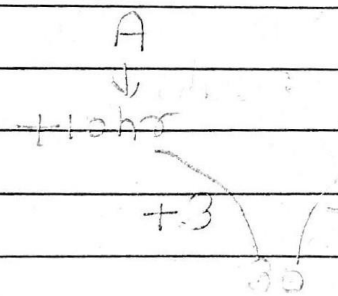
Q एक पाइप किसी टैंक को 10 घंटे मे भर सकता है और दूसरा टैंक 15 घंटे मे भर सकता है, तो दोनो मिलकर उस टैंक को कितने घंटे मे भरेगा?



$A+B \Rightarrow \frac{30}{(3+2)}$

$= 6 \text{ hr}$

Q एक पाइप किसी टैंक को 10h मे भर सकता है और दूसरा पाइप उस टैंक को 15h मे खाली कर सकता है, तो टैंक कितने घंटे मे भर जायेगा?

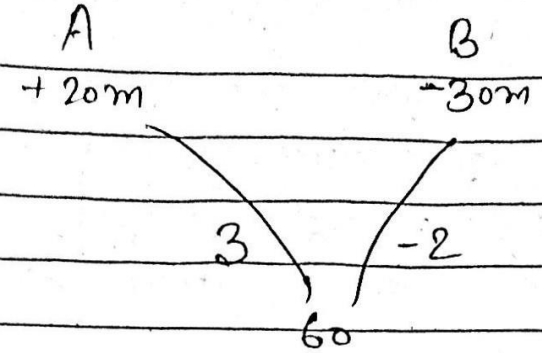


$A+B \rightarrow \frac{30}{3-1}$

$= 30 \text{ hr}$ Ans

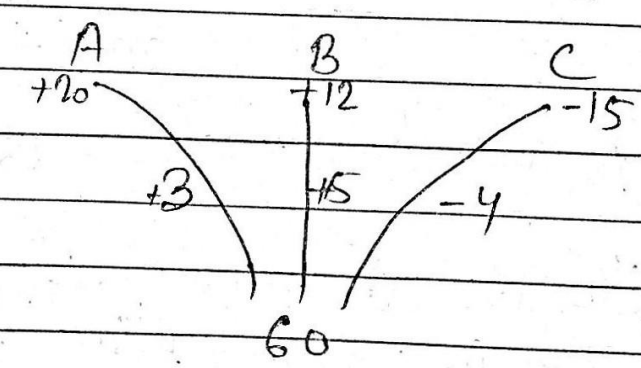
Q एक पाइप किसी टैंक को 20 मिनट मे भर सकता है तथा दूसरा पाइप उसी टैंक को 30 मिनट मे खाली कर सकता है, अगर इनको बारी-बारी से चलाया जाये तो टैंक कितने देर मे भर जायेगा?

https://studentcafe.co



2 min → 1
↓ ↓
114 min 57 lit
A → 1 min 3 lit
= 115 min ∫ 60 lit

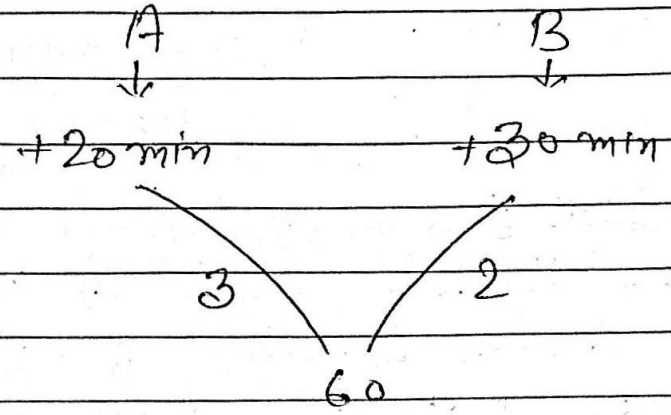
Q पाइप A किसी टैंक को 20 घंटे मे भर सकता है, पाइप B उसी टैंक को 12 घंटे मे भर सकता है तथा पाइप C उसी टैंक को 15 घंटे मे खाली कर सकता है। पाइप A हमेशा खुला रहता है। A के साथ 1 घंटा B तथा फिर 1 घंटा C काम करता है, तो इस प्रकार टैंक कितनी देर मे भर जायेगा?



A+B $\xrightarrow{1\,hr}$ 8
A+C $\xrightarrow{1\,hr}$ -1
2 hr 7 lit
↓
16 hr → 56 lit
½ hr (A+B) → 4 lit
16½ hr = 16½ hr ∫

https://studentcafe.co

Q एक पाइप एक टंकी को 20 मिनट मे भर सकता है तथा दूसरा पाइप 30 मिनट मे भर सकता है। पाइप A को आधे समय के लिए खोला गया तथा बाकी आधे समय के लिए दोनो पाइप चलाये गये तो टंकी कितनी देर मे भरेगा?



A आधे समय फिर (A+B) आधे समय

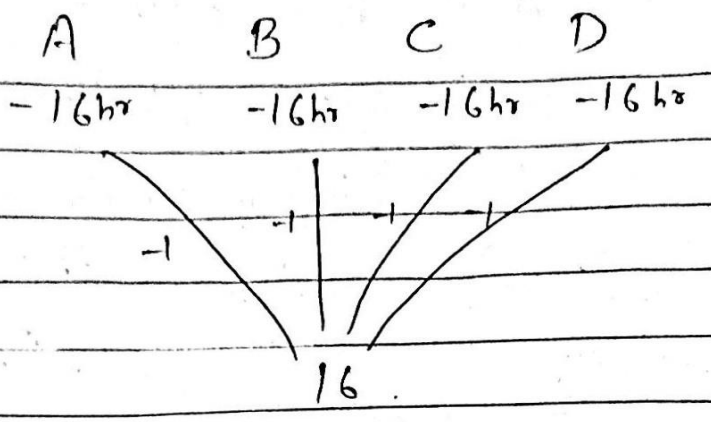
$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} \Rightarrow 1\ min \Rightarrow \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{2}{2}$$

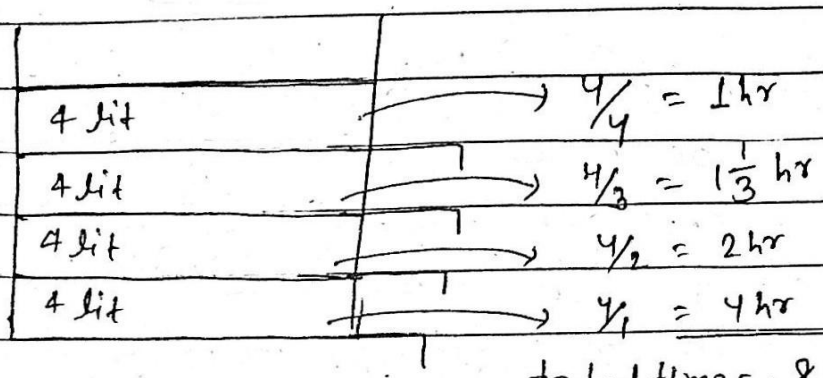
$$1\ min \rightarrow 4$$

Required ans $= \frac{60}{4} = 15\ min$

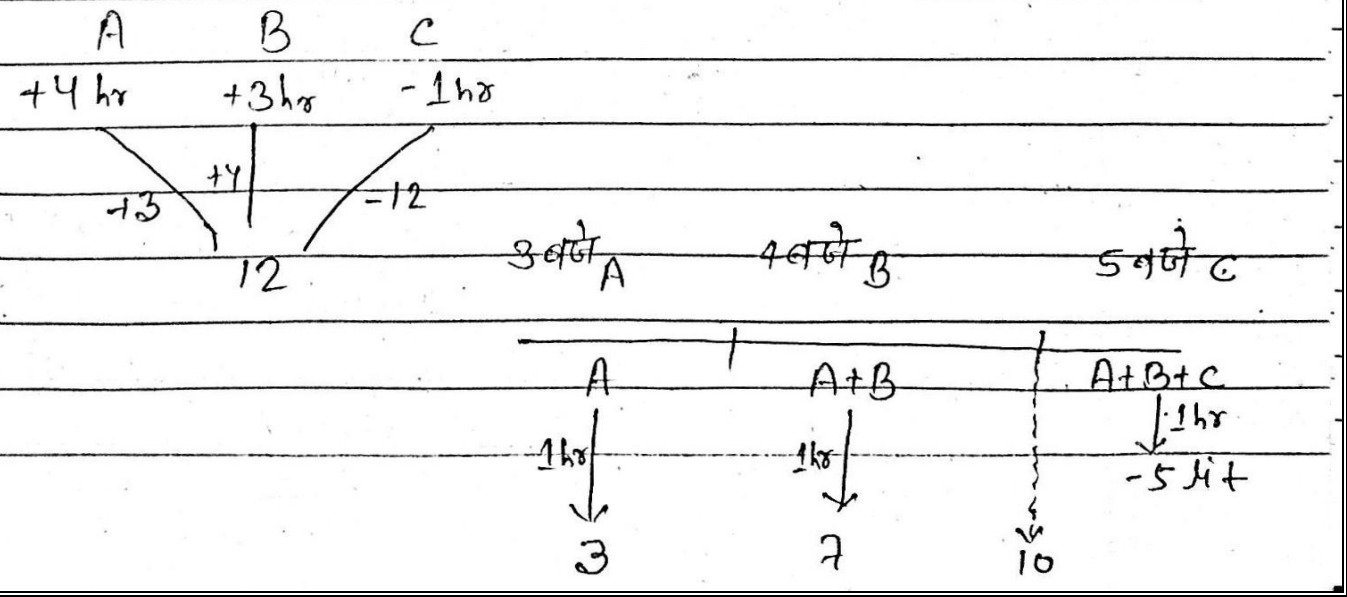
Q एक टैंक मे एक समान कार्यक्षमता वाले 4 नल समान दूरी पर लगे हुए हैं। पहला नल टैंक के तल मे तथा चौथा नल टैंक को 3/4 ऊँचाई पर लगे हैं। यदि पहला नल टैंक को 16 घंटे मे खाली कर सकता है, तो सात कीजिए भरा हुआ टैंक कितने समय मे खाली हो जायेगा?

https://studentcafe.co





Q A किसी टैंक को 4 घंटे में भर सकता है। B, 3 घंटे में भरता है। C, 1 घंटे में खाली करता है। A को शाम 3 बजे, B को शाम 4 बजे तथा C को शाम 5 बजे खोल दिया गया तो टैंक कितने बजे खाली हो जायेगा?

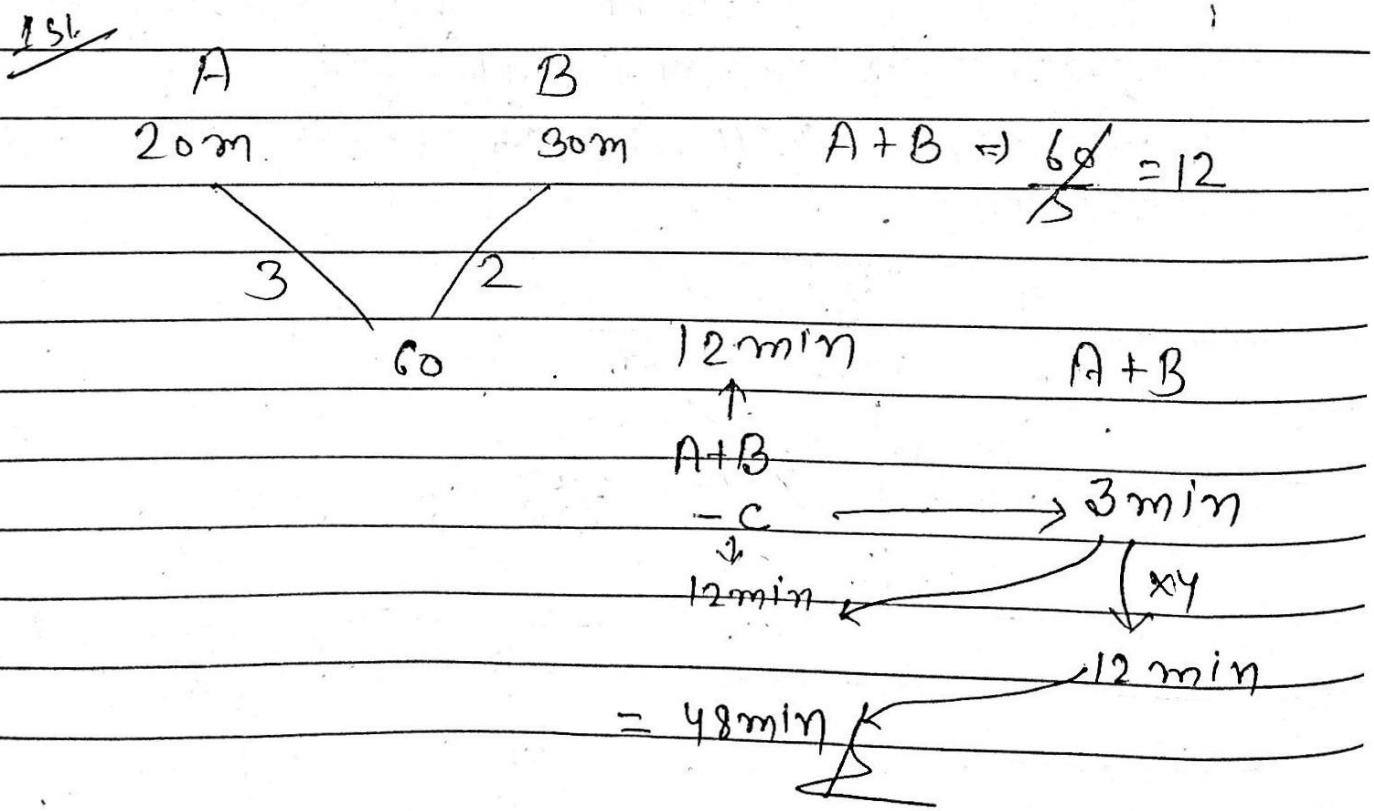


https://studentcafe.co

5 बजे तक A और B 10 lit गरते हैं
और A+B+C 1 hr में 5 lit खाली करते हैं
2 hr " 10 lit " "
तो टंकी 5 बजे से 2 घंटे बाद खाली हो जायेगा
= 7 बजे

Q एक पाइप किसी टैंक को 20 मिनट में तथा दूसरा पाइप 30 मिनट में भर सकता है। एक आदमी दोनों पाइप खोलकर जाता है, जब आदमी वापस आया तो पता चला कि टंकी में चेक होने के कारण टैंक नहीं भर पाया। अब चेक को बंद किया गया और टंकी 3 मिनट में भर गई। चेक टंकी को कितने मिनट में खाली कर देगा?

Sol.



https://studentcafe.co

A+B+C | A+B

12 min | 3 min

×4 | 15 lit

= 48 min | ×4

60 lit

Q एक पाइप किसी टैंक को 14 घंटे मे भरता है तथा दूसरा पाइप 16 घंटे मे भरता है। दोनो को एक साथ खोल दिया जाता है, परन्तु लीकहोने के कारण टैंक को भरने मे 32 मिनट ज्यादा लगता है। लीक पूरे टैंक को कितने देर मे खाली कर सकता है।

A → +14 hr, B → +16 hr

8 | 7

112

$A+B = \frac{112}{15}$ hr

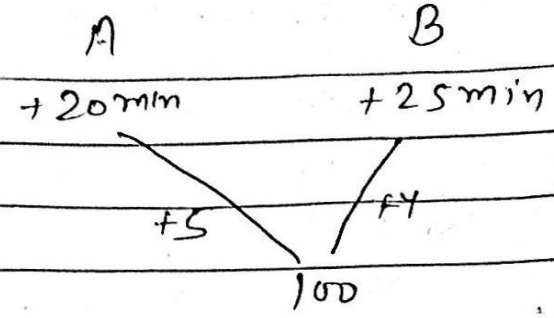
$A+B+C = \frac{112}{15} + \frac{32}{60} = 8$ hr

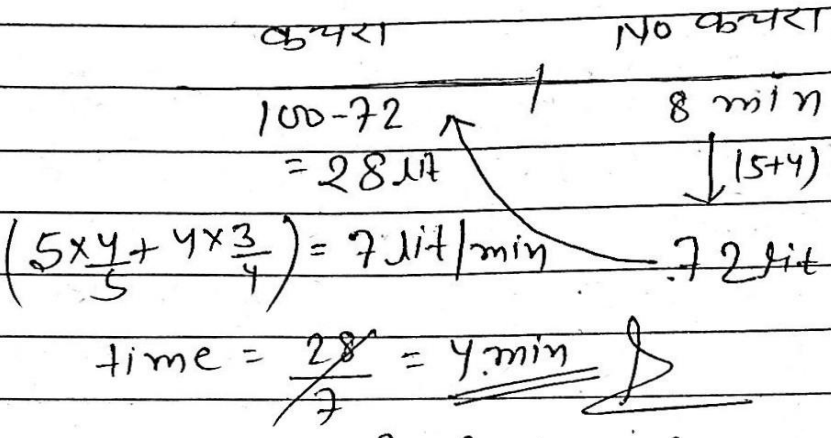
C → 14, 8hr

$C = \frac{112}{1} = 112$ hr

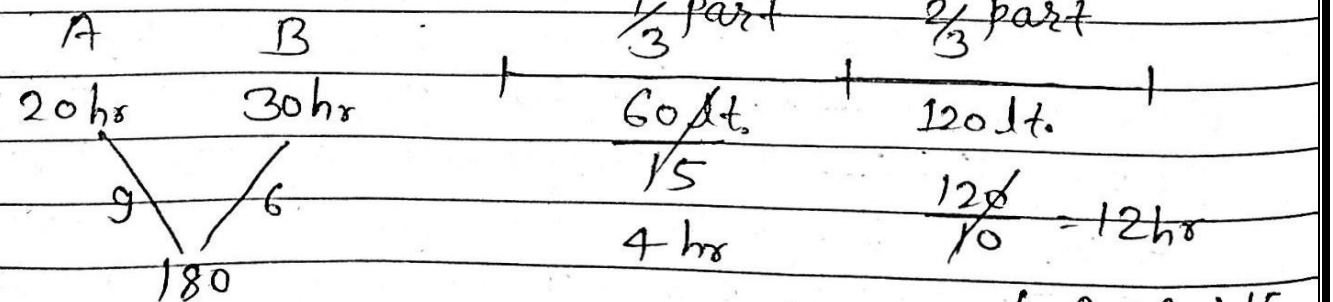
Q दो पाइप किसी टैंक को 20 मिनट और 25 मिनट मे भर सकते है। किन्तु पाइप मे कचरा होने की वजह सेकेवल 4/5 पानी ही गेज पा रहा है। जबकि दूसरा पाइप 3/4 ही गेज पा रहा है। पता चलने के बाद कचरे को हटा दिया गया और फिर टैंक 8 मिनट मे भर गया तो बताओ कचरा कितनी देर तक रहा?

https://studentcafe.co





Q नल A तथा B किसी टैंक को अलग-अलग क्रमशः 20 तथा 30 घंटे मे भर सकते हैं। दोनो नल को एक साथ खोल दिया जाता है, जब टैंक का $\frac{1}{3}$ भाग भर जाता है। तब टैंक के तल मे एक छिद्र हो जाता है तब नल A तथा B द्वारा प्रति घंटे जाये पानी का $\frac{1}{3}$ खाली करता है तो ज्ञात कीजिए टैंक को भरने मे कुल कितना समय लगेगा?



total = 16 hr

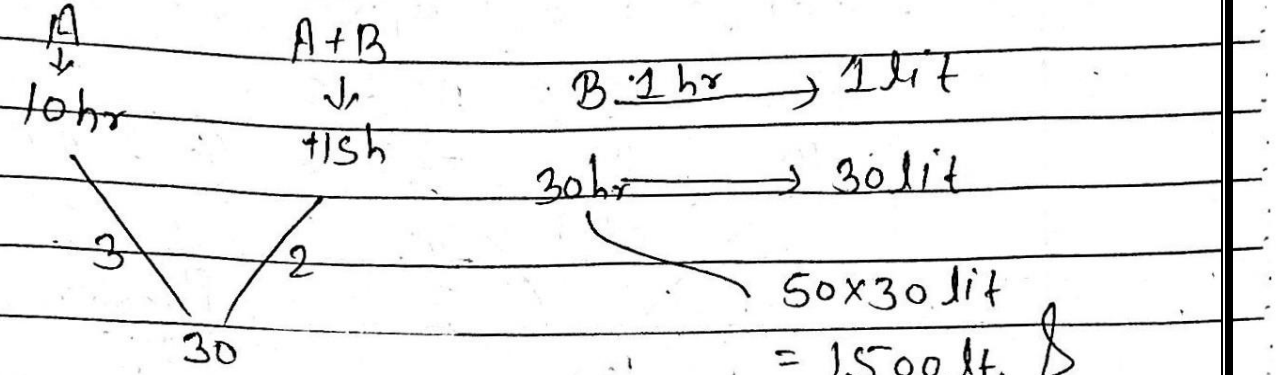
A + B → 15

C → $15\times\frac{1}{3}=5$

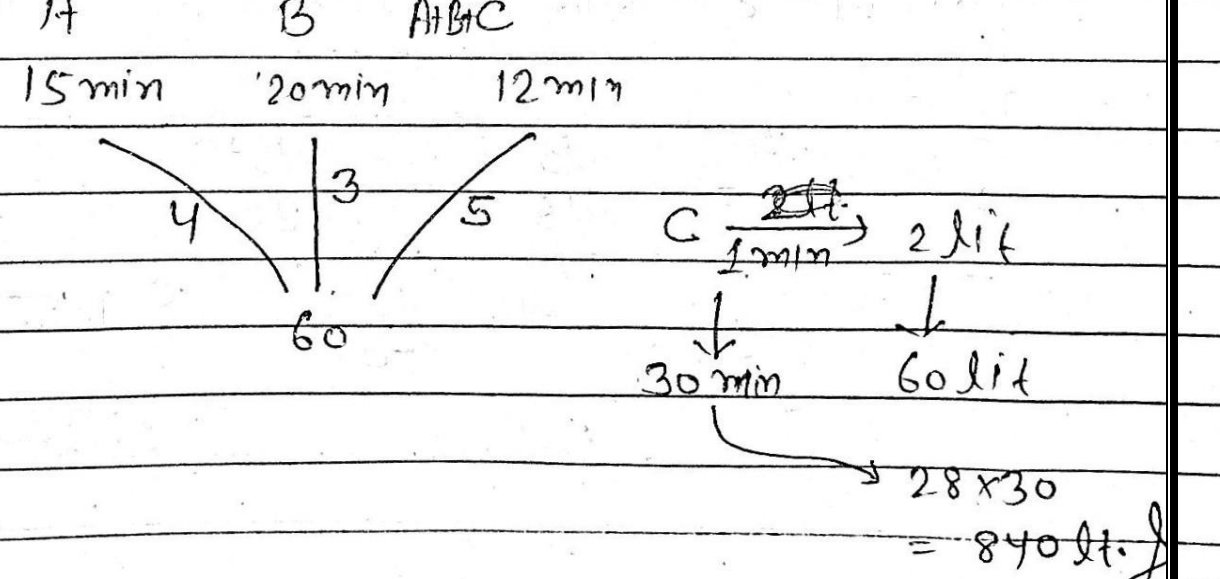
15 − 5 = 10

https://studentcafe.co

Q एक पाइप किसी टैंक को 10 घंटे मे भर सकता है। एक खाली करने वाला पाइप लगा दिया जो 50 लीटर/पानी/घंटा बाहर करता है, तो अब टैंक को भरने मे 15 घंटे लगते है, तो टैंक की क्षमता क्या है।

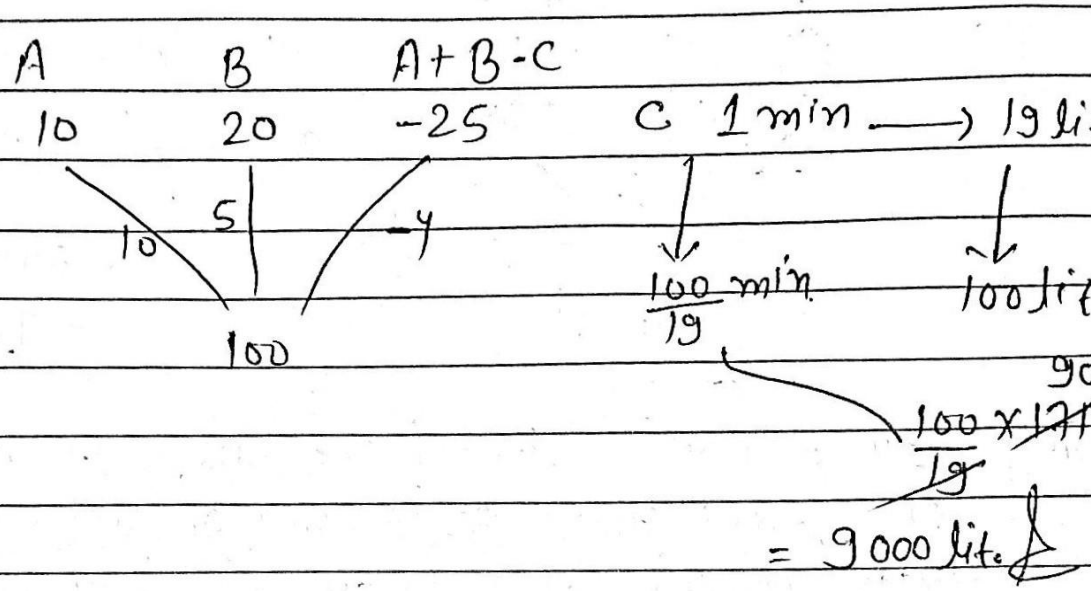


Q पाइप A किसी टैंक को 15 मिनट मे भर सकता है तथा दूसरा पाइप B 20 मिनट मे भर सकता है। एक खाली करने वाला पाइप जोड़ दिया जो पानी को 28 lt./min बाहर कर रहा है। और इसको तीनो मिलकर 12 मिनट मे भरते है, तो टैंक की क्षमता क्या है।

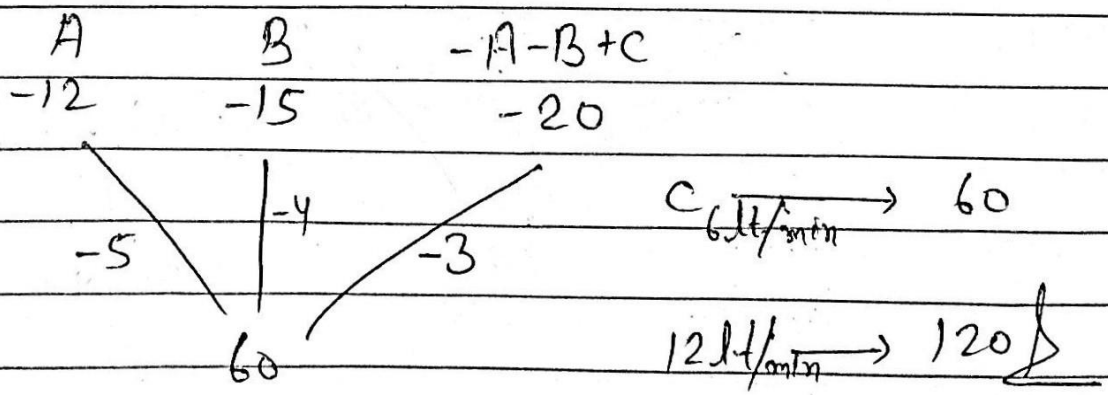


https://studentcafe.co

Q एक पाइप किसी टैंक को 10 मिनट में भर सकता है। तथा दूसरा पम्प 20 मिनट में भर सकता है। एक खाली करने वाला पाइप लगा दिया जो 17.10 लीटर पानी/मिनट बाहर कर रहा है, तो टैंक 25 मिनट में खाली हो जाता है। टैंक की क्षमता क्या है।

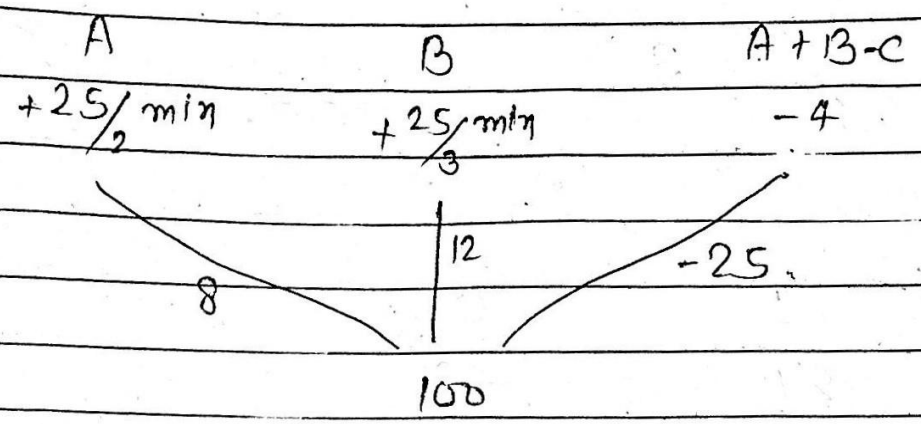


Q पाइप A किसी टैंक को 12 मिनट में खाली कर देता है। पाइप B, 15 मिनट में खाली कर देता है। एक भरने वाला पाइप लगा दिया जो 12 लीटर/मिनट पानी डाल रहा है। अब टैंक 20 मिनट में खाली हो जाता है, तो टैंक की क्षमता क्या है।



https://studentcafe.co

Q एक पाइप किसी टैंक को $12\frac{1}{2}$ मिनट मे भर सकता है तथा दूसरा पाइप $8\frac{1}{3}$ मिनट मे भर सकता है। एक खाली करने वाला पाइप जोड़ दिया जो 1 मिनट मे 162 Lt. पानी बाहर करता है। तो अब टैंक 4 मिनट मे खाली हो जाता है। टैंक की क्षमता क्या है।



C 45 Lit/min ⟶ 100 Lt

9 Lt./min ⟶ 20 Lt.

162 Lit/min ⟶ 360 Lt. ∫

Q एक टैंक से 8 पाइप जुड़े हुये हैं। जिसमे कुछ भरने वाले हैं तथा कुछ खाली करने वाले हैं। भरने वाला पाइप 8 घंटे मे भर सकता है तथा खाली करने वाला पाइप 6 घंटे मे खाली कर सकता है। सारे पाइप एक साथ खोल दिये जाये तो टैंक 8 घंटे मे भर जाता है। तो बताइये कि कितने भरने वाले तथा कितने खाली करने वाले पाइप हैं।

https://studentcafe.co

1st

I	O
8	-6
3	-4
24	

$\frac{24}{8} = 3$

I	O
×6	2
×7	1
5	3
×3	×4
15	-12

3

I > O तभी ऐसे मारेंगा

I = 5, O = 3

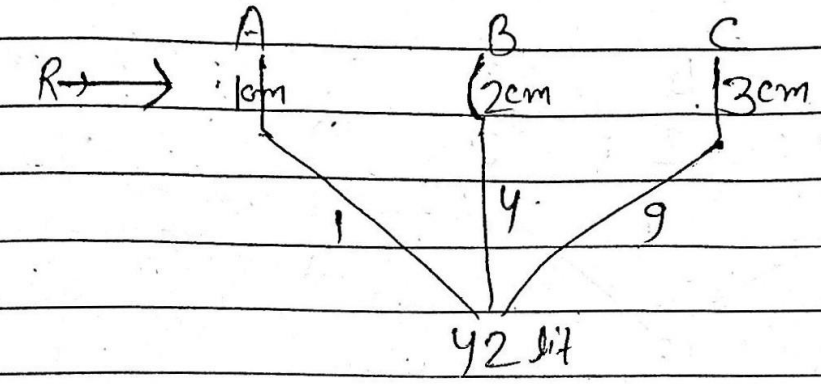
2nd

I	O
24	-32
3	
35	21
5 :	3

I = 5, O = 3

https://studentcafe.co

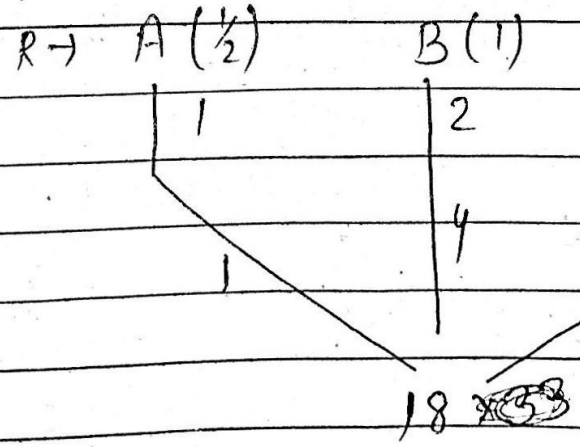
Q एक टैंक से 3 पाइप जुड़े हुये हैं। जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 1cm, 2cm व 3cm हैं। पाइप मे बहने वाला पानी त्रिज्या के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है। यदि सबसे पतले वाला पाइप टैंक को 42 मिनट मे भर देता है। तीनो पाइप मिलकर कितनी देर मे भरेंगे



$A+B+C = \frac{42}{14}$

$= 3 \text{ min}$

Q तीनो पाइपो की त्रिज्याएँ 1/2, 1 व 3/2 हैं। तीनो पाइपो से बहने वाले पानी की चाल 33 मीटर/मिनट है। यदि तीनो पाइप इस टैंक को 18 मिनट मे भर देते हैं। तो सबसे बड़े वाला पाइप कितनी देर मे भर देगा?



$C \rightarrow \frac{14 \times 18^2}{9} = 28 \text{ min}$

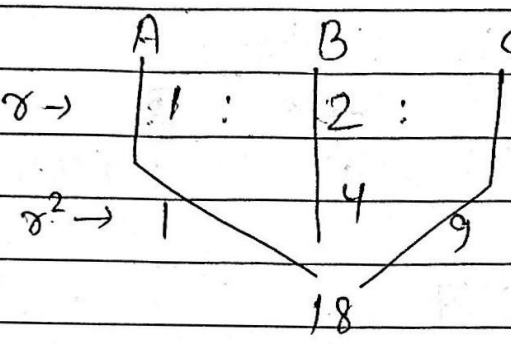
Pipe का V = $\pi r^2 h$

↓ equal

then only depend r^2

https://studentcafe.co

Q तीनो पाइपो की त्रिज्याएँ $\frac{1}{2}$, 1 व $\frac{3}{2}$ हैं। तीनो पाइपो से बहने वाले पानी की चाल 33 मीटर/मिनट है। यदि तीनो पाइप इस टैंक को 18 मिनट में भर देते हैं। तो सबसे बड़े वाला पाइप कितनी देर में भर देगा?



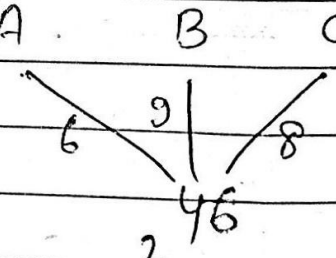
pipe का volume $= \pi r^2 h$ ← equal

volume depends only r^2

$$C \rightarrow \frac{18 \times 14}{9} = 28 \text{ min}$$

Q तीन पाइपो की त्रिज्याएँ 1, $\frac{3}{2}$ व 2 हैं। तीनो पाइपो से बहने वाले पानी की चाल क्रमशः 3 लीटर/मिनट, 2 लीटर/मिनट व 1 लीटर/मिनट है। यदि सबसे बड़ा पाइप टैंक को 46 मिनट में भर सकता है तो तीनो पाइप मिलकर कितनी देर में भरेंगे?

	A	B	C
$r \rightarrow$	2	3	4
$r^2 \rightarrow$	4	9	16
$h \rightarrow$	3	2	1
$r^2h \rightarrow$	12	18	16
	6	9	8



$$A+B+C = \frac{46 \times 8}{23} = 16 \text{ min}$$

https://studentcafe.co

Q एक हौज को भरने मे पाइप A तथा B द्वारा साथ मिलकर हौज को भरने मे लगे समय से 3 मिनट का अधिक समय लगता है। दूसरे पाइप B को पाइप A तथा B द्वारा साथ मिलकर हौज को भरने मे लगे समय से $2\frac{1}{3}$ मिनट का अधिक समय लगता है। यदि दोनो पाइप A तथा B को साथ खोल दिया जाये तो हौज को भरने मे कितना समय लगेगा?

$A + B \rightarrow x$

$A \rightarrow x+3$

$B \rightarrow x+6\frac{1}{3}$

$x = \sqrt{3 \times 6\frac{1}{3}}$

$= 8$ min

Q एक हौज मे तीन पाइप A, B तथा C लगे हुए है। A तथा B अलग-अलग हौज को क्रमशः 20 तथा 30 घंटे मे भर सकते है तथा पाइप C हौज को 60 घंटे मे खाली कर सकता है। पाइप A तथा C को एक साथ पहले घंटे के लिए खोला जाता है, तथा B+C को दूसरे घंटे के लिए खोला जाता। दोबारा पाइप A तथा C को एक साथ तीसरे घंटे के लिए खोला जाता है और इस प्रकार यह क्रिया आगे तब तक चलती है जब तक हौज भर ना जाये। ज्ञात कीजिए कि टैंक कितने समय मे भर जायेगा?

A	B	C
+20	+30	-60
3	2	-1

60

$A+C \rightarrow 2$

$B+C \rightarrow 1$

$2h \rightarrow 3$

$= 40h \rightarrow 60$

Contact Information:-

NEW SUCCESS POINT

Studentcafe

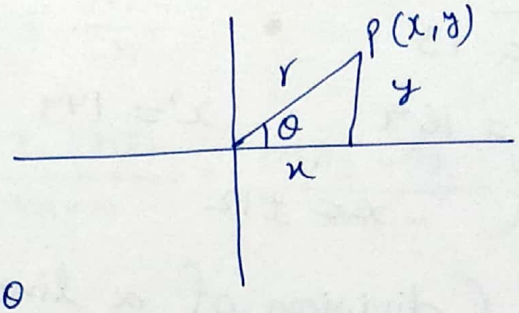
ALL PDF DOWNLOAD FROM HERE :-

Coordinate Geometry

Abcissa – X Axis

Ordinate – Y Axis

Polar Coordinate of a point



$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

so Polar coordinates are $(r\cos\theta, r\sin\theta)$

Q:1 Find Polar Coordinate of $(1, \sqrt{3})$

$$r = \sqrt{(1)^2+(\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4}$$

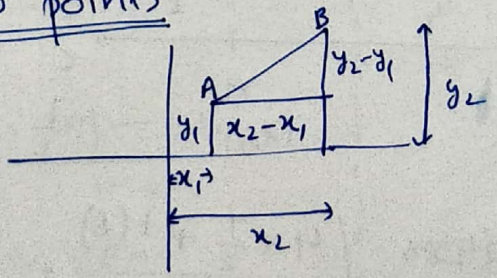
$$r = 2$$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} = \tan 60^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

Polar coordinates $= (2\cos 60^\circ, 2\sin 60^\circ)$

Distance between two points



$$AB = \sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$$

Q:2 If the distance between two points $(0,-5)$ and $(x,0)$ is 13. Find x

$$\sqrt{(0+5)^2+(x-0)^2} = 13$$

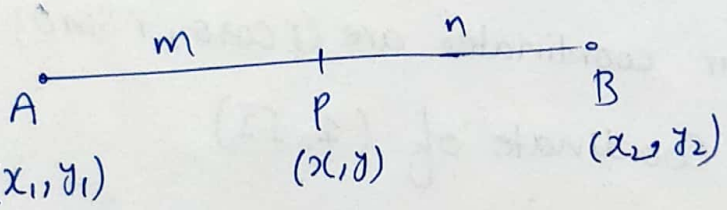
$$\sqrt{25+x^2} = 13$$

$$25+x^2 = 169 \qquad x^2 = 144$$

$$x = \pm 12$$

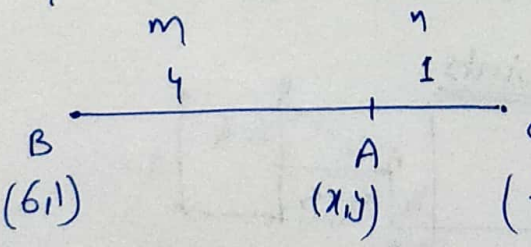
Section formula (division of a line)

(a) Internal division



$$\frac{PA}{PB} = \frac{m}{n} \qquad P(x,y) = \left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

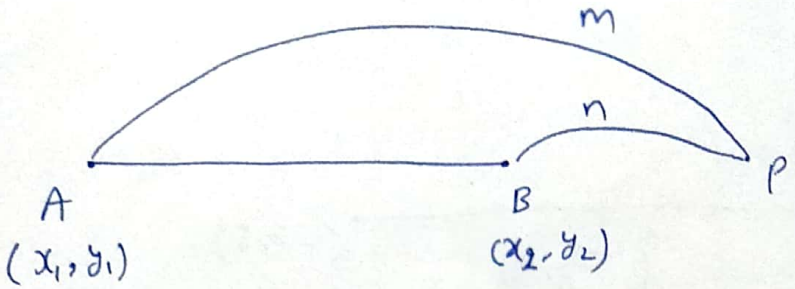
Q.3 Point A divides segment BC in ratio 4:1 internally. Coordinates of B and C are $(6,1)$ and $\left(\frac{7}{2},6\right)$ respectively. Find coordinates of A.



$$A(x,y) = \left(\frac{4\times\frac{7}{2}+1(6)}{5}, \frac{4\times6+1\times1}{5}\right)$$

$$\left(\frac{20}{5}, \frac{25}{5}\right) = (4,5)$$

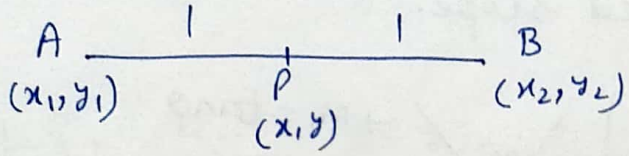
(b) external division



$$\frac{PA}{PB} = \frac{m}{n}$$

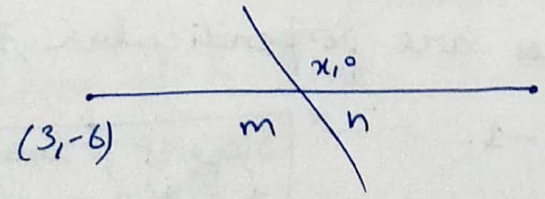
$$P(x,y) = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$$

(c) mid point



$$m(x,y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Q:4 In which ratio x Axis will divide the join of two points $(3,-6), (4,5)$



$$\text{eq} \equiv y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$$

$$0 = \frac{5m - 6n}{m+n}$$

$$5m = 6n$$

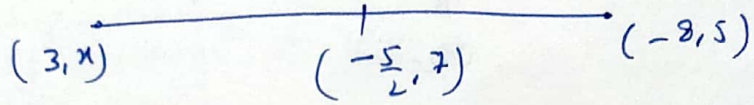
$$\frac{m}{n} = \frac{6}{5}$$

we supposed division internally, then

if $\frac{m}{n}$ is +ve division is internally

if $\frac{m}{n}$ is -ve division is external

Q:5 If mid point coordinate of join $(3,x)$ and $(-8,5)$ is $\left(-\frac{5}{2}, 7\right)$



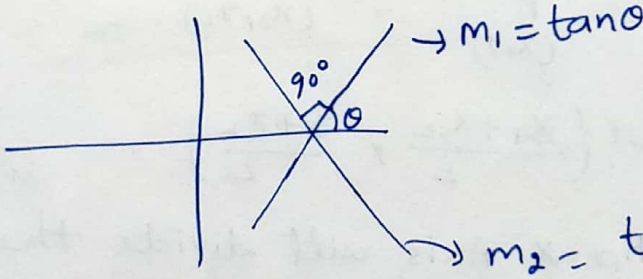
$$\frac{x+5}{2} = 7$$

$$x+5 = 14$$

$$x = 9$$

Slope of a line

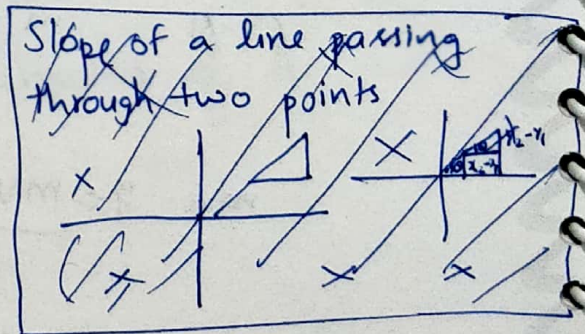
If a line makes an θ with +ve x axis then $\tan\theta$ is called slope.



$$m_1 m_2 = -1$$

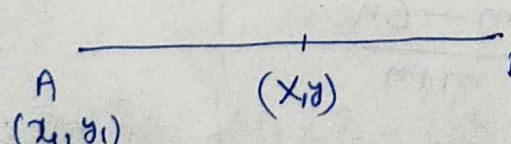
so if two lines are perpendicular, the product of their slopes is -1.

* Slope of a line passing through two points



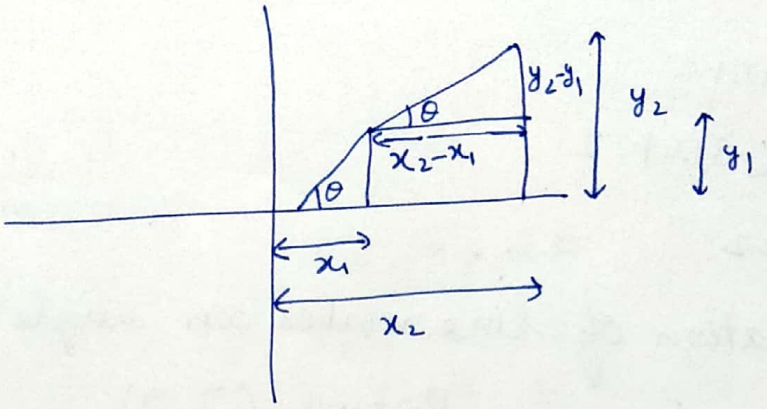
Equation of a line

(1) point form of a line



$$\text{Slope} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y-y_2} \Rightarrow \boxed{y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)}$$

* Slope of a line passing through two points



$$\tan\theta = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = m$$

Q.6 Find the equation of a line passing through (2,3) and (5,4)

$$y-3 = \frac{4-3}{5-2}(x-2)$$

$$y-3 = \frac{1}{3}(x-2)$$

$$3y-9 = x-2$$

$$x-3y+7=0$$

Slope form of a line

$$y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

$$y-y_1 = m(x-x_1)$$

$$y = mx+(y_1-mx_1)$$

$$\boxed{y=mx+c}$$

m = slope of a line

c = the length of intercept by line on y axis

Q7 find the equation of line having slope -3 and 2 unit intercept on y axis

$$y = mx + c$$
$$y = (-3)x + 2$$
$$3x + y = 2$$

Q.8 Find the equation of line makes an angle 45° with +ve axis and passing through $(7, 9)$

$$m = \tan 45^\circ = 1$$
$$y = mx + c$$
$$9 = 1(7) + c$$
$$c = 2$$
$$y = x + 2$$
$$\boxed{x - y = -2}$$

Q.9 Find the equation of line which is parallel to another line $3x + 4y = 111$ and passing through $(2, 1)$

how to find slope

$$2x + 3y = 4$$
$$3y = 4 - 2x$$
$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$
$$\boxed{m = -\frac{2}{3}}$$

Slope depends upon x and y cofficient

$$3x + 4y = k$$
$$3(2) + 4(1) = k$$
$$6 + 4 = 10 = k$$
$$\boxed{3x + 4y = 10}$$

Q.10 Find the equation of line which is perpendicular to $9x+5y=119$ and passing through $(3,2)$

$m_1 . m_2 = -1$

$m_2 = -\frac{1}{m_1}$

$5x-9y=k$

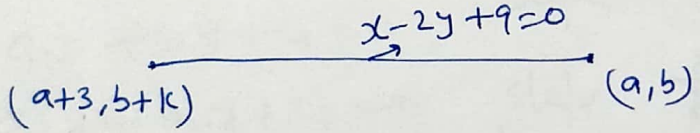
$5(3)-9(2)=k$

$15-18=k$

$\boxed{k=-3}$

$5x-9y=-3$

Q:11 Two points $(a+3, b+k)$ and (a,b) are on the line $x-2y+9=0$ find k



$m = \frac{b+k-b}{a+3-a} = \frac{k}{3}$

$x-2y+9=0$

$2y = x+9$

$y = \frac{x}{2}+9$

$m = \frac{1}{2}$

$\frac{k}{3} = \frac{1}{2}$

$\boxed{k = 3/2}$

Type of Lines or Number of Solutions

$a_1x+b_1y+c_1=0$

$a_2x+b_2y+c_2=0$

(A) Parallel lines (No solution → [illegible])

$m_1 = m_2$ $\quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

To know how the equation formed.

$y = mx + c$

slope

$b_1 y = -a_1 x - c_1$

$y = -\frac{a_1}{b_1} x - \frac{c_1}{b_1} =$

from $m_1 = m_2$

$-\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_2 - a_2}{b_2}$

$= \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \Rightarrow \boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}} \neq \frac{c_1}{c_2}$

Q.12 If $2x + 3y = 19$ and $kx + 6y = 39$ are parallel lines find k.

$\frac{2}{k} = \frac{3}{6}$

$k = 4$

(B) Coincident lines

$x + y = 8$
$2x + 2y = 16$] Infinite Solutions

so coincident lines has infinite solution.

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}}$$

Q:13 If equation of two lines are $3x + 9y = 11$ and $6x - ky = 22$ has infinite solution. Find value of k.

(C) Intersecting lines (unique solution)

$$\boxed{\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}} \text{ or } \neq \frac{c_1}{c_2}$$

Q.14 → If lines $2x+3y=18$ and $4x+ky=39$ are intersecting line. Then find k.

$$\frac{2}{4} \neq \frac{3}{k}$$

$$\boxed{k \neq 6}$$

(D) Perpendicular lines

$$M_1 M_2 = -1$$

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ slope $\left(-\frac{a_1}{b_1}\right)$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ slope $\left(-\frac{a_2}{b_2}\right)$

$$\left(-\frac{a_1}{b_1}\right)\left(-\frac{a_2}{b_2}\right) = -1$$

$$-a_1a_2 = b_1b_2$$

$$\boxed{a_1a_2 + b_1b_2 = 0}$$

Q:15 If two lines $2x+3y=8$ and $kx+4y-9=0$ are ⊥ lines. Find k

$$a_1a_2 + b_1b_2 = 0$$

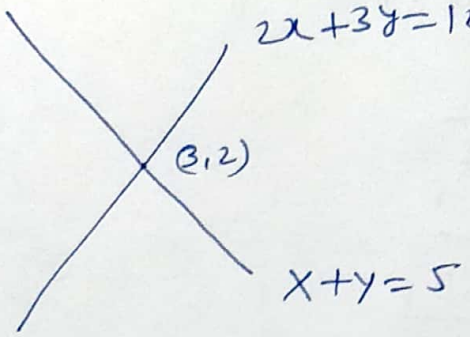
$$2k + 12 = 0$$

$$\boxed{k = -6}$$

(ϵ) Concurrent lines

If more than two lines passing a single point then they are called concurrent lines.

Q.16 If $4x+3y=k$, $2x+3y=12$ and $x+y=5$ are concurrent lines then find k.



$2x+3y=12$

$2x+2y=10$

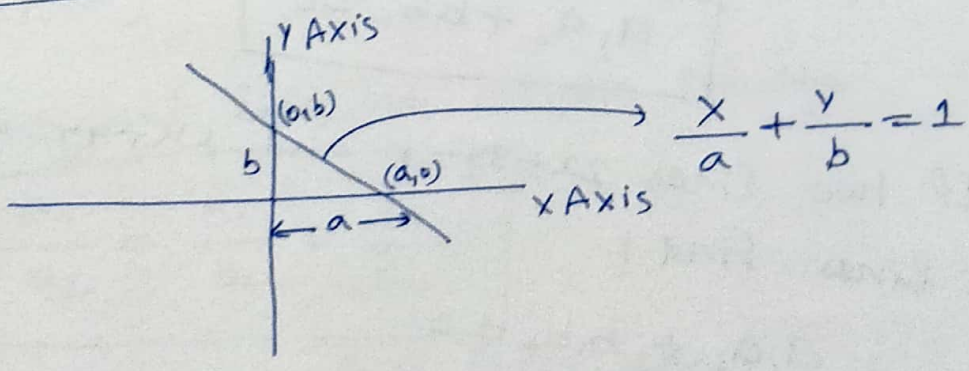
$y=2$ then $x=3$

$4x+3y=k$ also passes through $(3,2)$

$4(3)+3(2)=k$

$k=18$

Intercept form of a line



$y-0=\frac{0-b}{a-0}(x-a)$

$-\frac{y}{b}=\frac{x}{a}=-1 \Rightarrow \boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1}$

a = length of intercept on x Axis

b = length of intercept on y Axis

Length of intercept between both axis = $\sqrt{a^2+b^2}$

Area of $\Delta OAB = \frac{1}{2}ab$

Since $mx+c=y$

$$mx-y=-c$$

$$\frac{mx}{-c}+\frac{y}{c}=1$$

$\swarrow$ intercept on y Axis

Q.17 Find the equation of line having slope 5 and length of $\frac{3}{2}$ on y Axis.

$$y=5x+\frac{3}{2}$$

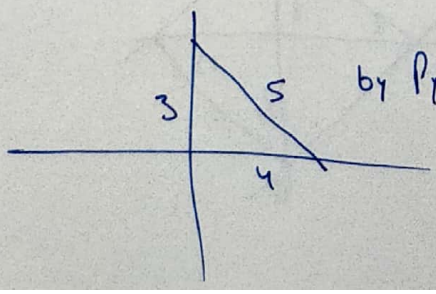
$$2y=10x+3$$

$$\boxed{10x-2y+3=0}$$

Q:18 Find the length of intercept b/w both axis by a line $3x+4y=12$

$$3x+4y=12$$

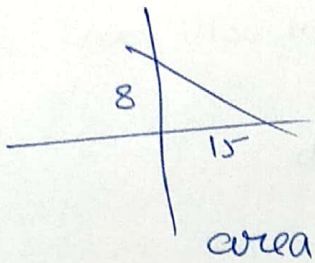
$$\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$$



by Pythagoras Thm.

Q.19 Find the area of Δ formed by three lines $8x+15y=120$, x axis and y axis

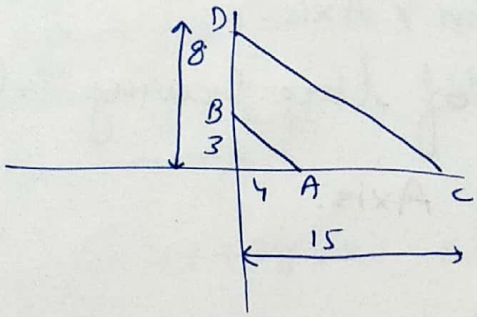
$\frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1$



area $= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60$ sq. unit

Q.20 Find the area of Quadrilateral formed by four lines $3x+4y=24$, $8x+15y=120$ x axis and y axis

$\frac{x}{8}+\frac{y}{6}=1$ $\quad$ $\frac{x}{15}+\frac{y}{8}=1$



Area of ▱ $= \frac{1}{2} \times 8 \times 15 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3$

$= 60 - 6 = 54$ Sq. unit

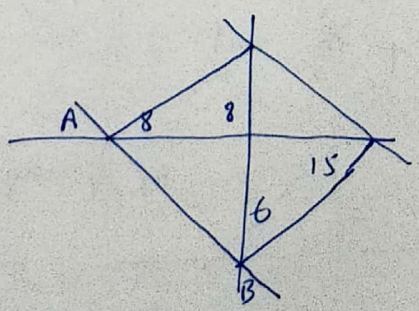
Q:21 Find the area of Quardilateral ABCD

AC, BD diagonal $\quad$ A x Axis $\quad$ B y Axis

$AB = 3x+4y=-24 \longrightarrow$

$CD = 8x+15y=120$

$\frac{x}{-8}+\frac{y}{-6}=1$ AB



$$\text{area} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\theta$$

$$= \frac{1}{2}(14)(23)\sin 90^\circ$$

$$= 7 \times 23 = 161 \text{ sq. units}$$

Graph

line passing through (0,0) having constant term = 0

Q.24 which of the following will pass from origin.

(1) $3x+4y-11=0$ ✗ constant term = 11

(2) $4x-3y=0$ ✓ constant term = 0

(3) $4x-3y=9$ ✗ constant term = 9

Q.25 $ax+by+c=0$ $(a\neq 0, b\neq 0, c=0)$ passes through

(A) (0,0) ✓

(B) (0,1)

(C) (1,1)

(D) (10,17)

Ans.

$y=x$

$y=mx+c$

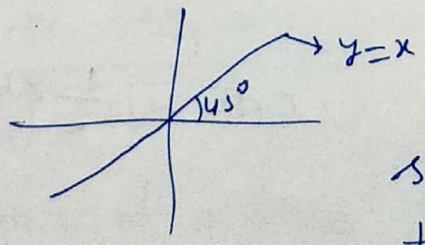
$c=0$

$\frac{y}{x} = m$

$\boxed{m=1}$

m is slope $\tan\theta$

$\theta = 45^\circ$

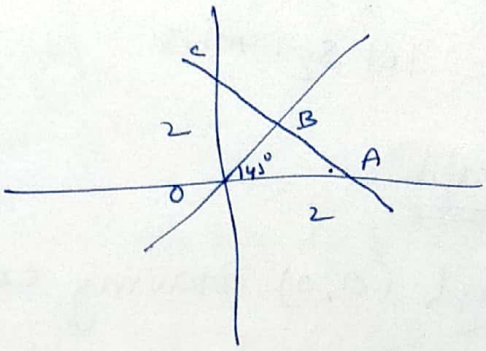


since $c=0$ it will pass through origin.

Q:26 find the area of triangle formed by 3 lines,

$y=x$ $x+y=2$ and x Axis

$\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$



$$OAB = \frac{1}{2} OAC$$

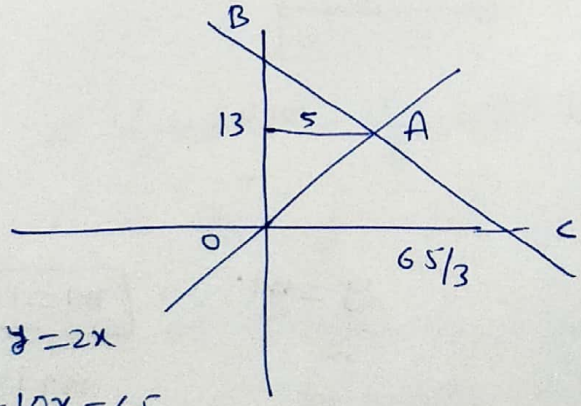
$$OAC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

$$\text{area of } OAB = \frac{2}{2} = 1 \text{ unit}$$

Q.27 find the Area of triangle formed by 3 lines

$y=2x$ $3x+5y=65$ and y axis

$\frac{x}{65/3}+\frac{y}{13}=1$



since $y=2x$

$3x+10x=65$

$13x=65$

$x=5$

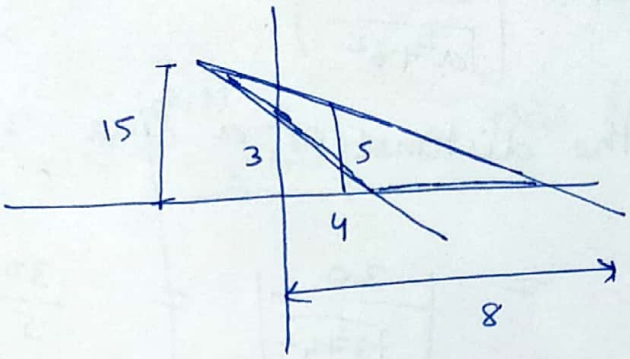
$$OAB = \frac{1}{2} \times 13 \times 5 = \frac{65}{2}$$

$$= 32.5 \text{ sq. units}$$

Q:28 If three lines $3x+4y=12$, $5x+8y=40$ and x axis form a triangle. Find it's area.

$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$\frac{x}{8} + \frac{y}{5} = 1$



~~$6x + 8y = 24$~~

$15x + 20y = 60$

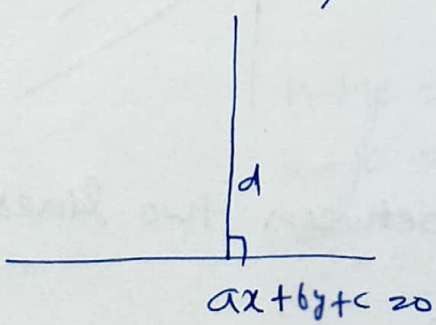
$15x + 24y = 120$

$-4y = -60$ $\quad \boxed{y = 15}$

area $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15$

$= 30$ Sq. units.

Distance of a line $ax + by + c = 0$ from a point (x_1, y_1)



$$d = \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

Q.29 Find the distance of a line $4x + 3y + 13 = 0$ from a point $(4, 3)$

$$d = \frac{16 + 9 + 13}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{38}{5} = 7.6 \text{ cm}$$

(a) distance of a line $ax+by+c=0$ from $(0,0)$

$$d = \left| \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$

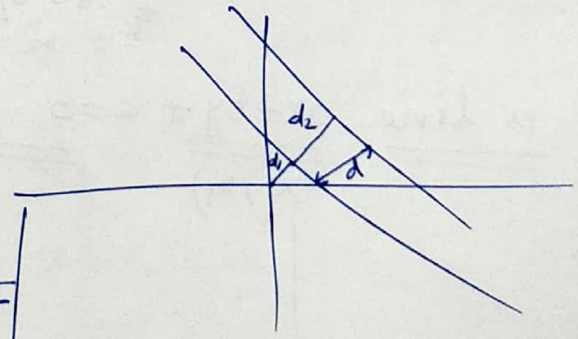
Q.30 Find the distance of a line $3x+4y+30=0$ from origin.

$$= \left| \frac{30}{\sqrt{3^2+4^2}} \right| = \frac{30}{5} = 6 \text{ cm}$$

(b) Distance between 2 parallel lines.

since lines are parallel so x any y cofficient will be equal.

$$ax+by+c_1=0$$
$$ax+by+c_2=0$$



$$d = d_2 - d_1$$

$$d = \left| \frac{c_2-c_1}{\sqrt{a^2+b^2}} \right|$$

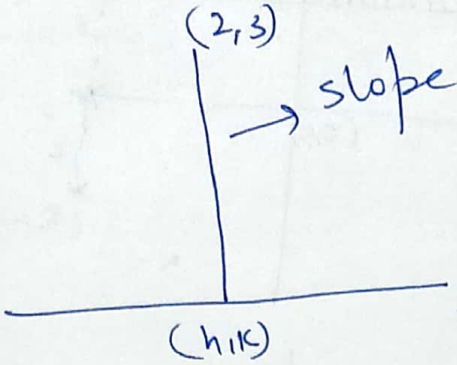
Q.31 Find the distance between two lines $3x+4y=13$ and $3x+4y-12=0$

x, y cofficient are equal so lines are $\parallel$.

$$d = \left| \frac{13-(-12)}{\sqrt{3^2+4^2}} \right| = \left| \frac{25}{5} \right| = 5$$

Foot of the perpendicular

Q.32 Find the foot of ⊥ of a point (2,3) to line $x+y-11=0$



slope of this line $\frac{k-3}{h-2} = m_1$

slope of this line

$y = -x+11$

$m_2 = -1$

for perpendicular

$m_1 m_2 = -1$

$\left(\frac{k-3}{h-2}\right)(-1) = -1$

$k-3 = h-2$

$-1 = h-k$

since (h,k) lies on

$x+y=11$

then $h+k=11$

$h+k=11$

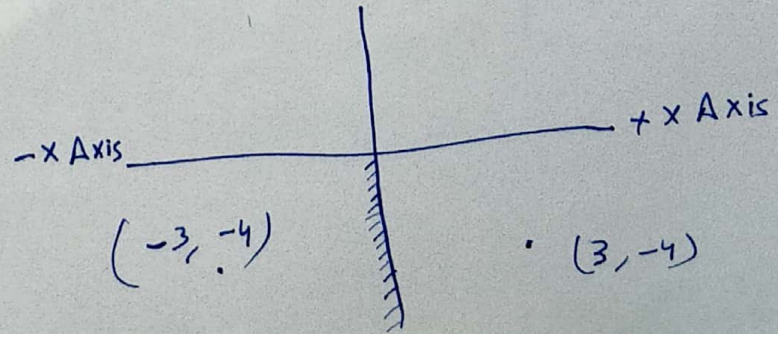
$h-k=-1$

$2h=10$ $\quad h=5$ $\quad k=6$

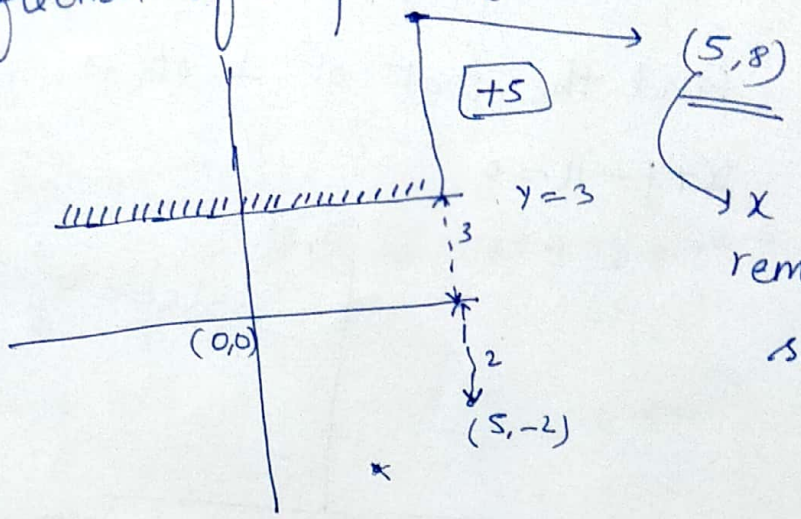
(5,6)

Reflection / Image

Q.33 Find the reflection of a point (3,-4) in Y Axis

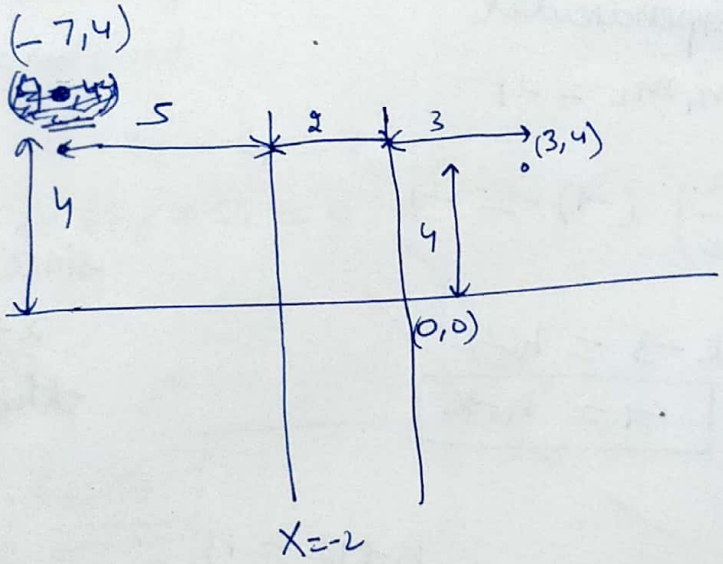


Q.34 Find the reflection of a point (5, −2) in line y = 3

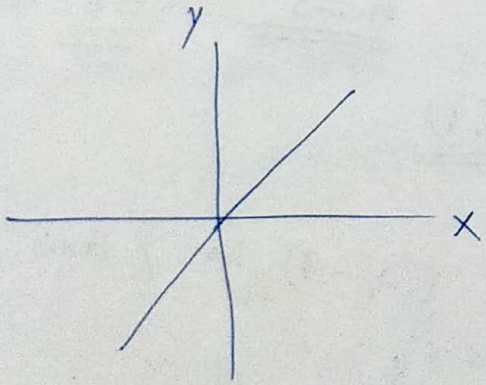


remained same

Q.35 Find the reflection of a point (3,4) in line x = −2



y = x

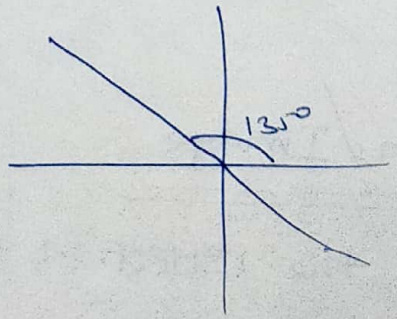


y = −x

m = −1

tanθ = −1

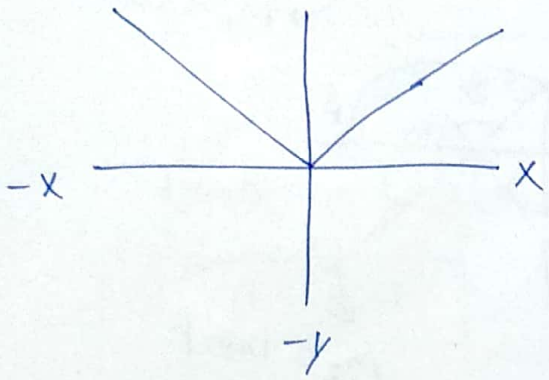
= 135°



$y = |x|$

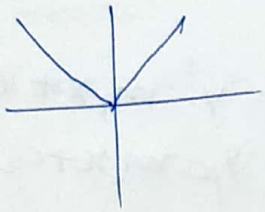
$$y = |x| \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

$y = |x| = x$

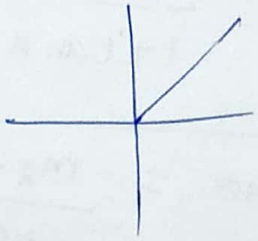


Q.36 $y = x + |x|$

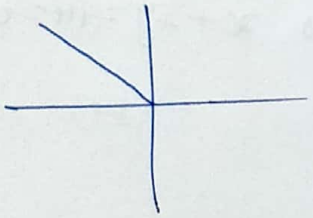
(a)



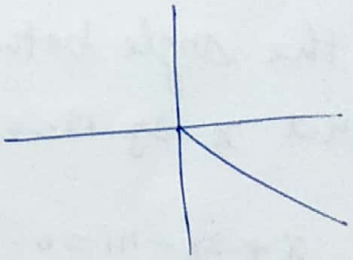
(c)



(b)

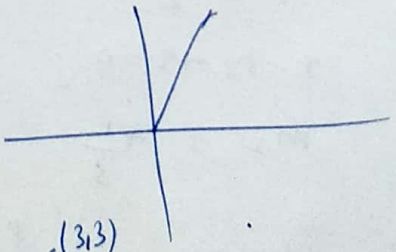


(d)

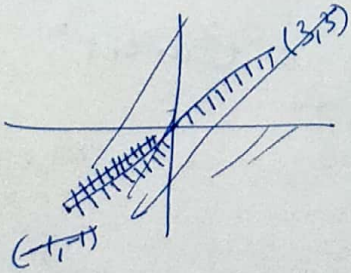


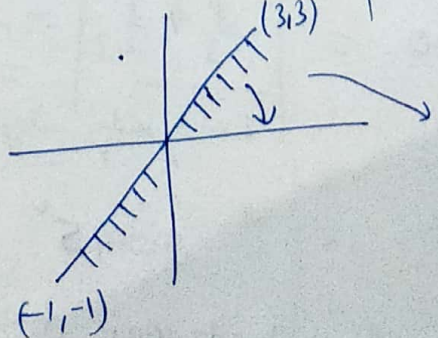
$y = x + |x|$

$$y = \begin{cases} 2x & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \rightarrow$$



Q.37

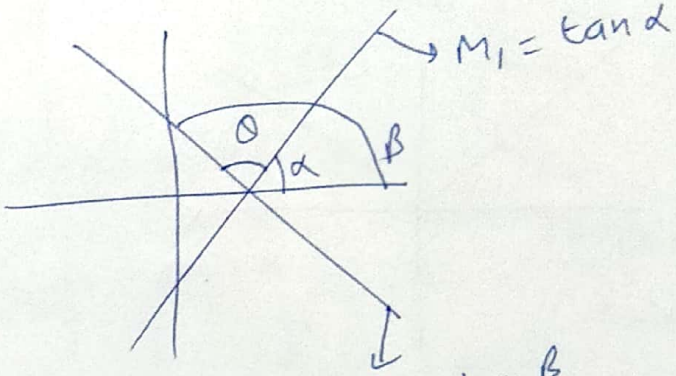




$\frac{y}{x} \leq 1$

$y \leq x$

Angle between two lines.



$\theta = \beta - \alpha$

$\tan\theta = \tan(\beta - \alpha)$

$$\tan\theta = \frac{\tan\beta - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\boxed{\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}}$$

when $y = m_1x + c_1$
$y = m_2x + c_2$

Q38] Find the angle between two lines $x + 2y - 111 = 0$ and $x - 3y - 19 = 0$

$x + 2y - 111 = 0$

$m_1 = -\frac{1}{2}$

$x - 3y - 19 = 0$

$m_2 = +\frac{1}{3}$

$$\tan\theta = \left|\frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}}\right| = 1 = \tan 45^\circ$$

$\theta = 45^\circ$

Q39 Find Angle between two line ~~$x\cos\alpha + y$~~ $x\sin\alpha + y\cos\alpha = p_1$ and $x\sin\beta + y\cos\beta = p_2$ $(\alpha > \beta)$

$$m_1 = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\tan\alpha$$

$m_2 = -\tan\beta$

$$\tan\theta = \left|\frac{-\tan\beta + \tan\alpha}{1+\tan\alpha\tan\beta}\right|$$

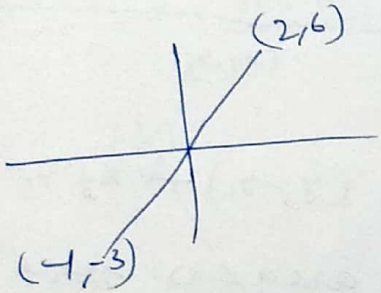
$\tan\theta = \tan(\alpha-\beta)$

$\boxed{\theta = \alpha-\beta}$

if $\beta > \alpha$ given

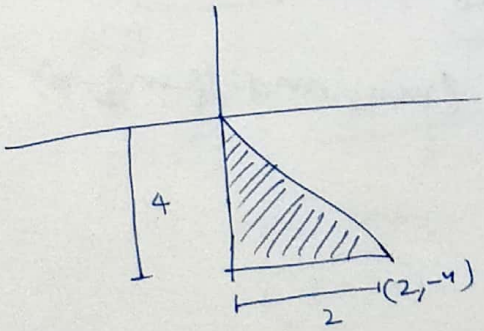
$\theta = \beta - \alpha$

Q.40 find equation



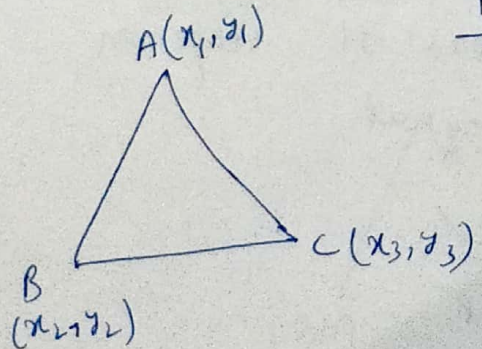
$y = 3x$

Q41



$\text{area} = \frac{1}{2}\times 2\times 4 = \frac{8}{2} = 4$ sq. unit

Triangle

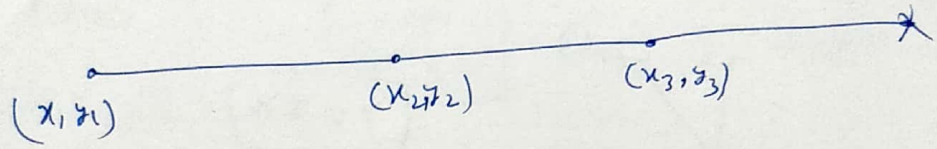


$$\text{area} = \frac{1}{2}\left|\begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix}\right|$$

Q.42 If vertices of a Δ are (2,3) (5,−1) (1,−3)
The triangle can't be....

Since vertices are rational number
so area will also be a rational number
but area of equilateral Δ is irrational so
this Δ can't be equilateral.

Note → If three points (x_1, y_1), (x_2, y_2) and (x_3, y_3) are collinear

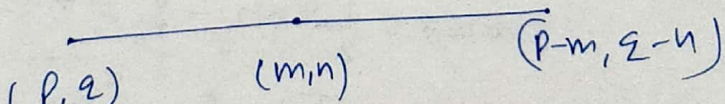


$$x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)=0$$

condition for Δ's area = 0 since a line can't make Δ.

Q43 If three points (p, q) (m, n) and (p−m, q−n) are collinear then

① pq = mn
② np = mq
③ nq = mp



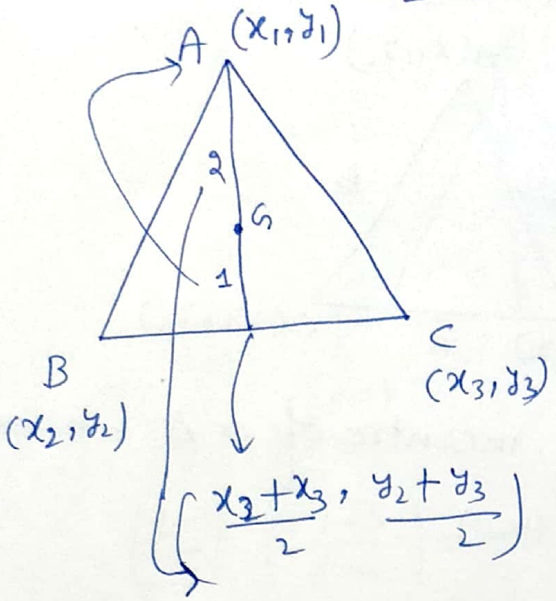
points are collinear so slope on line should be equal

$$\frac{q-n}{p-m} = \frac{q+n-q}{p-m-p}$$

$$mq - mn = np - mn$$

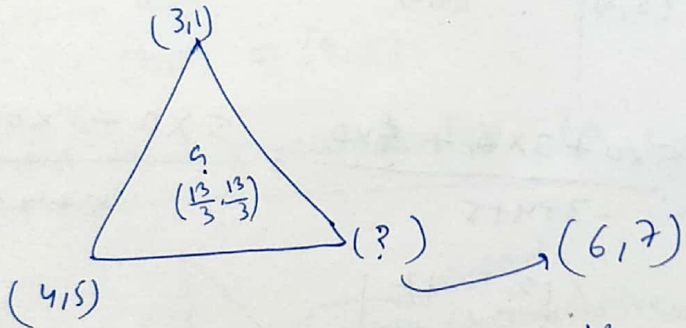
$$\boxed{mq = np}$$

Centroid of a triangle



$$G = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

Q.44

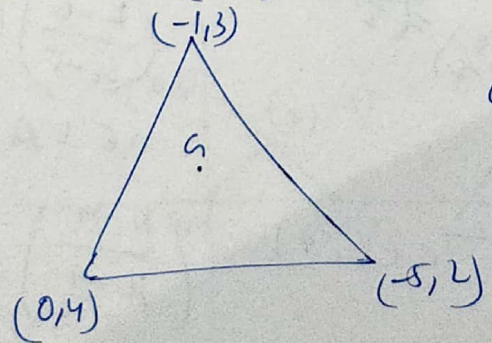


$$\frac{13}{3} = \frac{3+4+x}{3} \qquad \frac{13}{3} = \frac{1+5+y_3}{3}$$

$$13 = 7 + x_3 \qquad 13 - 6 = y_3$$

$$6 = x_3 \qquad y_3 = 7$$

Q.45 If $x - 2y + k = 0$ is the median of a Δ whose vertices are $(-1, 3)$ $(0, 4)$ $(5, 2)$. Find k.



$$\text{centroid} = \left(\frac{-1+0-5}{3}, \frac{3+4+2}{3}\right)$$

$$(-2, 3)$$

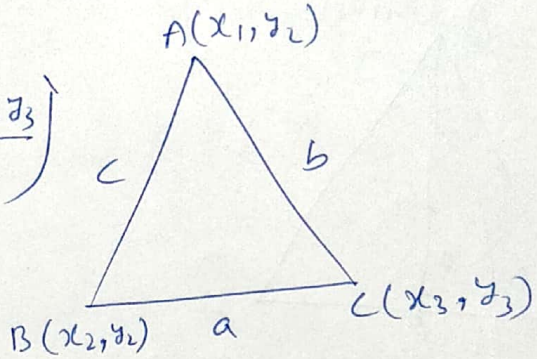
$$x - 2y + k = 0$$

$$-2 - 6 + k = 0$$

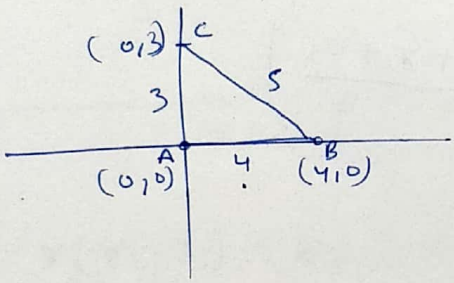
$$k = 8$$

Incentre of the triangle

$$I = \left(\frac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$$



Q.46 Find the coordinate of incentre of a Δ whose vertices (0,0) (0,3) and (4,0)



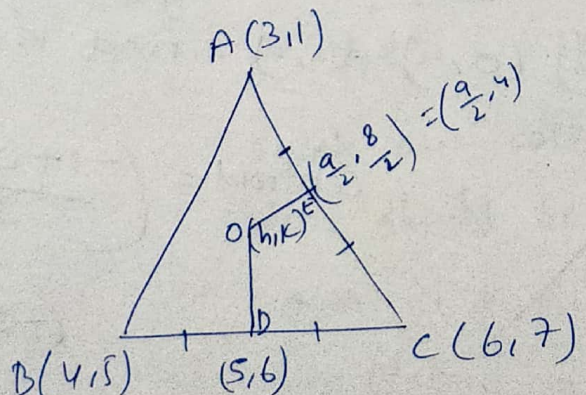
$$I = \left(\frac{5\times0+3\times4+5\times0}{3+4+5}, \frac{5\times0+3\times0+4\times3}{5+4+3}\right)$$

$$I = \left(\frac{12}{12}, \frac{12}{12}\right)$$

$$I = (1,1)$$

Circumcentre

Q.47



OD ⊥ BC so slope का गुणा = −1

$$\left(\frac{k-6}{h-5}\right)\left(\frac{7-5}{6-4}\right) = -1$$

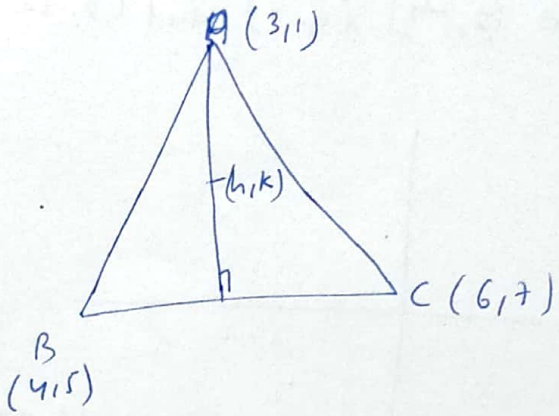
OE ⊥ AC

$$\left(\frac{k-4}{h-\frac{9}{2}}\right)\left(\frac{7-1}{6-3}\right) = -1$$

$$(h,k) = (10.5, 1.5)$$

Orthocentre

Q.48



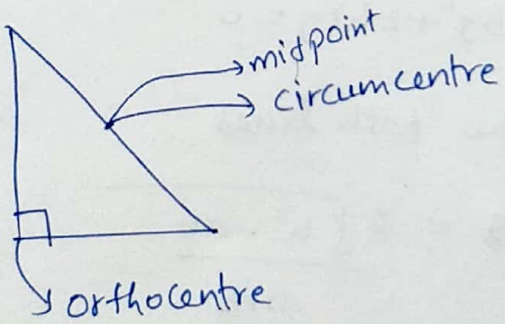
$$\left(\frac{k-1}{h-3}\right)\left(\frac{7-5}{6-4}\right) = -1$$

$$\left(\frac{k-5}{h-4}\right)\left(\frac{7-1}{6-3}\right) = -1$$

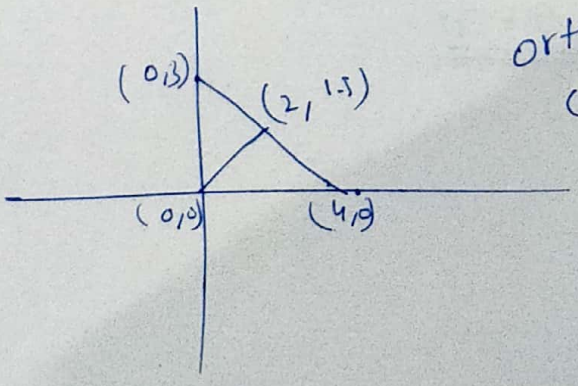
solving both

$(h,k) = (9,5)$

orthocentre and circumcentre in right angle Δ



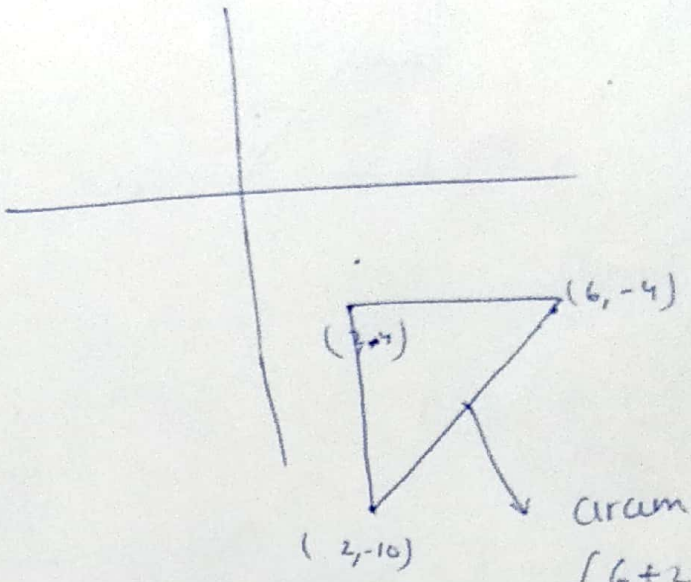
Q.49 Find the coordinates of orthocentre of a Δ where vertices are (0,0) (0,3) (4,0)



orthocentre (0,0)

circumcentre $\left(2, \frac{3}{2}\right)$

Q.50 find the coordinates of circumcentre of Δ whose vertices are (2, -4) (6, -4) and (2, -10)



circumcentre

$\left(\frac{6+2}{2}, \frac{-4-10}{2}\right)$

$(4, -7)$

Pair of straight lines passing through origin

$$ax^2+by^2+2hxy=0$$

Angle b/w both lines

$$\tan\theta = \frac{2\sqrt{h^2-ab}}{a+b}$$

if $a+b=0$

$\tan\theta = \infty$

$\theta = 90°$

AVERAGE NOTES
ABHINAY MATHS

CREDIT: New Success Point

https://studentcafe.co

ABHINAY PUBLICATIONS
ABHINAY MATHS

Motivation | Entertainment | Teaching

ARITHMETIC

वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

PRACTICE SET

Abhinay Sharma

https://studentcafe.co

AVERAGE (औसत)

4, 5, 6, 7, 5, 8, 7

7 Days — 42

1 Day — 6 ✓ Average

Avg. = $\frac{\text{Sum of observation}}{\text{No. of observation}}$

★ $1 + 2 + 3 + \dots\dots + n$

Sum = $\frac{n(n+1)}{2}$

★ $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots\dots + n^2$

Sum = $\frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$

★ $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots\dots + n^3$

Sum = $\left\{\frac{1}{2} n(n+1)\right\}^2$

Q Find avg. 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ... 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7

Avg. = $\frac{\text{Sum}}{\text{no.}} = \frac{1^2 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \dots + 7^7}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 7}$

$\frac{3 \not{1}/6\, n(n+1)(2n+1)}{\not{2}\, n(n+1)} = \left(\frac{2n+1}{3}\right) = \frac{2 \times 7 + 1}{3} = 5$

https://studentcafe.co

Q 1, 2, 2, 3, 3, 3, ... 10, 10 times

$$\text{Avg.} = \frac{2 \times 10 + 1}{3} = 7$$

Avg. of Consecutive terms
(लगातार पदों का औसत)

Consecutive no./AP
(even or odd) Avg.

2, 3, (4), 5, 6 — middle no — 4

11, (13), 15 — 13

10, 12, 14, 16 — 13
(13)

10, 15, (20), 25, 30 — 20

★ Consecutive terms (Avg.) = $\frac{a+l}{2}$ or middle no.

a = First term

l = last term

https://studentcafe.co

Q | 5 लगातार संख्याओं का औसत 72 है तो छोटी संख्या ज्ञात करें।

68 70 (72) 74 78

↑
Avg.

छोटी सं० = 68 ✓

Q | 6 लगातार विषम संख्याओं का औसत 86 है तो पहली और आखिरी संख्या बताओ।

81 83 85 (86) 87 89 91

↑
Avg.

पहली, आखिरी = 81, 91 ✓

Q | 8 लगातार संख्याओं का औसत 52.5 है। पहली और आखिरी संख्या का अंतर क्या है।

8 लगातार संख्या में Gap = 7

1 Gap = 1

8 numbers = 7 Gap = 7 ✓

https://studentcafe.co

Q 17 लगातार विषम संख्याओं का औसत 165 है। पहली और आखिरी संख्या का अंतर क्या है

17 numbers = 16 gap

1 gap = 2

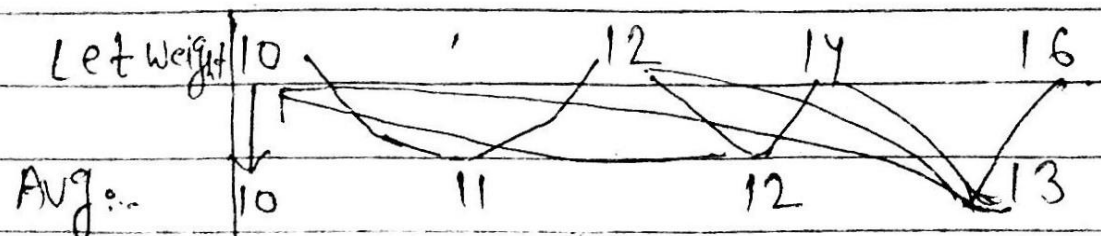
16 gap = 32 Ans

Q 41 लगातार संख्याओं का औसत 45 है। पहली और आखिरी संख्या का योग फल क्या है।

$\frac{a+l}{2} = 45$

$a + l = 90$ Ans

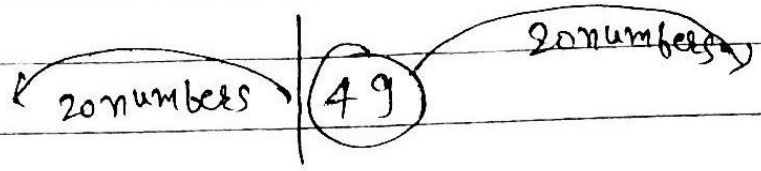
Q 17 में से 6 व्यक्तियों का वजन क्रम से मापा गया और प्रत्येक वजन के मापने के बाद औसत वजन निकाला गया तो हर बार औसत वजन में 1 kg की वृद्धि हुई, तो पहले और अंतिम व्यक्ति के वजन का अंतर क्या है।



6 no = 5 gap = 5 × 2 = 10 Ans

https://studentcafe.co

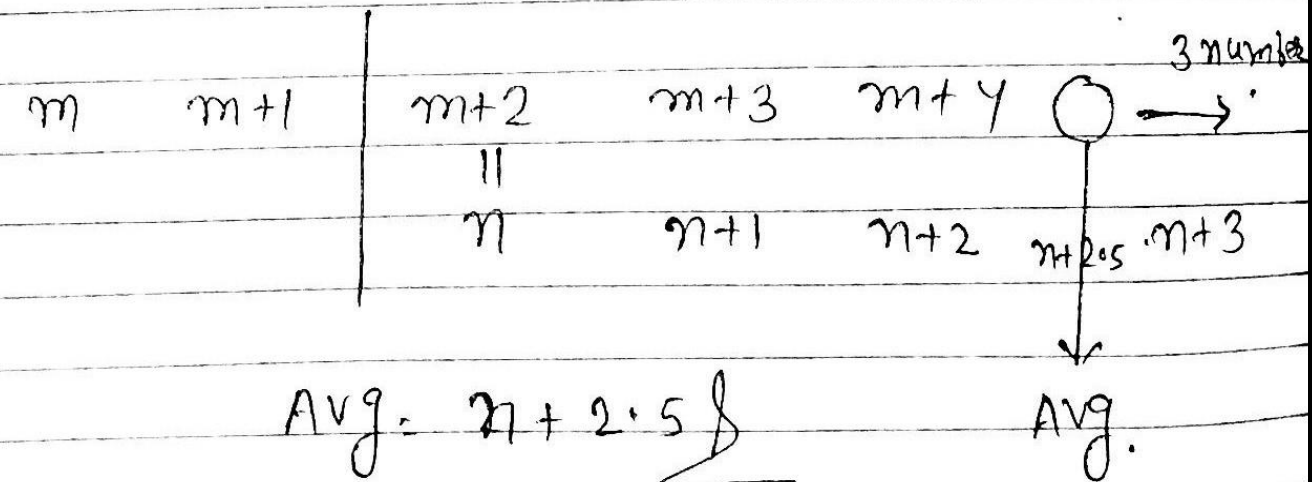
Q | 41 लगातार विषम संख्याओं का औसत 49 है तो सबसे बड़ी संख्या क्या है?



21 numbers : 20 gap = 20 × 2 = 40

49 + 40 = 89 ✓

Q | m से शुरुआत होने वाली 5 लगातार संख्याओं का औसत n है, तो m+2 से शुरुआत होने वाले 6 लगातार संख्याओं का औसत क्या होगा



Avg. : n + 2.5 ✓

Q | राधा को 1 से शुरू होने वाली N लगातार प्राकृतिक संख्याओं का औसत ढूंढने के लिए कहा जाता है, गलती से वह एक संख्या को दो बार जोड़ देती है। परिणामस्वरूप उसे गलत औसत 45 $\frac{11}{19}$ प्राप्त होता है। वह संख्या बताएं जो दो बार जोड़ी गयी?

https://studentcafe.co

1, 2, 3, ------ N

Avg. $= 45\frac{11}{18}$

N = 90, ~~89~~ ✗

$$\frac{N+1}{2} + \frac{x}{N} = 45\frac{11}{18}$$

$$\frac{90+1}{2} + \frac{x}{90} = 45 + \frac{11}{18}$$

$$45 + \frac{1}{2} + \frac{x}{90} = 45 + \frac{1}{2} + \frac{1}{9}$$

$$x = 10$$

Q लगातार धनात्मक संख्याएँ 1 से लेकर ∞ ब्लैकबोर्ड पर लिखी गई। एक विद्यार्थी आया और एक संख्या मिटाकर चला गया, तो बची संख्या का औसत $35\frac{7}{17}$ हो, तो कौन सी संख्या मिटाया गया है।

1, 2, 3, ------ N

Avg. $= 35\frac{7}{17}$

69, 68 ✗

$$\frac{\frac{n(n+1)}{2} - x}{(n-1)} = 35\frac{7}{17}$$

$$\frac{35 \times 69 - x}{68} = 35 + \frac{7}{17}$$

$$\frac{35(68+1)}{68} - \frac{x}{68} = 35 + \frac{7}{17}$$

https://studentcafe.co

$$\frac{35}{1} + \frac{35}{68} - \frac{x}{68} = \frac{35}{1} + \frac{28}{68}$$

$$\frac{35}{1} - \frac{x}{68} = \frac{35}{1} - \frac{7}{68}$$

$$x = 7$$

Q 17 संख्याओ का औसत 73 है। पहली 9 संख्याओ का औसत 74 है तथा अंतिम 9 संख्याओ का औसत 71 है, तो 9वीं संख्या क्या है।

\# $9 \times 74 + 9 \times 71 - 17 \times 73$

$9 \times (73+1) + 9(73-2) - 17 \times 73$

$9 \times 73 + 9 + 9 \times 73 - 9 \times 2 - 17 \times 73$

$73(9+9-17) + 9 \times 1 - 9 \times 2$

$73 + 9 - 18 = 64$

17 ⟶ 73 | +

1st 9 ⟶ 74 → $+1 \times 9 = 9$

+ |

last 9 ⟶ 71 → $-2 \times 9 = -18$

$= 64$

https://studentcafe.co

Q. 19 बच्चे की औसत आयु 23 साल है। एक बच्चा और आ जाता है, तो औसत 25 हो जाता है, तो उस बच्चे की उम्र ज्ञात करें?

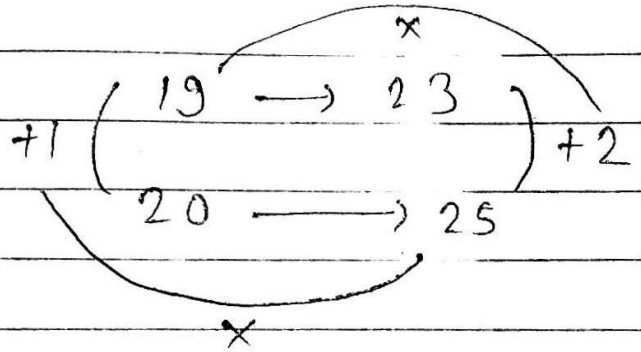
1°

$20 \times 25 - 19 \times 23$

$(19+1)25 - 19(25-2)$

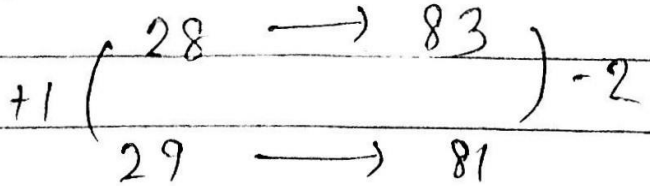
$19\times25 + 25 - 19\times25 + 19\times2$

$25 + 38 = 63$



$= 25 + 38 = 63$

Q. 28 बच्चो का औसत वजन 83 kg है। एक बच्चा और आ जाता है, तो 2 कम हो जाता है तो बच्चे की उम्र क्या है?



$81 \times 1 + 28 \times (-2)$

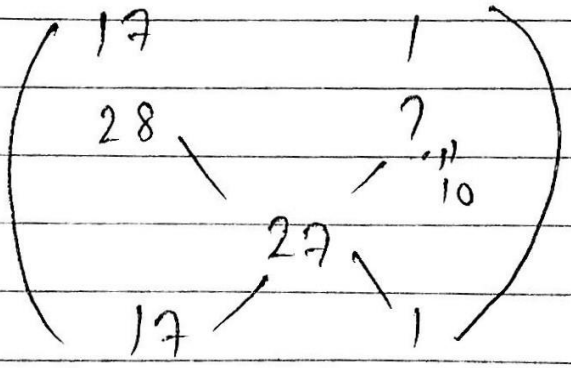
$81 - 56 = 25$

https://studentcafe.co

Q 18 बच्चों की औसत आयु 27 साल है। एक बच्चा चला जाता है, तो औसत 28 साल हो जाता है तो जाने वाले बच्चे की उम्र क्या थी?

$$-1\left(\begin{matrix}18 \longrightarrow 27\\ 17 \longrightarrow 28\end{matrix}\right)+1$$

$-28+18 = -10 = 10$ years



$= 10$ वर्ष

Q एक बल्लेबाज अपने जिंदगी के 21 वें मैच में 87 रन बनाते है, तो उसका औसत 2 बढ़ जाता तो 21 वें मैच से पहले उसका औसत क्या था।

$$+1\left(\begin{matrix}20 \longrightarrow x\\ 21 \longrightarrow x+2\end{matrix}\right)+2$$

$(x+2)+40 = 87 \quad x = 45$

https://studentcafe.co

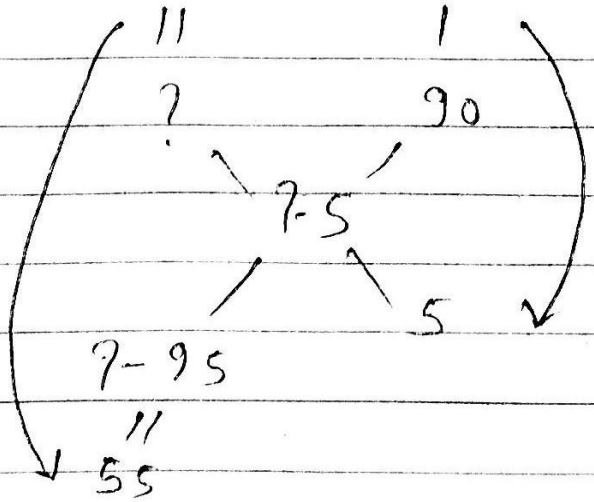
Q एक बल्लेबाज ने 12 वीं पारी में 90 रन बनाते हैं और उसका औसत 5 रन कम हो जाता है, तो बताएँ कि उसका वर्तमान औसत क्या है?

$$+1\left(\begin{matrix}11 \longrightarrow x \\ 12 \longrightarrow x-5\end{matrix}\right)-5$$

$$x-5-55=90$$

$$x=150$$

वर्तमान औसत : $150-5=145$ Ans



वर्तमान औसत $(7-5)=90+55=145$ Ans

Q एक बल्लेबाज की 64 पारियों का औसत 62 है। यदि अधिकतम और न्यूनतम पारियों को हटा दिया जाए तो बची हुई 62 पारियों का औसत 60 है। यदि अधिकतम और न्यूनतम पारी का अंतर 180 है तो अधिकतम और न्यूनतम पारी के रन ज्ञात करें?

https://studentcafe.co

$$-2\begin{pmatrix} 64 \longrightarrow 62 \\ 62 \longrightarrow 60 \end{pmatrix}-2$$

$H+l = -120-128 = -248$

$H+l = 248$

180 34

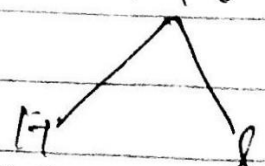
34 34

$= 214, 34$

Q एक बल्लेबाज की 40 पारियों का औसत 50 है। अधिकतम और न्यूनतम पारी को निकाल दिया जाये तो बची हुई 38 पारियों का औसत 48 हो जाता है यदि अधिकतम और न्यूनतम पारी का अंतर 172 है तो अधिकतम और न्यूनतम पारी क्या है।

$$-2\begin{pmatrix} 40 \longrightarrow 50 \\ 38 \longrightarrow 48 \end{pmatrix}-2$$

$H+l = -96-80 = 176$



172

2 2

$= 174, 2$

https://studentcafe.co

Q तीन व्यक्ति A, B, C का औसत वजन 84 kg है, एक D आदमी आ जाता है, तो औसत 80 kg हो जाता है। यदि एक और E जिसका वजन D से 3 kg ज्यादा है, A की जगह आ जाये तो B, C, D तथा E का औसत वजन 79 हो जाता है, तो A का वजन क्या है।

$$+1\left(\begin{matrix} A\ B\ C \rightarrow 84 \\ A\ B\ C\ D \rightarrow 80 \end{matrix}\right)-4$$

$D = 80 - 12 = 68$

$E = D + 3 = 71\ kg$

$$-4\left(\begin{matrix} A\ B\ C\ D = 80 \\ E\ B\ C\ D = 79 \end{matrix}\right)-1$$

$75 = A\ B\ C\ D = 80$

$E\ B\ C\ D = 79$

$71 = E$

$A = 75\ kg$

Q 4 व्यक्ति A, B, C, D का औसत वजन 67 kg है। यदि E को भी शामिल कर लें तो औसत वजन 65 kg हो जाता है। यदि A की जगह F को लेकर आ जाये और F का वजन E से 5 kg ज्यादा है, तो B, C, D, E और F का औसत वजन 63 kg हो जाता है। तो A का वजन क्या होगा?

$$+1\left(\begin{matrix} A\ B\ C\ D \rightarrow 67 \\ A\ B\ C\ D\ E \rightarrow 65 \end{matrix}\right)-2$$

$E = 65 \times 1 - 2 \times 4 = 65 - 8 = 57\ kg$

$F = E + 5\ kg = 62\ kg$

https://studentcafe.co

$$+10\left(\begin{matrix} B\ C\ D\ E\ F \xrightarrow{62} 63 \\ B\ C\ D\ E\ A \longrightarrow 65 \end{matrix}\right)+2$$

$$= 72\ kg$$

Q A, B, C और D का औसत वजन 40 kg है। यदि E को शामिल कर लें तो औसत वजन 1 kg बढ़ जाता है, यदि A की जगह F को लेकर आ जाए, तो पाँच व्यक्तियों का नया औसत 42 kg हो जाता है। B, C, D और F का औसत वजन बताओ।

$$+1\left(\begin{matrix} A, B, C, D = 40 \\ A, B, C, D, E = 41 \end{matrix}\right)+1$$

$$E = 41 \times 1 + 1 \times 4 = 45\ kg$$

$$-5\left(\begin{matrix} F\ B\ C\ D\ E = 42 \\ A\ B\ C\ D\ E = 41 \end{matrix}\right)+1$$

$$F - A : 5$$

$$+5\left(\begin{matrix} A\ B\ C\ D = 40 \\ F\ B\ C\ D = 41.25 \end{matrix}\right)+5/4 = 1.25$$

https://studentcafe.co

Q एक मेस मे 35 बच्चे हैं। 7 और बच्चे आ जाते हैं तो मेस का कुल खर्चा 42 रु बढ़ जाता है. जबकि प्रति बच्चा खर्च 1 रु कम हो जाता है तो प्रारंभ मे मेस मे कुल खर्च क्या थी?

1st

$$+7\left(\begin{array}{l} 35 \longrightarrow x \\ 42 \longrightarrow x-1 \end{array}\right)-1$$

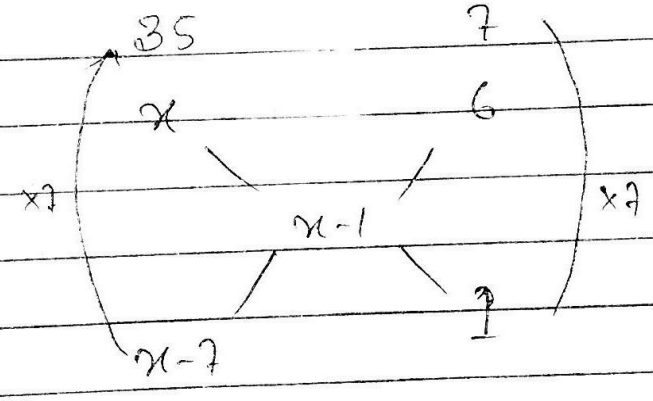
$$7x - 7 - 35 = 42$$

$$7x = 84$$

$$x = 12$$

कुल खर्च = $35x = 35 \times 12 = 420$ ₹

2nd



$$7x - 49 = 35$$

$$7x = 84 \quad x = 12$$

total खर्च = 35×12

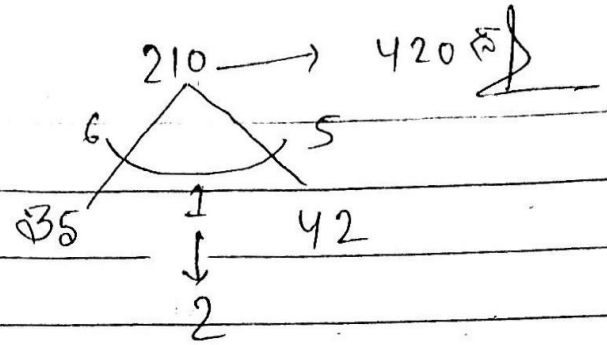
$= 420$ ₹

3rd

$$\frac{A}{35} - \frac{A+42}{35} = 1$$

$$A = 420$$ ₹

https://studentcafe.co



Q एक छात्रावास में 60 छात्र हैं। यदि विद्यार्थियों की संख्या 20 बढ़ जाती है, तो प्रतिदिन का खर्चा 120 रु बढ़ जाता है तथा प्रति व्यक्ति 1 रु कम हो जाता है, तो कुल खर्चा बताइए।

1st

+20 (60 —— x
80 —— x−1) −1

$20(x-1) - 60 = 120$

$20x = 200$

$x = 10$

total खर्चा = $60x = 600$ ₹

2nd

240 → 600 ₹

4 : 5

60 : 1 : 80

2.5

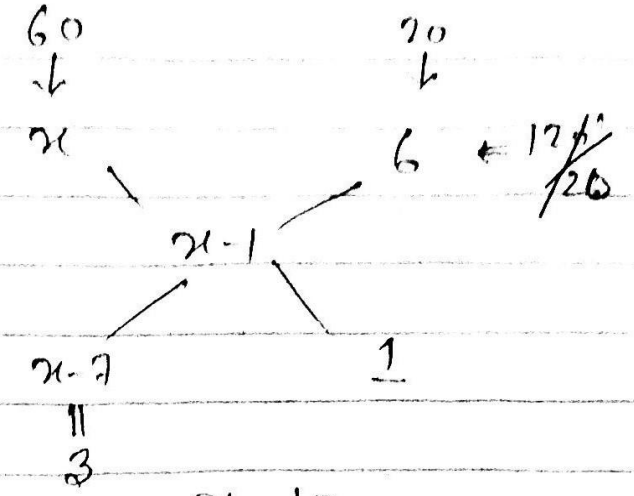
$\frac{120}{80} = 1.5$

+1

$= 2.5$

https://studentcafe.co

3rd

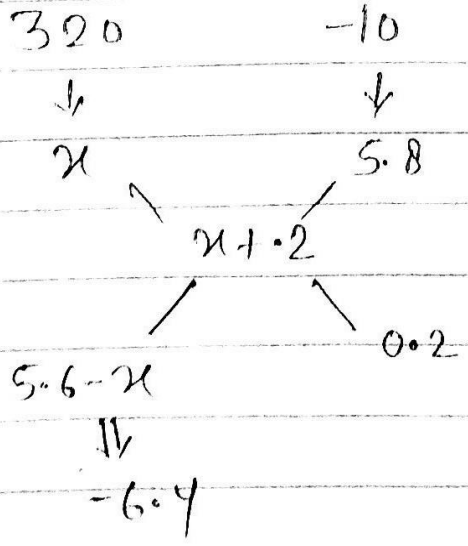


$x = 10$

total खर्चा = $10 \times 60 = 600$ ₹

Q एक हॉस्टल में 320 विद्यार्थी है। यदि 10 व्यक्ति चले जाते है तो गैस का प्रतिदिन का कुल खर्चा 58 ₹ कम हो जाता है लेकिन प्रति विद्यार्थी 20 पैसे बढ़ जाता है तो खाने का प्रारंभिक खर्च क्या था?

1st



$x = 12$

initial expenditure.

$= 12 \times 320$

$= 3840$ ₹

https://studentcafe.co

2nd

$$+10\left(\begin{matrix}310 \text{ ——— } x+0.20\\ 320 \text{ ——— } x\end{matrix}\right)-0.20$$

$10x - 62 = 58$

$x = 12$

प्रारम्भिक खर्च = $12 \times 320 = 3840$ ₹

3rd

320	310
x	$x+0.20$

$320x - 310(x+0.20) = 58$

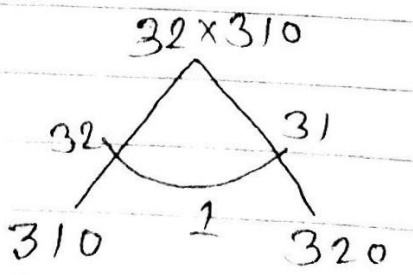
$10x - 62 = 58$

$10x = 120 \Rightarrow x = 12$

प्रारम्भिक खर्च = 320×12

$= 3840$ ₹

4th



https://studentcafe.co

Q एक गेंदबाजी का गेंदबाजी औसत 12.4 है। अंतिम मैच में वे खिलाड़ी 26 रन देकर 5 विकेट लेता है और उनकी गेंदबाजी औसत में 0.4 का सुधार हो जाता है तो अंतिम मैच से पहले कितने विकेट लिए थे।

Batting Avg. = run / inning

Bolling avg. = run / wicket

1st

$+5\left(\begin{array}{l} x \longrightarrow 12.4 \\ x+5 \longrightarrow 12 \end{array}\right)-0.4$

$60 - 0.4x = 26$

$0.4x = 34$

$x = 85$ wicket

2nd

? 5

12.4 5.2 = 26/5

12

6.8 .4

17 : 1 → 5 wicket

↓

= 85 wicket

https://studentcafe.co

3rd

$$12.4x + 26 = 12(x+5)$$

$$0.4x = 34$$

$$x = 85$$

Q एक गेंदबाज का गेंदबाजी औसत 24.85 है। वह 52 रन देकर 5 विकेट लेता है, जिससे उसका औसत 0.85 कम हो जाता है। अंतिम मैच से पहले उसने कितने विकेट लिये थे?

1st

$$x \longrightarrow 24.85$$

$$x+5 \longrightarrow 24 \quad (+5,\ -.85)$$

$$120 - .85x = 52$$

$$x = \frac{68}{.85} = 80 \text{ wickets}$$

2nd

?	5
24.85	10.4 ← 52/5

$$24$$

$$13.6 \quad .85$$

$$80 : 5 \rightarrow 5$$

$$\therefore 80 \text{ wickets}$$

https://studentcafe.co

3rd

24.85) 120 (5
24) -85 (-52
.85 → 68

1 → 80 ₹

Q 8 लोग होटल गये उनमें से 7 व्यक्ति ने अपने खाने पर प्रत्येक ने 37 रु खर्च किये और 8 वीं आदमी ने ~~खर्च~~ सभी व्यक्तियों के औसत से 21 रु ज्यादा खर्च किया तो बताएँ कि कुल सभी द्वारा कुल कितना खर्च किया गया।

1st $\frac{(\overset{3}{37} + \overset{3}{37} + \overset{3}{37} + \dots + \overset{3}{37}) + (x+21)}{8} = x$

$x = 40$

total खर्च $= 40 \times 8 = 320$ ₹

2nd

$+1 \left(\begin{matrix} 7 \to 37 \\ 8 \to x \end{matrix} \right) x-37$

$x(x-37) = x+21$

$x = 40$

total खर्च $= 40 \times 8 = 320$ ₹

3rd

7 : 1

37 — $x+21$

x

21 — $x-37 = 3$

$x = 40$

total खर्च $= 40 \times 8 = 320$ ₹

https://studentcafe.co

Q 12 आदमी में 11 आदमियों का औसत वजन 95 kg है। 12 वें आदमी का वजन सभी आदमियों के औसत वजन से 33 kg अधिक है तो 12वें आदमी का वजन क्या है?

$$\frac{(95 + 95 + 95 + \ldots\ldots)}{8} \; x + 33) = x$$

$x = 98$

12 वें आदमी का वजन = $98 + 33 = 131$ kg ✓

Q 19 आदमी इकट्ठे होकर पार्टी में गये। उनमें से 15 आदमी ने डिनर पर प्रत्येक ने ₹x खर्च किये। बाकी बचे लोगों ने 19 आदमी के औसत से 22.5 रु ज्यादा खर्च किये तो प्रत्येक आदमी का औसत खर्च तथा कुल खर्च ज्ञात करें।

$$\frac{(74 + 74 + \ldots\ldots)}{19} + 4(x + 22.5) = x$$

$4x + 90$

$x = 74 + 6 = 80$ ✓

कुल खर्च = $19 \times 80 = 1520$ रु ✓

https://studentcafe.co

Q किसी विशेष सप्ताह में नाश्ता बेचने वाले लोगों का औसत 40 है। यदि चुड़ियों को हटा दें, तो औसत 16 बढ़ जाता है। यदि हम उस दिन को भी हम दे जिस दिन अधिकतम 112 लोग आये थे, तो औसत 42 हो जाता है। सप्ताह में चुड़ियों की संख्या ज्ञात करें।

56 56 56 56 56 → 280

40 40 40 40 40 40 40 = 280

= 2 days

$56 \times x = 7 \times 40$

$x = 5$

चुड़ियाँ = 7 - 5 = 2 days

Q एक जहाज समुद्र तट से 55 km दूर है और जहाज में छेद हो जाता है और 6 मिनट में 2 टन पानी अंदर आने लगा। जहाज का पम्प 1 घंटा में 12 टन पानी बाहर करता है। 80 टन पानी जहाज को डुबो सकता है। जहाज अपनी औसत चाल किसी रखे कि डुबने से पहले किनारे पर पहुँच जाये।

6 min → +2 टन

60 min → +20 टन

1 hr → −12 टन

1 hr → +8 टन

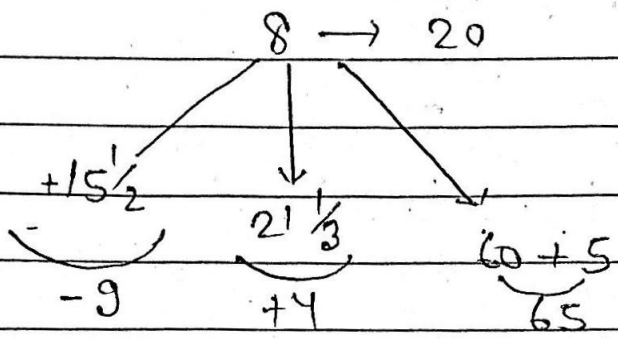
10 hr → 80 टन

Av. Speed $= \frac{55}{10}$

$= 5.5 \text{ km/h}$

https://studentcafe.co

Q 8 संख्याओं का औसत 20 है। पहली दो संख्याओं का औसत $15\frac{1}{2}$ है और अगली तीन संख्याओं का औसत $21\frac{1}{3}$ है। यदि छठी संख्या, सातवीं और आठवीं संख्या से क्रमशः 4 और 7 कम है, तो 8वीं संख्या ज्ञात करें।



6ठी	7वीं	8वीं
x	x+4	x+7
18	22	25

$(65-11) = \frac{54}{3}$

$= 18$

$= 25$

Q एक परीक्षा में छात्रों द्वारा प्राप्त औसत अंक 60 है। गणना की त्रुटियों को हटाने के बाद 100 छात्रों के औसत अंक 60 से 30 हो जाते हैं। और कुल छात्रों का औसत 45 हो जाता है परीक्षा में बैठने वाले समस्त छात्रों की संख्या कितनी थी?

Sol $100 \times 60 - 100 \times 30$

$3000 = x \times (60-45)$

$\frac{3000}{200} = x \times 15$

$x = 200$

https://studentcafe.co

Q 2nd

$$\frac{100 \times 60}{x} = 60 \quad (-30 \;\; -15)$$

$$\frac{100 \times 30}{x} = 45$$

$$= \frac{3000}{45} = 200 \text{ Ans}$$

Q एक छात्र 10 तीन-अंकीय संख्याओं का औसत निकालता है। लेकिन वह गलती से एक संख्या के अंकों को बदलकर देता है। जिससे उसका औसत 19.8 बढ़ जाता है, तो उस संख्या के इकाई और सैकड़ों के स्थान पर के अंकों का अंतर बताओ?

$$\frac{y \text{ संख्या} + 100x + 10y + z}{10} \quad \Big) \; 19.8$$

$$\frac{y \text{ संख्या} + 100z + 10y + x}{10}$$

$$99x - 99z = 19.8 \times 10$$

$$x - z = 2 \text{ Ans}$$

Short $19.8 \rightarrow \frac{198}{99} = 2$ Ans

https://studentcafe.co

Q एक छात्र 10 द्वि-अंकीय संख्या का औसत सात्र 52 है। संख्या को लिखते समय गलती से एक संख्या के अंक पलट जाते है। परिणामतः उसे सही उत्तर से 1.8 कम प्राप्त करते है। तो उस संख्या के अंको का अंतर क्या है? जिन संख्याओं में उसने गलती की है?

$$-1.8\left(\frac{9 \text{ संख्या} + (10x+y)}{10} = A\right)1.8$$

$$\frac{9 \text{ संख्या} + (10y+x)}{10} = A-1.8$$

$$9x-9y = 18$$

$$x-y = 2$$

Short $1.8 \rightarrow \frac{18}{9} = 2$

Q एक शिपिंग क्लर्क को 6 विभिन्न वजन वाले पैकेट को तोलना है। वह एक समय पर किन्हीं चार पैकेटो का वजन करता है। जितने भी समूह 6 में से 4 के बन सकते है। प्रत्येक 4 के समूह का औसत 500 ग्राम है। तब 6 पैकेटो का कुल वजन क्या होगा?

https://studentcafe.co

53

1st $^6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{6\times5\times4!}{4!\times2!}$ $\left\{ {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \right.$

$= \frac{30}{2} = 15$

10 → 15 × 500

1 → 750 gm ✓

2nd

4 → 500 gm

2 → 250 gm

6 → 750 gm ✓

Q सोम, मंगल, बुध का औसत तापमान 38°C है। मंगल, बुध और बृहस्पति का औसत 43°C है। यदि सोम और मंगल का औसत तापमान 18.5°C हो तो सोमवार का तापमान क्या होगा?

$+15 \left(\begin{array}{l} Mon + tue + wed \rightarrow 38^\circ C \\ Tue + wed + thu \rightarrow 43^\circ C \end{array} \right) +5$

Thu − Mon = 15 , Thu + Mon = 37

15 = 11 ✓

+11

26°C

https://studentcafe.co

Q एक पति और उनकी पत्नी के औसत आयु 23 वर्ष थी। जब उनकी 5 साल पहले शादी हुई थी। अब पति, पत्नी और उनकी बच्ची का औसत आयु 20 वर्ष है, तो बच्चे की आयु क्या है

$$+1\left(\begin{matrix}2 \longrightarrow 28\\ 3 \longrightarrow 20\end{matrix}\right)-8 \quad \text{or} \quad \begin{matrix}60\\ -56\end{matrix}$$

$$= 4 \text{ year}$$

बच्चे की आयु = 20 − 16 = 4 year

Q पति और पत्नी की औसत आयु 27 साल थी जब बच्चे का जन्म हुआ तो पति, पत्नी तथा बच्चे की वर्तमान औसत आयु 21 वर्ष होती बच्चे की वर्तमान उम्र ज्ञात करें

1st

$$\left.\begin{matrix}2 \longrightarrow 54\\ 3 \longrightarrow 63\end{matrix}\right)+9 \begin{matrix}\swarrow 3\\ \leftarrow 3\\ \searrow 3\end{matrix}$$

बच्चे की उम्र = 3 year

2nd

Q

$$+1\left(\begin{matrix}2 \longrightarrow 27+x\\ 3 \longrightarrow 21\end{matrix}\right)-6-x$$

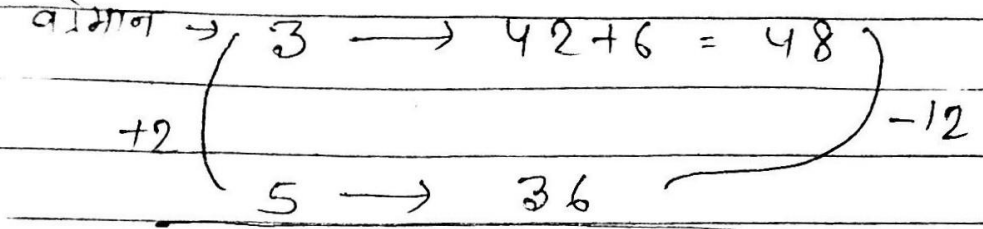
$$21 - 12 - 2x = x$$

$$3x = 9$$

$$x = 3 \text{ year}$$

https://studentcafe.co

Q | अपने पुत्र के विवाह के समय पत्नी, पति और पुत्र की औसत आयु 19 वर्ष थी। विवाह के एक वर्ष बाद एक बच्चे का जन्म होता है। जब बच्चा का 5 वर्ष का हो जाता है, तो पूरे परिवार की औसत आयु 36 वर्ष हो जाती है, तो बताएं कि शादी के समय बहुरानी कितने वर्ष की थी?



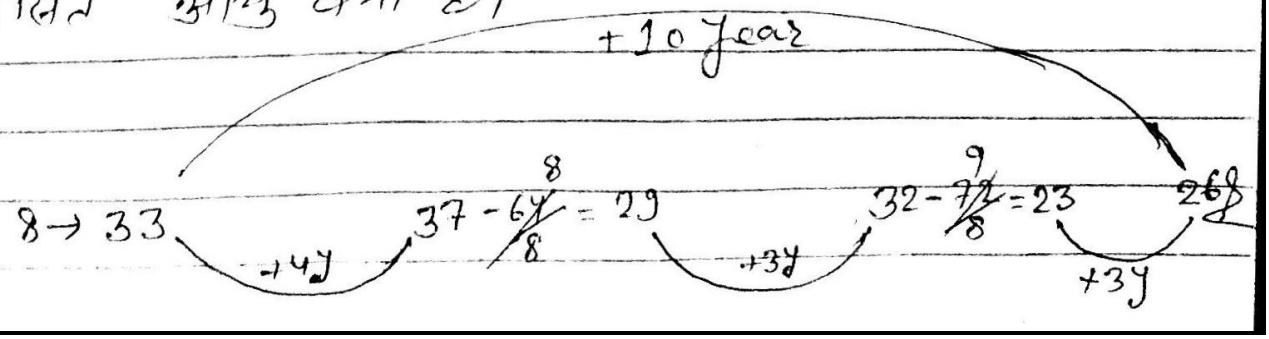
बहुरानी + बच्चा = 72 - 36 = 36

↓ 31 ↓ 5

- 6

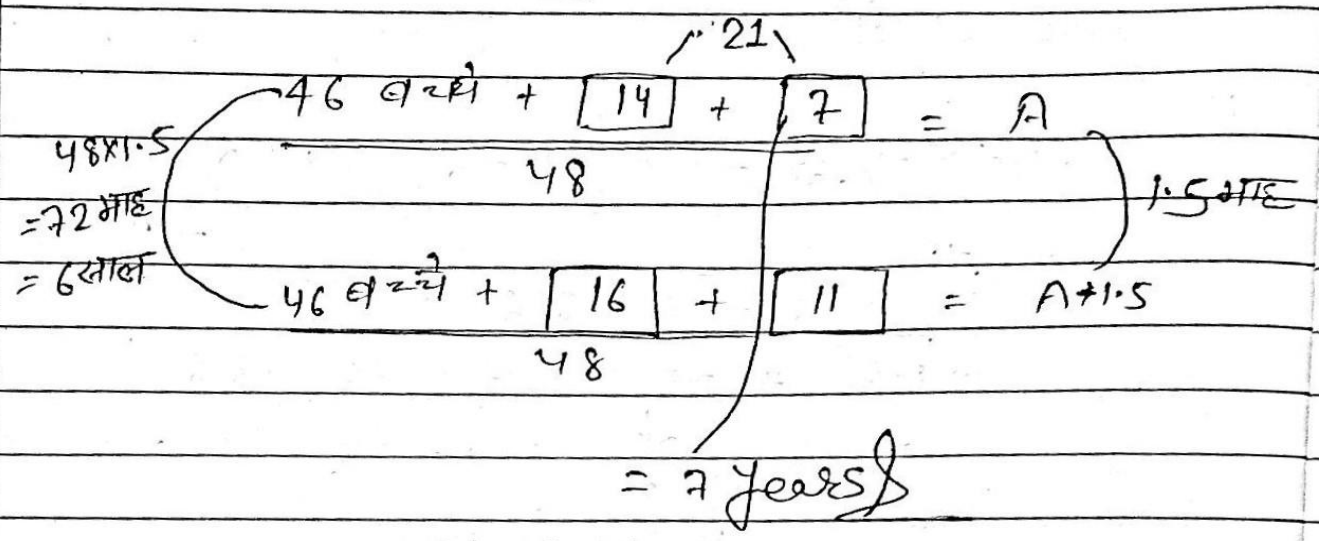
25 ← विवाह के समय

Q | 10 साल पहले एक परिवार में 8 सदस्य थे और उनकी आयु का औसत 33 वर्ष था। 4 साल बाद एक 64 वर्ष के आंकल की मृत्यु हो जाती है और एक लड़का पैदा हुआ। इसके तीन वर्ष बाद 72 वर्ष का एक बुड्ढा की मृत्यु हो गई और एक लड़की का जन्म हुआ तो परिवार की औसत आयु क्या है?



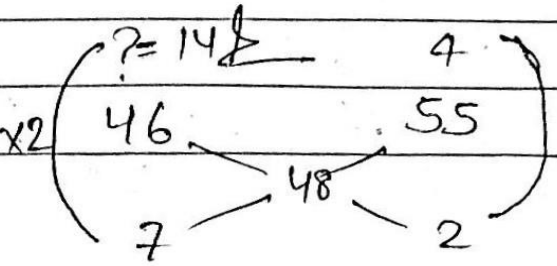
https://studentcafe.co

Q एक वर्ग मे 48 बच्चे है। उनकी औसत 1.5 गाह बढ़ जाती है। जब दो नये बच्चे आ जाते है जो 16 y और 11 y का है, जिन्हे दो पुराने बच्चे की जगह लाया जाता है। और पुराना बच्चा एक-दुसरे की आयु दुगुनी है, तो उसमे छोटे बच्चे की आयु क्या है



Q एक बल्लेबाज द्वारा इंगलैण्ड मे खेली गई कुछ निश्चित पारियो का औसत 46 रन है। जब वह भारत वापस आता है, तो वह प्रत्येक दो पारी के दो टेस्ट मैच खेलता है और औसत 55 रन बनाता है। अगर भारत और इंगलैण्ड के पारीयो को एक साथ मे ले तो उसके औसत मे इंगलैण्ड मे खेले गये मैच से 2 की बढ़ोत्तरी हो जाती है, तो इंगलैण्ड मे खेली गई पारीयो की संख्या क्या है?

1st



https://studentcafe.co

2nd

$$+4\left(\begin{matrix} x \longrightarrow 46 \\ x+4 \longrightarrow 48 \end{matrix}\right)+2$$

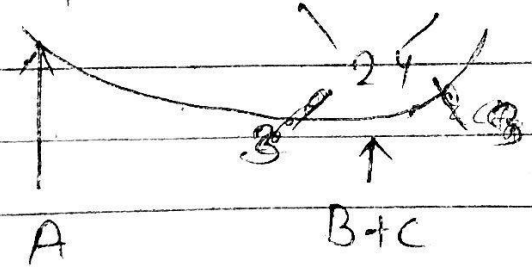
$$2x + 4\times48 = 55\times4$$

$$2x = 7\times4$$

$$x = 14 \text{ kg}$$

Q. एक स्कूल के class-10 के तीन वर्ग हैं A, B तथा C कक्षा A और B के सभी बच्चों का औसत वजन 26 kg है। B और C के औसत वजन 24 kg है, तो तीनों कक्षा के student का Avg. वजन क्या होगा। यदि A, B, C के विद्यार्थियों का Avg. वजन क्रमशः 24kg, 27kg, 21 kg है।

A	B	C	A+C	B+C
24	27	21	26	24

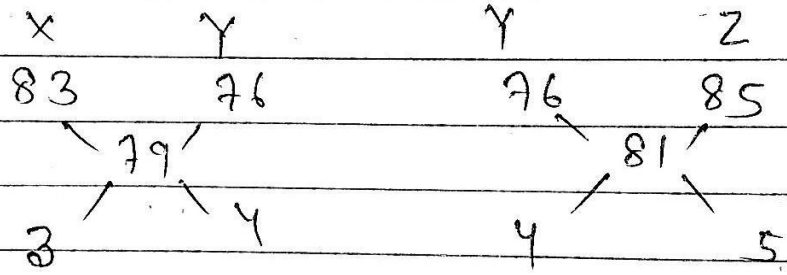


A, B तथा C का avg. weight = 24 kg

https://studentcafe.co

Q1 गणित की तीन कक्षाओं, X, Y, Z ने बीजगणित टेस्ट दिया। कक्षा X का औसत स्कोर 83 है। कक्षा Y का औसत स्कोर 76 है। कक्षा Z का औसत स्कोर 85 है। कक्षा X तथा Y का औसत स्कोर 79 तथा कक्षा Y तथा Z का औसत स्कोर 81 हो तो कक्षा X, Y, Z का औसत स्कोर क्या होगा?

X	Y	Z	X + Y	Y + Z
83	76	85	79	81



X : Y : Z

3 : 4 : 5 → 12

1 → 83 ← 3 (81)

81 1/2

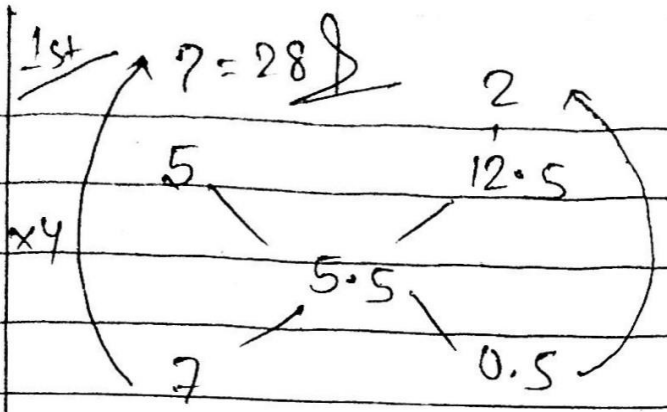
1/2 3/2

= 81 1/2

Q2 एक क्लास में एक छात्र ने अपने जन्मदिन पर औसतन 5 चॉकलेट बाँटी। शिक्षक और अध्यापक के आने पर बच्चे ने उन्हें क्रमशः 10 और 15 चॉकलेट दी। चॉकलेट का औसत प्रति व्यक्ति बढ़कर 5.5 हो जाता है, तो कक्षा में कुल कितने बच्चे थे?

https://studentcafe.co

1st



2nd

? Teacher head.

5 10 15 ↑ 15 ज्यादा

5 5

15/0.5 = 30

= 28 ∫ 2

Q क्रिकेट टीम की 11 खिलाड़ियों का औसत उम्र में 2 महीनों की वृद्धि हो जाती है। जब दो खिलाड़ी जिनकी उम्र 18 year & 20 year है। टीम छोड़ देते हैं तथा उनके बदले दो नये खिलाड़ी शामिल किये जाते हैं तो नये खिलाड़ियों की Avg. आयु क्या है?

https://studentcafe.co

Q | लगातार 6 odd no. बढ़ते क्रम में हैं। पहली चार संख्याओं के वर्ग का औसत, अंतिम चार संख्याओं के वर्ग का औसत का अंतर 64 है। यदि पहली और आखिरी संख्या के वर्ग के योग 178 हो तो सभी संख्याओं के औसत क्या होगा?

$(3)^2 + (13)^2 = 178$

$= 3, 5, 7, 9, 11, 13$

$= \frac{3+13}{2} = 8$

Last term 15 नहीं ले सकते क्योंकि, $(15)^2 = 225$

Q | 9 संख्याओं का औसत 65 है। पहली तीन संख्याओं का औसत 61 है और अंतिम 5 संख्याओं का औसत 72 हो तो चौथी संख्या क्या है।

$-4\left(\underset{61}{\overset{65}{(3)}} \quad \underset{+12}{\overset{65}{(4th)}} \quad \underset{72}{\overset{65}{(5)}}\right) + 7$

$-12 \quad -35 \quad +35$

$= 42$

Contact Information:-

NEW SUCCESS POINT

Studentcafe

ALL PDF DOWNLOAD FROM HERE :-

NEW SUCCESS POINT

RATIO ABHINAY MATHS NOTES

Credit : New Success Point

https:/studentcafe.co

ABHINAY PUBLICATIONS

Motivation | Entertainment | Teaching

ARITHMETIC

वक्त बदलता है, फिर बदलेगा
सारा जहाँ अपना होगा।

PRACTICE SET

Abhinay Sharma

Ratio & Proportion

→ a/b is called ratio. If a and b are of same type.

Ex:- 10 महिलाएँ
12 पुरुषों ⇒ then not find ratio

$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a/k}{b/k}$

Duplicate ratio (वर्गानुपात) of $a/b = \frac{a^2}{b^2}$

triplicate ratio (घनानुपात) of $a/b = \frac{a^3}{b^3}$

Sub-duplicate (वर्गमूलानुपात) ratio of $a/b = \sqrt{a/b}$

Sub triplicate ratio (घनमूलानुपात) of $a/b = \sqrt[3]{a/b}$

$a : b = 2 : 3$
$b : c = 1 : 5$
$a : b : c \quad 2 : 3 : 15$

$a : b = 1 : 2$
$b : c = 3 : 4$
$c : d = 5 : 1$
$a : b : c : d = 15 : 30 : 40 : 8$

Q $a : b = 1 : 2$, $b : c = 3 : 2$, $c : d = 4 : 1$, $ab : bc : cd : da = ?$

$a : b = 1 : 2$
$b : c = 3 : 2$
$c : d = 4 : 1$
$a : b : c : d = 12 : 24 : 16 : 4$
$= 3 : 6 : 4 : 1$

$ab : bc : c : d : da$
$= 18 : 24 : 4 : 3$

https:/studentcafe.co

Q $P:Q:R = 2:3:5$, $(P+Q):(Q+R):(R+P) = ?$

$= 5:8:7$ ∫

Q $(P+Q):(Q+R):(R+P) = 7:8:9$, $P:Q:R = ?$

$2(P+Q+R) = 24$

$P+Q+R = 12$

$P:Q:R = (12-8):(12-9):(12-7)$

$= 4:3:5$ ∫

Q $(Q-P):(Q-q):(Q-r) = 8:7:9$, $Q = \frac{P+q+r}{2}$,

$P:q:r = ?$

$P:q:r = (7+9):(8+9):(8+7)$

$= 16:17:15$ ∫

or

Add → $3Q-(P+q+r) = 24$

$3Q-2Q = 24$

$Q = 24$

$Q-P = 8 \Rightarrow P = 16$

$Q-q = 7 \Rightarrow q = 17$

$Q-r = 9 \Rightarrow r = 15$

$P:q:r = 16:17:15$ ∫

Q In ΔABC, $(s-a):(s-b):(s-c) = 11:12:13$, s is semiperimeter, find the ratio of side

$s = \frac{a+b+c}{2}$

$a:b:c = (12+13):(11+13)+(11+12)$

$= 25:24:23$ ∫

https:/studentcafe.co

or $3S - (a+b+c) = 36$

$3S - 2S = 36$

$S = 36$

$a : b : c = (36-11) : (36-12) (36-13)$

$= 25 : 24 : 23$ ∫

Q If $(x-y+z) : (y-z+2w) : (2x+z-w) = 3:4:7$ then, find $(4x+4z-3w) : 2w = ?$

$(x-y+z) + (y-z+2w) = (2x+z-w) = 3+4 = 7$

$x + 2w = 2x + z - w$

$x + z = 3w$

$(4x + 4z - 3w) : 2w$

$= 9w : 2w = 9 : 2$ ∫

Q $(a-b) : (b-c) : (c-d) = 1:2:3$, $(a+d) : c = ?$

$(a-b) + (b-c) = c-d$ ↓

$a - c = c - d$ $\quad 2c : c$

$a + d = 2c$ $\quad = 2:1$ ∫

Q $(a+b) : (b+c) : (c+a) = 8:7:6$, $a+b+c = 42$, $c = ?$

$a + b + c = \frac{21}{2} = 10.5$

$c = \frac{42}{10.5} \times 2.5$

$= 10$ ∫

or

$2(a+b+c) \longrightarrow 21$

$2 \times 42 \xleftarrow{\times 4} 21$

$a + b = 8 \times 4 = 32$

$c = 42 - 32 = 10$ ∫

https://studentcafe.co

Q $(a+b):(b+c):(c+a) = 5:7:6$, $a+b+c = 27$, find a:?

$2(a+b+c) \longleftarrow 18$

$54 \xleftarrow{\times 3} 18$

$b+c \longleftarrow 7\times 3 = 21$

$a = 27-21 = 6$

OR

$a+b+c = 9$

$c = \frac{3}{9} \times (9-7)$

$= 6$

Q $\frac{A}{3} = \frac{B}{2} = \frac{C}{5}$, $(C+A)^2 : (A+B)^2 : (B+C)^2 = ?$

$A:B:C = 3:2:5$

$(8)^2 : (5)^2 : (7)^2$

$= 64:25:49$

Q $7A = 5B = 2C$, $A:B:C = ?$

$A:B:C = \frac{1}{7} : \frac{1}{5} : \frac{1}{2} = 10:14:35$

Q $(x-y):(y-z):(z-k) = 2:3:5$, $z : x+k = ?$

$(x-y)+(y-z) = z-k$

$x-z = z-k$

$x+k = 2z$

$z : 2z$

$= 1:2$

★ Proportional (समानुपात) :—

(i) If $a/b = c/d$ then a, b, c and d are in proportional

$\Downarrow$ $\qquad$ $\Downarrow$

$ad = bc$ $\qquad$ $a:b :: c:d$

https:/studentcafe.co

(iii) If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

(iii) If $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

(iv) C & D Rule ((ii) ÷ (iii))

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

Q If 8, 10, x, 15 are in proportion then find x

→ 8 : 10 :: x : 15

$120 = 12x$

$x = 12$

Q If $a+b=1$, $a-b = d/c$, $c+d=1$, $c^2-d^2=?$

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c+d}{c-d} = \frac{1}{c-d} \Rightarrow c-d = \frac{b}{a}$$

$$c^2-d^2 = (c+d)(c-d) = 1 \times \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

Q $x = \frac{4ab}{(a+b)}$, $\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = ?$

$$\frac{x}{2a} = \frac{2b}{(a+b)} \qquad \frac{x}{2b} = \frac{2a}{a+b}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} = \frac{3b+a}{b-a} \qquad \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3a+b}{a-b}$$

$$\frac{x+2a}{x-2a} + \frac{x+2b}{x-2b} = \frac{3b+a}{b-a} - \frac{3a+b}{b-a} = \frac{2b-2a}{b-a} = 2$$

https:/studentcafe.co

(v) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{c+e}{d+f}$

(vi) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} \Rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{c-e}{d-f} = \frac{a-e}{b-f}$

Q $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{2a+3c+5e}{2b+3d+5f} = ?$

$\frac{2a}{2b} = \frac{3c}{3d} = \frac{5e}{5f} = \frac{5}{3}$

$\frac{2a+3c+5e}{2b+3d+5f} = \frac{5}{3}$ ✓

Q $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = 4$

(i) $\frac{m(a)+nc+pe}{m(b)+nd+pf} = ? \Rightarrow 4$ ✓

(ii) $\frac{m^2(a)}{m^2(b)} + \frac{n^2c}{n^2d} + \frac{p^2e}{p^2f} = ? \Rightarrow 4$ ✓

(iii) $\frac{m(a^2)}{m(b^2)} + \frac{nc^2}{nd^2} + \frac{pe^2}{pf^2} = ? = (4)^2 = 16$ ✓

https:/studentcafe.co

Q $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} = ?$

$\frac{a}{b+c} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$

$\frac{a}{b+c} = \frac{1}{2}$

Condition $\Rightarrow a = b = c$

$a, b, c > 0$

$\frac{a}{b+c} = \frac{a-b}{b-a}$

$\frac{a}{b+c} = -1$

Condition $\Rightarrow a+b+c = 0$

$a \neq b \neq c$

Q (i) $\frac{a}{a+b+c} = \frac{b}{a+b+c} = \frac{c}{a+b+c} = ?$ $(a, b, c > 0)$

(ii) $\frac{a}{2a+b+c} = \frac{b}{a+2b+c} = \frac{c}{a+b+2c} = ?$ $(a, b, c > 0)$

→ (i) $\frac{a}{a+b+c} = \frac{a+b+c}{3(a+b+c)} = \frac{1}{3}$

$\frac{a-b}{a-b} = 1$

(ii) $\frac{a}{2a+b+c} = \frac{a+b+c}{4(a+b+c)} = \frac{1}{4}$

Q If $\frac{a^2+b^2}{c^2} = \frac{b^2+c^2}{a^2} = \frac{c^2+a^2}{b^2} = \frac{1}{k}$ $(k \neq 0)$, $k = ?$

$\Rightarrow \frac{2(a^2+b^2+c^2)}{a^2+b^2+c^2} = \frac{1}{k}$

$k = \frac{1}{2}$

$\frac{a^2-c^2}{c^2-a^2} = \frac{1}{k}$

$k = -1 \rightarrow a^2+b^2+c^2 = 0$

(+ve always)

X

https://studentcafe.co

Q $\frac{y}{x-z} = \frac{y+x}{z} = \frac{x}{y}$, $x^2 : yz : z^2 = ?$

$\frac{y}{x-z} = \frac{y+x}{z} = \frac{x}{y} = \frac{2(x+y)}{x+y} = \frac{2}{1}$

$\frac{y+x}{z} = 2$

$y+x = 2z$

$z = 3/2$

$x : y : z = 2 : 1 : \frac{3}{2} = 4 : 2 : 3$

$x^2 : yz : z^2 = 16 : 6 : 9$ ∎

★ **How to find proportional :-**

(i) Mean proportional of $a, b \Rightarrow \sqrt{ab}$
(मध्यानुपाती)

$a, x, b \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{x}{b} \Rightarrow x^2 = ab \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{ab}}$

(ii) Third proportional of $a, b \Rightarrow b^2/a$

$a, b, x \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{x} \Rightarrow \boxed{x = b^2/a}$

(iii) Fourth proportional of a, b & $c \Rightarrow \frac{bc}{a}$

$a, b, c, x \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{x} \Rightarrow \boxed{x = \frac{bc}{a}}$

Q $12+4\sqrt{2}$, $3-\sqrt{2}$ का मध्यानुपाती क्या है

$M.P = \sqrt{4(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} = 2\sqrt{7}$ ∎

Q Find f.P of x^2-y^2, $x-y$, $x+y$

$f.P = \frac{(x-y)(x+y)}{x^2-y^2} = 1$ ∎

https://studentcafe.co

Q यदि $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ है, तो $\frac{ma+nc}{mb+nd}$ बराबर क्या नहीं होगा?

(i) $\frac{a+c}{b+d}$ (ii) $\frac{a-c}{b-d}$ (iii) $\frac{c-d}{b-d}$ ✗

Sol^n

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{ma}{mb} = \frac{nc}{nd} \Rightarrow \frac{ma}{nc} = \frac{mb}{nd}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{ma+nc}{mb+nd} = \frac{mb}{nd} = \frac{ma}{nc}$$

$$\frac{ma+nc}{mb+nd} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d} = \frac{c-d}{a-b}$$

Q एक ऑफिस में असिस्टेन्ट और ऑफिसर हैं। 15 असिस्टेंट छुट्टी पर चले जाते हैं, तो प्रत्येक असिस्टेंट के लिए दो ऑफिसर होते हैं। इसके बाद 45 ऑफिसर छुट्टी पर चले जाते हैं। और प्रत्येक ऑफिसर के लिए 5 असिस्टेन्ट हैं। शुरुआत में कितने असिस्टेंट थे?

A : O

2 × 5 : 1 × 5

10 : 5 ⟶ 25

40 − 15 = 25

−45 ⟷ 9

1 : 5

शुरुआत में असिस्टेंट = 40 ✓

https://studentcafe.co

Q राधा और श्याम की वजन का अनुपात 7 : 8 है। और उनका कुल वजन 120 kg है। डाइटिंग कोर्स लेने के बाद राधा का वजन 6 kg घट गया और इनका अनुपात 5 : 6 हो जाता है, तो श्याम का वजन कितना कम हो जाएगा

Soln

By option

R : S

7 : 8 ⇒ 120

−6 −4 −6

5 : 6 114

11 → 114 − ④ = 4 ✓

R S

7 8 ⇒ 15 → 120

56 64

−6

5 : 6 −4 = 4 ✓

50 60

Q 432 विद्यार्थियों वाले स्कुल मे लड.को और लड.कियों की संख्या का अनुपात 5 : 4 है। जब स्कुल मे नये लड.के, लड.कियाँ दाखिल हो जाए तो लड.को की संख्या 12 और बढ जाती है। तथा ये अनुपात 7 : 6 हो जाता है। बताइए कितनी लड.किया और दाखिल हुई ?

(i) 12 (ii) 14 (iii) 24 (iv) 20

https://studentcafe.co

By option

B	H	
5	4	432
+12	(+24)	+12
7	6	444 + ?

13 → 444 + ?

(2 + ?) Remainder

? = 24, then Remainder = 24

B	H	
5	4 => 9 → 432	
240	1 → 48	
+12	192	
	+ ? = (24)	
252	(216)	
×36	×36	= 24
7	6	

Q बैग P और Q में गेंदों की संख्या का अनुपात 2:3 है। बैग Q से 5 गेंद निकालकर बैग P में डाल दी गई। अब दोनों बैग में गेंदों की संख्या बराबर है तो प्रत्येक बैग में गेंदों की संख्या अब क्या है।

https://studentcafe.co

Sol^{n}:- P : Q

2 : 3

0.5 → 5

2.5 : 2.5 → 25 ₹

1 : 1

Q किसी वस्तु की मुल कीमत कच्चे माल का तीन गुना है। कच्चे माल की कीमत 3:5 मे बढ जाती है। विनिर्माण लागत 2:3 मे बढ जाती है। यदि प्रारम्भिक कीमत 9 रु थी, तो अंतिम कीमत क्या है?

Sol^{n}:-

अंतिम कीमत = कच्चे माल + विनिर्माण लागत

3 = 1 + 2

↓ ↓ ↓

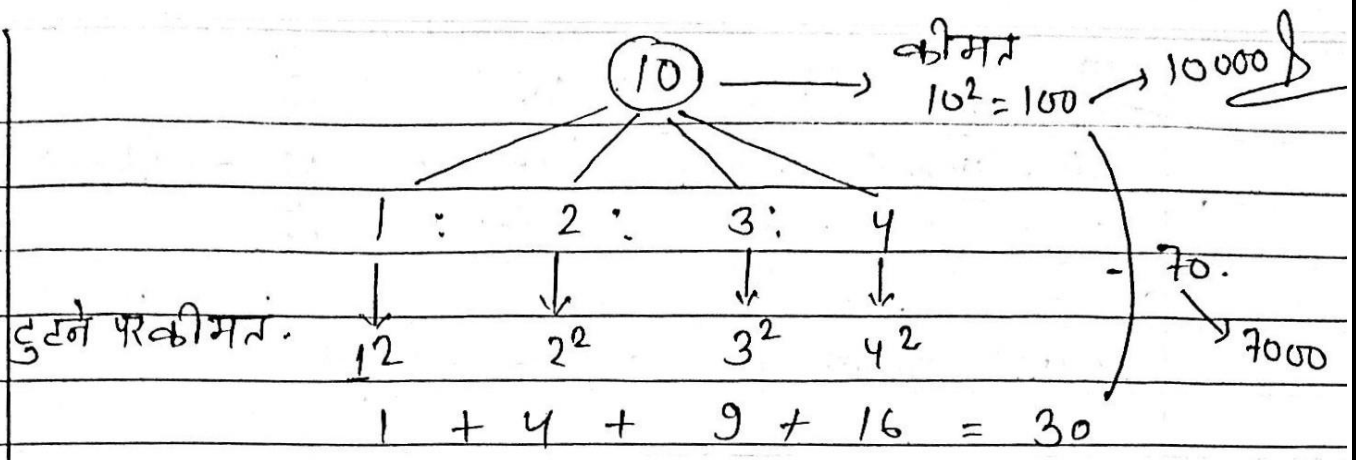
9 = 3 (3:5) + 6 (2:3)

↓ ↓

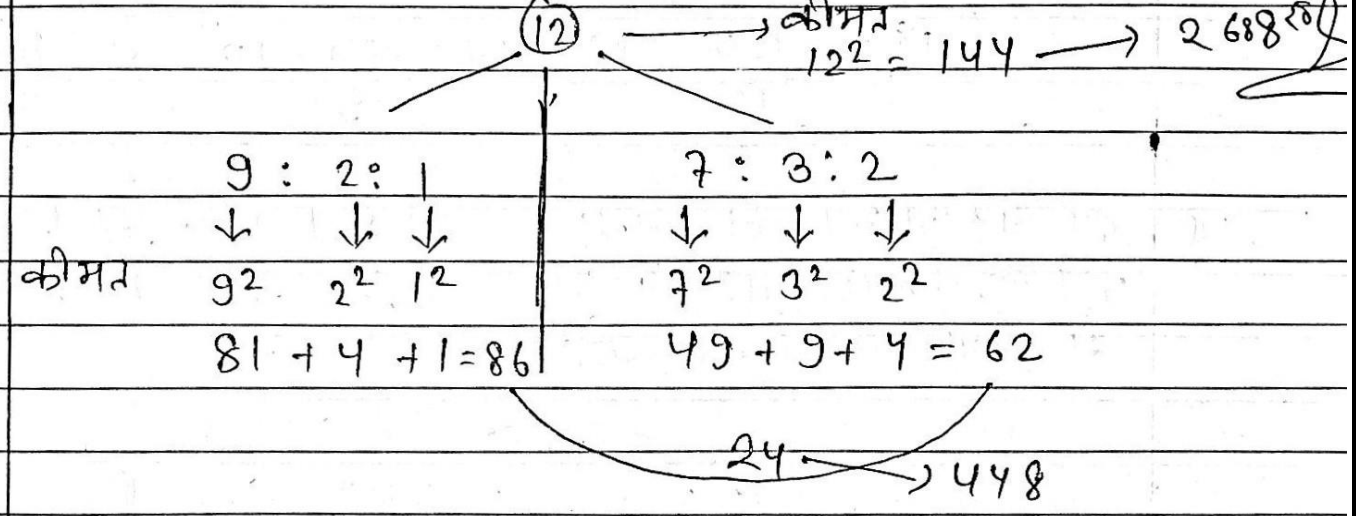
= 14 ₹ = 5 + 9

Q एक हीरा को 4 हिस्सो मे टूट गया। इन चारो हिस्सो के वजन का अनुपात 1:2:3:4 है। हीरे की किमत इसके वजन का अनुक्रमानुपाती है। यदि ये हीरा टुटने पर 70,000 का नुकसान होता है, तो हीरे का मूल कीमत क्या है?

https://studentcafe.co



Q एक हीरे के कीमत उसके वजन के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है। और ये तीन भाग मे टूट जाता है। जिनके वजन का अनुपात 9:2:1 है। काश 7:3:2 मे टुटा होता तो 544 रु की अतिरिक्त हानि होती, तो इसके वास्तविक कीमत क्या है?



Q 430 रु को 45 पुरुषो, महिलाओ और बच्चो मे बाँटा गया है। सभी पुरुषो, महिलाओ और बच्चो को मिलने वाली कुल राशि का अनुपात 12 : 15 : 16 है। एक पुरुष, एक महिला और एक बच्चे को मिलने वाली राशि का अनुपात 6:5:4 है, तो पुरुषो, महिला और बच्चे की संख्या तथा प्रत्येक को मिलने वाली राशि क्या है?

https://studentcafe.co

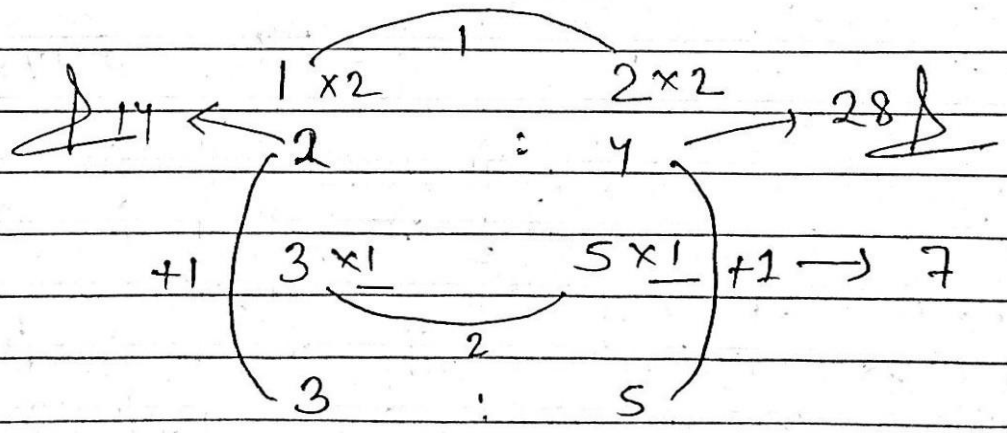
Soln

	M		W		C		
total amount	12	:	15	:	16	= 43 →	430
	↓		↓		↓		
	120		150		160		
each amount	6	:	5	:	4		
Numbers	12/6	·	15/5		16/4		
	2	:	3	:	4	= 9 →	45
	↓		↓		↓		
no of M, W & C =	10	,	15	,	20		

प्रत्येक को मिलने वाली राशि

$$M = \frac{120}{10} = 12, \quad W = \frac{150}{15} = 10, \quad C = \frac{160}{20} = 8$$

Q दो संख्याओं का अनुपात 1:2 है। यदि प्रत्येक में 7 जोड़ दिया जाए तो यह अनुपात 3:5 बन जाता है। तो दोनों संख्या ज्ञात करें



https://studentcafe.co

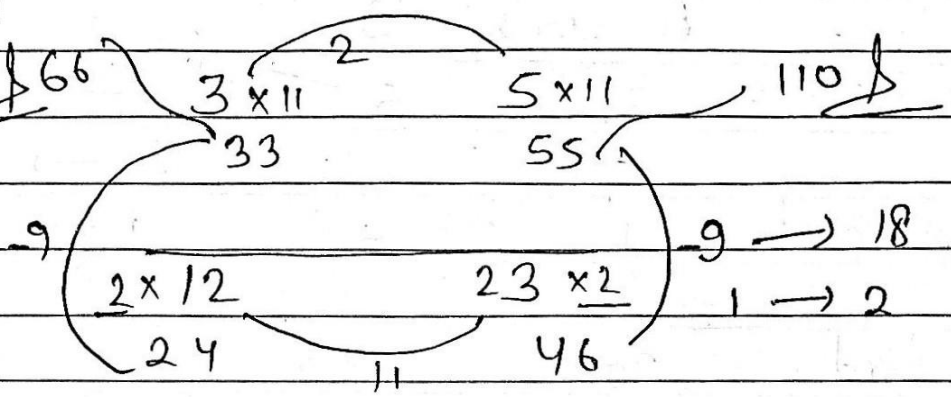
★

$$\begin{array}{ccc} x & : & y \\ +? & & +? \\ \hline a & : & b \end{array} \qquad x-a = y-b$$

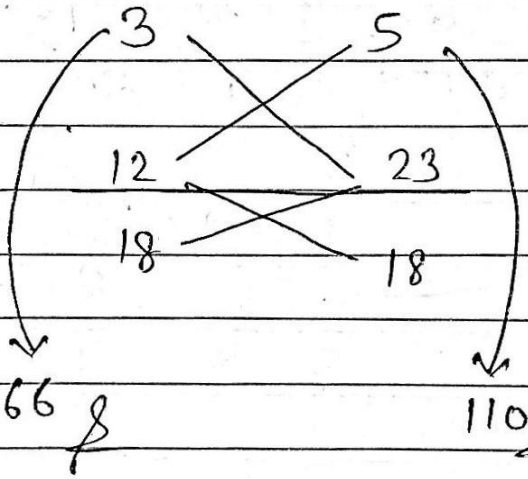
$$\boxed{x-y = a-b}$$

Q दो संख्याओं का अनुपात 3:5 है। दोनो मे से 18 घटाया जाय तो अनुपात 12:23 हो जाता है। तो संख्याएँ ज्ञात करें।

1st



2nd



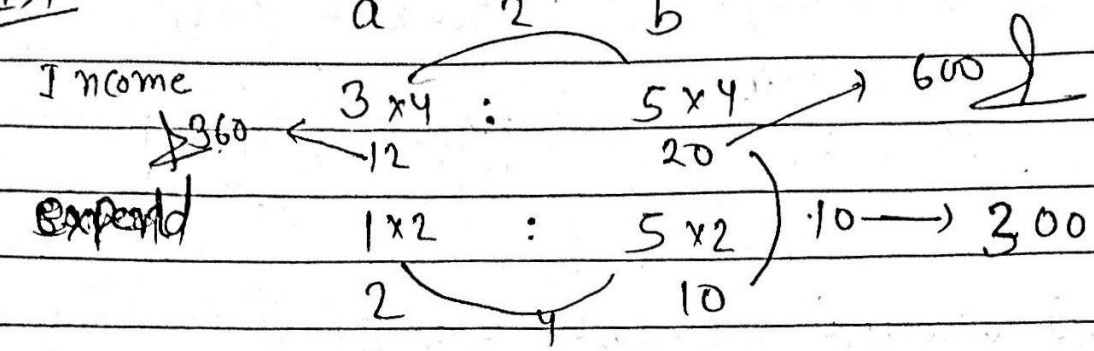
$-60 + 23\times3 = 18\times23 - 18\times12$

$9 = 11\times2$

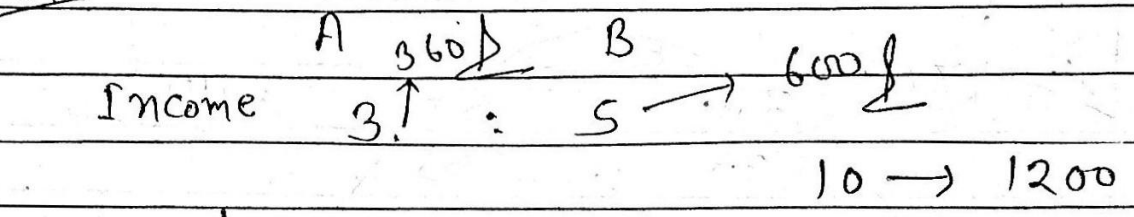
$1 \longrightarrow 22$

Q a और b की आय का अनुपात 3:5 है। और इनके खर्च का अनुपात 1:5 है। यदि प्रत्येक आदमी 300 रु बचाता है, तो आय ज्ञात करें?

1st

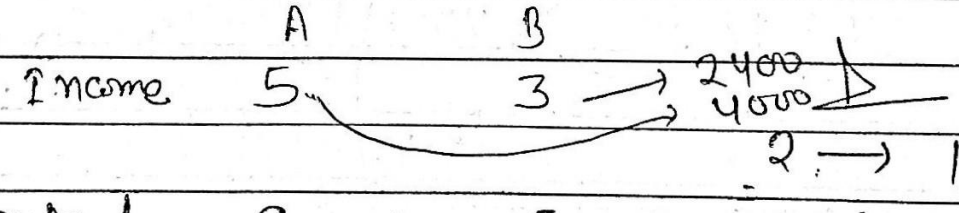


2nd



Saved	300	300

Q A और B की आय का अनुपात 5 : 3 है। और उनके खर्च का अनुपात 9 : 5 है। यदि वह क्रमशः 1300 और 900 रु० बचाती है तो दोनों की आय क्या है।



Saved	1300	900

Q एक आगे की बढ़ती प्रक्रिया मे चयनित और अचयनित का अनुपात 3:1 था। यदि 60 कम लोगो ने आवेदन किया होता और 30 कम चयनित होता तो यह अनुपात 5 : 1 होता, तो कितने लोगो ने आवेदन किया?

चयनित	अचयनित	total
3	1	4
5	1	6
30		60

$5 \times 4 - 6 \times 3 = 60 \times 5 - 30 \times 6$

$2 \longrightarrow 120$

$1 \longrightarrow 60$

$= 240$

Q किसी परीक्षा मे पास होने वाले और फेल होने वाले बच्चे का अनुपात 25 : 4 है। यदि 5 और अधिक परीक्षा दी होती और 2 कम फेल होते तो ये अनुपात 22:3 होता, तो परीक्षा मे बैठने वाले की संख्या ज्ञात करे?

पास	फेल	total
25	4	29
22	3	25
	+2	-5

$13 \longrightarrow 65$

$1 \longrightarrow 5$

$\longrightarrow 145$

https://studentcafe.co

Q एक परीक्षा मे पास और फेल होने वाले की संख्या का अनुपात 4:1 है। यदि 35 कम बच्चो ने परीक्षा दी होती और 9 ज्यादा फेल होते तो यह अनुपात 2:1 होता तो परीक्षा मे कुल परीक्षार्थी कितने थे?

पास	फेल	total
4	1	5 → 155
		→ 2 → 62
		1 → 31
2	1	3
	-9	35

Q युद्ध से पहले आर्मी मे टैंक और हवाई जहाज का अनुपात 5:3 था। युद्ध के दौरान 1000 टैंक नष्ट हो गए। और 800 प्लेन भी नष्ट हो गए, तब उनका अनुपात 2:1 हो गया तो बाद मे कितने टैंक बचे थे।

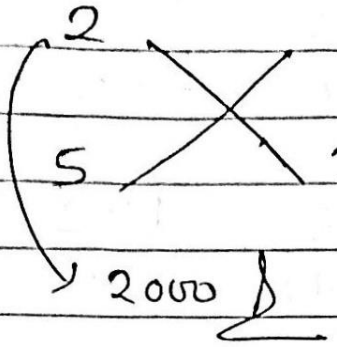
Sol

	टैंक	प्लेन
3000 ←	5	3 → 1800
		1 → 600
	2	1
-	1000	800

बचा टैंक 3000-1000 = 2000

https:/studentcafe.co

2nd



Q किसी सिनेमा के टिकट का मूल्य 7:9 मे बढ जाता है तथा लोगो की संख्या 13:11 मे घट जाता है। तो नया संग्रह क्या होगा ? यदि पुराना संग्रह 227500 है।

	पहले	बाद
मूल्य	7	9
सं०	13	11
संग्रह	91	99
	↓	↓
	227500	= 247500

Q A, B, C की आय का अनुपात 2:3:4 है। A अपनी आय का 1/5 बचाता है। उनके खर्चे का अनुपात 3:4:5 है तो बताइए कि उनके बचत का अनुपात क्या है।

Income	Saved	expense
5	1	4

https://studentcafe.co

	A		B		C	
Income	2	:	3	:	4	×3 ×5
	30	:	45	:	60	
exp.	3		4		5	×2 ×4
	24	:	32	:	40	

Saved = 6 : 13 : 20

Q दो भाई A और B की आय का अनुपात 4:5 है वे अपने पत्नी के लिए गिफ्ट खरीदना चाहती है, जिसकी कीमत 3:4 के अनुपात मे बाँटी गई है। A ने बची हुई राशि 2/3 अपनी पत्नी पर खर्च किया जबकि B के पास 145 रु० बचा तो गिफ्ट की कीमत क्या है?

	A	B	
आय	4	5	×3 ×3
	36	45	
खर्च	3	4	×4 ×1
	12	16	
	24	29 → 145	

A		
I	S	ex.
3	2	1

28 → 140 रु०

Q एक बैग मे 50P, 25P और 10P के कुछ सिक्के है और सिक्को का अनुपात 5:9:4 है। और कुल राशि 206 रु० है, तो सिक्के की संख्या क्या है?

https://studentcafe.co

	50 P	25P	10P	total
सं०	5	9	4	
मू०	2.5	2.25	0.40	= 5.15
	= 200 ,	360 ,	160	×40 → 206

Q एक बैग मे 180 रु० है, जिसमे 1 रु०, 50 पैसे तथा 25 पैसे के सिक्के है। इनका अनुपात 2:3:4 है तो इनकी सं० क्या है।

	1 R	50P	25P	total
सं० =	2	3	4	
मू०	2	1.5	1	4.5 → 180
	= 80 ,	120	160	

Q एक बैग मे 1 रु०, 50 पैसे और 25 पैसे के 378 सिक्के है, जिनका मूल्य का अनुपात 13:11:7 है तो सिक्को की सं० क्या है।

https://studentcafe.co

	1R	50P	25P	total
अनु	13	11	7	
सं०	13	22	28 = 63 → 378	
	= 78	132	168	

Q एक बैग में 25 पैसे, 50 पैसे तथा 1 रु० के सिक्के हैं। कुल मिलाकर 220 सिक्के हैं। बैग में कुल राशि 160 रु० है। 1 रु० के सिक्के 25 पैसे के तीन गुनी है, तो 50 पैसे के सिक्कों की सं० बताएं

	25P	50P	1R	total
Coins	4x	220-16x	12x	
Value	x	110-8x	12x	(5x+110)

$5x + 110 = 160$

$x = 10$

$220 - 160 = 60$

Q तीन आदमी A, B, C अपनी आय का क्रमशः 75%, 70%, 80% खर्च करता है। इनकी बचत का अनुपात 20 : 9 : 8 है। इनकी आय का कुल योग 45000 रु० है, तो उनकी अलग-अलग आय बताएं

https:/studentcafe.co

	A	B	C
खर्च	75%	70%	80%
बचत	25%	30%	20%
	20	: 9	: 8

Income = 800 (24000), 300 (9000), 400 (12000) = 1500 → 45000

Q. 2495 रु को A, B, C को इस प्रकार बाँटा गया कि A के 15 रु, B के 30 रु तथा C के 50 रु कम कर दिए जाएं तो यह अनुपात 3:2:7 हो जाते हैं तो A, B, C का हिस्सा बताएं

A B C

3 (600) 2 (400) 7 = 12 → 1400

2495 − 95 = 2400

+15 +30 +50

= 615, 430, 1450

https://studentcafe.co

Q एक इंजन रेल के डिब्बो के बगैर 24 km/h की चाल से चलता है। इंजन की गति मे कमी साथ मे लगाए गए डिब्बो की संख्या के वर्गमुल के समानुपाती है। 4 डिब्बो के साथ उसकी गति 20 km/h हो जाती है। डिब्बो की अधिकतम संख्या ज्ञात कीजिए, जिससे इंजन खीच सकता है।

1st

$$V_{कमी} \propto \sqrt{W}$$

$$\frac{V_{कमी_1}}{V_{कमी_2}} = \sqrt{\frac{W_1}{W_2}}$$

$$\frac{4}{6\,24} = \sqrt{\frac{4}{W_2}}$$

$$W_2 = 144$$

24 km/h की चाल कमी करने के लिए 144 डिब्बो की आवश्यकता है।

इंजन खीचने के लिए अधिकतम डिब्बे = डिब्बे की सं० = 144 - 1 = 143

https://studentcafe.co

2nd

$V_{कमी} \propto \sqrt{W}$

$V_{कमी} = k\sqrt{W}$

$4 = k\sqrt{4}$

$16 = k^2 \times 4$

$k = 2$

$12\sqrt{4} = 2\sqrt{W}$

$W = 144$ डिब्बे

चलने के लिए = 143 डिब्बे

Q लोको मे रिव इंजन के द्वारा कोयले की खपत उसके वेग के वर्ग के समानुपाती है। जब वेग 50 मील/h है, तो खपत 100 kg होता है। यदि कोयले की कीमत 25 पैसे/kg हो तथा इंजन की दूसरी स्थिति मे खर्च 9 रु/h हो जाता है तो 250 m यात्रा की खपत क्या होगी

$V = 50$ mile/h , $C = 100$ kg

$V = ?$

$C \propto V^2$

$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2$

$\frac{100}{36} = \left(\frac{50}{V_2}\right)^2$

$\frac{10}{6} = \frac{50}{V_2}$; $V_2 = 30$ m/h

25 Paise — 1kg

1 Rs — 4kg

9 Rs — 36kg

1h

$C_2 = 36$ kg

time $= \frac{250}{30} = \frac{25}{3}$ h

1h → 36 kg

$\frac{25}{3}$ h → $\frac{25}{3} \times 36 = 300$ kg

https://studentcafe.co

Q 600 रु को A, B, C मे बाँटना है। A के $\frac{2}{5}$ से 40 रु अधिक, B के $\frac{2}{7}$ से 20 रु अधिक तथा C के $\frac{9}{17}$ से 10 रु अधिक, ये तीनो भाग बराबर है, तो A, B, C का अलग-अलग हिस्सा क्या होगा?

$$A + B + C = 600$$

$$\frac{2}{5}A + 40 = \frac{2}{7}B + 20 = \frac{9}{17}C + 10 = k$$

$\times\frac{5}{2}$ $\times\frac{7}{2}$ $\times\frac{17}{9}$

$$A + 100 + B + 70 + C + 170 = \frac{5}{2}k + \frac{7}{2}k + \frac{17}{9}k$$

$$600 + 100 + 70 + 170 = 6k + \frac{17}{9}k$$

$$700 + \frac{800}{9} = \frac{71k}{9}$$

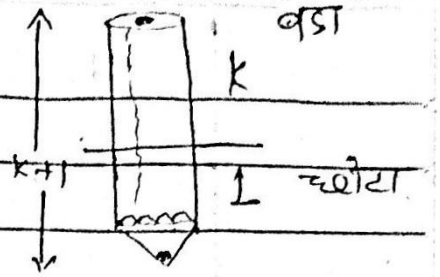
$$\frac{7100}{9} = \frac{71k}{9} \qquad k = 100$$

$A = 150$, $B = 280$, $C = 170$ Ans.

Q एक लड़का तथा एक लड़की एक पेंसिल से खेल रहे है। लड़की पेंसिल को दो टुकड़ा मे तोड़ देती है। लड़के पाता है कि इन दोनो टुकड़ो का अनुपात पेंसिल की लं० और बड़े टुकड़ो की अनुपात के बराबर है, तो लड़की किस अनुपात मे तोड़ा

https:/studentcafe.co

$$\frac{k+1}{k} = \frac{k}{1}$$



$$k^2 = k+1$$

$$k^2 - k + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

$$\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow k - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$k = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

$$k : 1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} : 1 = \sqrt{5}+1 : 2$$ ✓

Q 11,550 ₹ को x, y, z में इस प्रकार बाँटा गया है कि x को y का $\frac{4}{5}$ मिलता है। y को z का $\frac{2}{3}$ मिलता है तो बताइए z को x से कितना ज्यादा मिला?

$x = \frac{4y}{5}$	$y = \frac{2z}{3}$
$x : y = 4 : 5$	$y = 2 : 3$

$$x : y : z$$

$$8 : 10 : 15 = 33 \longrightarrow 11550$$

$$7 \longrightarrow 350 \times 7 = 2450$$ ✓

Contact Information:-

NEW SUCCESS POINT

Studentcafe

ALL PDF DOWNLOAD FROM HERE :-

NEW SUCCESS POINT